

1. Homogene geladene Gerade (4 Punkte)

Ein unendlich dünner, unendlich langer, gerader Draht trage die homogene Lini-
enladung κ

- (a) Wie lautet die Raumladungsdichte $\rho(\vec{r})$?
- (b) Berechnen Sie das elektrische Feld und das Potential.

Hinweis: Die Gerade definiere die z -Achse. κ sei die Ladung pro Länge. Benutzen
Sie zur Berechnung Zylinderkoordinaten.

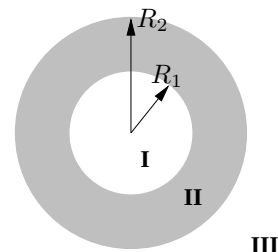
2. Homogene geladene Ebene (4 Punkte)

Betrachten Sie eine homogenen Flächenladung σ in der xy -Ebene. Berechnen Sie
das elektrische Feld und das Potential.

3. Kugelsymmetrische Ladungsverteilung (12 Punkte)

Das Grundproblem der Elektrostatik ist das Lösen der Poissonsgleichung $\Delta\Phi(\vec{r}) = -4\pi\rho(\vec{r})$ unter gegebenen Randbedingungen. Als Beispiel betrachten wir die fol-
gende Ladungsdichte $\rho(\vec{r})$; $\vec{r} \in \mathbb{R}^3$:

$$\rho(\vec{r}) = \begin{cases} 0 & |\vec{r}| < R_1 \\ \rho_0 = \text{const} & \text{für } R_1 \leq |\vec{r}| \leq R_2 \\ 0 & R_2 < |\vec{r}| \end{cases}$$



und die Dirichlet-Randbedingungen

$$\lim_{|\vec{r}| \rightarrow \infty} \Phi(\vec{r}) = 0; \quad \Phi(\vec{r})|_{|\vec{r}|=R_1} = \frac{C_1}{R_1}; \quad \Phi(\vec{r})|_{|\vec{r}|=R_2} = \frac{C_2}{R_2}.$$

Außerdem soll das Potential stetig bei $|\vec{r}| = R_1$ bzw. $|\vec{r}| = R_2$ sein.

- (a) Begründen Sie, dass in diesem Beispiel das Potential nur eine Funktion von $r = |\vec{r}|$ ist. Geben Sie das Potential Φ und das elektrische Feld $\vec{E}$ in den Be-
reichen I, II und III an.

Hinweis: Verwenden Sie dafür die Poissonsgleichung in sphärischen Polarkoor-
dinaten.

- (b) Verwenden Sie die aus der Vorlesung bekannte Lösungsformel für die Poisson-gleichung

$$\Phi(\vec{r}) = \int_V d\vec{r}'^3 \frac{\rho(\vec{r}')}{|\vec{r} - \vec{r}'|}; \quad \text{für } \rho(\vec{r}) = 0 \text{ für } \vec{r} \notin V.$$

um das Potential $\Phi(\vec{r})$ in den Raumbereichen I, II und III anzugeben.

- (c) Nutzen Sie die Symmetrie des Problems aus, um das elektrische Feld $\vec{E}$ direkt mit Hilfe des Gaußschen Satzes in den Raumbereichen I, II und III zu berechnen.
- (d) Skizzieren Sie Φ und $\vec{E}$ als Funktion von $|\vec{r}|$ für $R_1 = 0$.