INSTITUT FÜR THEORETISCHE PHYSIK

Technische Universität Braunschweig

Prof. Dr. U. Motschmann
Dipl.-Phys. H. Kriegel

ELEKTRODYNAMIK SS 2013

1. Übungsblatt Abgabe: keine (Präsenzübung)

Fragen zu den Aufgaben: H. Kriegel, Raum A317, Tel.: 391-5187, h.kriegel@tu-bs.de

1. **Differentialoperatoren I**

   (a) Berechnen Sie den Gradienten des skalaren Feldes

   $$\Psi(\underline{x}) = \frac{1}{r} = \frac{1}{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}} \qquad \text{für } r \neq 0 \quad . \tag{1}$$

   (b) Bestimmen Sie die Divergenz und Rotation des Vektorfeldes

   $$\underline{F}_1(\underline{x}) = \frac{\underline{x}}{r^3} = \frac{1}{\left(\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}\right)^3} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} \qquad \text{für } r \neq 0 \quad . \tag{2}$$

   (c) Wenden Sie den Laplace-Operator in Kugelkoordinaten auf das skalare Feld

   $$\psi(\underline{x}) = \frac{\cos\vartheta}{r} \qquad \text{für } r \neq 0 \tag{3}$$

   an.

   (d) Geben Sie allgemeine Ausdrücke für die vier Differentialoperatoren angewendet auf ein Vektorfeld $\underline{F} = (F_1, F_2, F_3)$ bzw. ein Skalarfeld Φ in Indexschreibweise an.

2. **Differentialoperatoren I**

   Es sei Ψ ein skalares Feld; $\underline{A}$ und $\underline{B}$ seien Vektorfelder. Zeigen Sie unter Benutzung von Komponentenschreibweise und Einsteinscher Summenkonvention:

   (a) $\partial_{\underline{x}} \cdot (\Psi \underline{A}) = \Psi\, \partial_{\underline{x}} \cdot \underline{A} + \underline{A} \cdot \partial_{\underline{x}} \Psi \quad ;$

   (b) $\partial_{\underline{x}} \times (\Psi \underline{A}) = \Psi\, \partial_{\underline{x}} \times \underline{A} - \underline{A} \times \partial_{\underline{x}} \Psi \quad ;$

   (c) $\partial_{\underline{x}} \times (\underline{A} \times \underline{B}) = \left(\underline{B} \cdot \partial_{\underline{x}}\right) \underline{A} - \left(\underline{A} \cdot \partial_{\underline{x}}\right) \underline{B} + \underline{A} \left(\partial_{\underline{x}} \cdot \underline{B}\right) - \underline{B} \left(\partial_{\underline{x}} \cdot \underline{A}\right) \quad ;$

   (d) $\partial_{\underline{x}} \times \left(\partial_{\underline{x}} \times \underline{A}\right) = \partial_{\underline{x}} \left(\partial_{\underline{x}} \cdot \underline{A}\right) - \partial_{\underline{x}}^2 \underline{A} \quad .$

   <u>Hinweis</u>: Es ist $\epsilon_{ijk}\epsilon_{klm} = \delta_{il}\delta_{jm} - \delta_{im}\delta_{jl}$.

3. **Feld eines magnetischen Dipols**

(a) Magnetfelder haben keine Quellen:

$$\partial_{\underline{x}} \cdot \underline{B} = 0 \quad . \tag{4}$$

Zeigen Sie unter Benutzung von Komponentenschreibweise und Summenkonvention, daß diese Gleichung durch den Ansatz

$$\underline{B} = \partial_{\underline{x}} \times \underline{A} \quad \text{mit} \quad \underline{A} : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3 \tag{5}$$

gelöst wird. Das Feld $\underline{A}$ ist das sog. *Vektorpotential* des Magnetfeldes $\underline{B}$.

(b) Das Vektorpotential eines magnetischen Dipols $\underline{m} \in \mathbb{R}^3$ ist gegeben durch

$$\underline{A}(\underline{r}) \;=\; \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{\underline{m} \times \underline{r}}{r^3} \quad . \tag{6}$$

i. Zeigen Sie, dass sich das Magnetfeld eines Dipols dann schreiben lässt als

$$\underline{B}(\underline{r}) \;=\; \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{3\underline{r}(\underline{m} \cdot \underline{r}) - \underline{m} r^2}{r^5} \quad . \tag{7}$$

ii. Skizzieren oder plotten Sie die Feldlinien und die Äquipotentialflächen von $\underline{B}(\underline{r})$.

Klausurtermin (vorläufig): 22. Juli 2013 (2. Termin: 7. Oktober 2013)

Teilnahmevoraussetzungen: 50 % der Hausaufgabenpunkte. Zusätzlich soll in den Übungen einmal eine Aufgabe erfolgreich vorgerechnet werden. Es besteht jedoch keine Anwesenheitspflicht in den Übungen.

Fragen an:

Hendrik Kriegel	h.kriegel@tu-bs.de	Raum A 317
Alexander Schuray	a.schuray@tu-bs.de	Raum A 212
Hendrik Ranocha	h.ranocha@tu-bs.de	Raum A 225

Link:

http://www.tu-braunschweig.de/theophys/edu/sose13/edyn13