1. **Fouriertransformation (6 Punkte)**

- (a) Bestimmen Sie die Fouriertransformierte zu $f(x) = \exp(-x^2/a^2)$.
Hinweis: verwenden Sie eine quadratische Ergänzung, um das folgende, bestimmte Integral zu erhalten: $\int_{-\infty}^{\infty} dx e^{-x^2} = \sqrt{\pi}$.
- (b) Berechnen Sie das folgende Integral: $g(t) = \int_{-\infty}^{\infty} d\tau f_1(\tau) f_2(t - \tau)$, wobei die Funktionen f_1, f_2 durch $f_1(t) = \sqrt{a/\pi} \exp(-at^2)$ bzw. $f_2(t) = \sqrt{b/\pi} \exp(-bt^2)$ mit $a, b > 0$ gegeben seien.

2. **Homogene Wellengleichung (6 Punkte)**

Wir betrachten die homogene Wellengleichung für das skalare Potential Φ im Vakuum: $\Delta\Phi(\vec{r}, t) - (1/c^2) \partial_t^2\Phi(\vec{r}, t) = 0$.

- (a) Zeigen Sie, dass die Wellengleichung für das skalare Potential Φ nicht form-invariant unter der Galilei-Transformation ist. Welche zusätzlichen Terme treten auf?
- (b) Zeigen Sie durch direktes Einsetzen in die Wellengleichung, dass Kugelwellen $\Phi(\vec{r}, t) \sim \exp(i(kr - \omega t))/r$ Lösungen der homogenen Wellengleichung sind.
- (c) Zeigen Sie, dass $\Phi(x, t) = f(x - ct) + g(x + ct)$ eine Lösung der homogenen, eindimensionalen Wellengleichung ist, wenn g, f beliebige, zweimal differenzierbare Funktionen sind.

3. **Rotierende, geladene Kugel (8 Punkte)**

Eine homogen geladene Kugel mit dem Radius R und der Gesamtladung Q beginne zur Zeit $t = 0$ um eine feste Achse mit konstanter Winkelbeschleunigung $\vec{\alpha}$ zu rotieren. Der Mittelpunkt der Kugel sei $\vec{0}$. Bestimmen Sie mittels der retardierten Potentiale

$$\Phi(\vec{r}, t) = \int_V d^3\vec{r}' \frac{\rho(\vec{r}', t - |\vec{r} - \vec{r}'|/c)}{|\vec{r} - \vec{r}'|} \quad \vec{A}(\vec{r}, t) = \frac{1}{c} \int_V d^3\vec{r}' \frac{\vec{j}(\vec{r}', t - |\vec{r} - \vec{r}'|/c)}{|\vec{r} - \vec{r}'|}$$

das von dieser Ladungs- und Stromverteilung erzeugte elektromagnetische Feld (also $\vec{E}$ und $\vec{B}$) in den Raumpunkten $\vec{r}$ mit $|\vec{r}| > R$ und für Zeiten t mit $ct \leq |\vec{r}| - R$ bzw. $ct \geq |\vec{r}| + R$. Diskutieren Sie Ihr Ergebnis physikalisch und interpretieren Sie die einzelnen Beiträge zu $\vec{E}$ und $\vec{B}$ (eine Skizze könnte hilfreich sein). Erläutern Sie insbesondere die Zeitabhängigkeit von $\vec{E}(\vec{r}, t)$ und $\vec{B}(\vec{r}, t)$ für $|\vec{r}| > R$ und gehen Sie (qualitativ) auf den Zeitraum $|\vec{r}| - R < ct < |\vec{r}| + R$ ein.