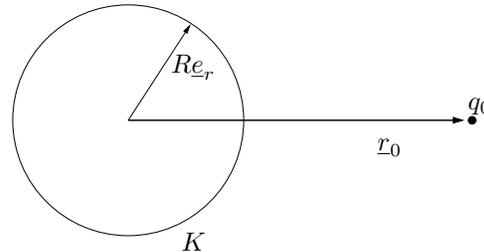




## 30. Methode der Bildladung

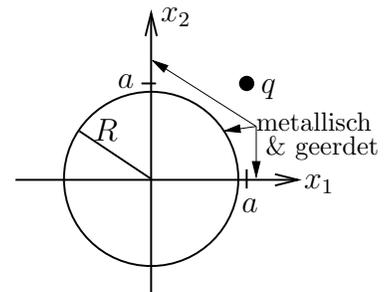
(12 Punkte)

Gegeben sei eine geerdete, metallische Kugel  $K$  mit Radius  $R$ . Bringt man eine Punktladung  $q_0$  an den Ort  $\underline{r}_0$  (siehe Skizze) in die Nähe der Kugel, entsteht auf der Kugeloberfläche eine Influenzladung.



- Bestimmen Sie das Potential  $\Phi(\underline{r})$  im Außenraum der Kugel mit Hilfe der Methode der Bildladung unter der Randbedingung  $\Phi(\underline{r})|_{\underline{r} \in \partial K} = 0$
- Wie groß ist das elektrische Feld im Innenraum der Kugel? Begründen Sie, unter welchem Winkel das elektrische Feld auf der Oberfläche der Kugel einmündet. Verwenden Sie den Gaußschen Satz, um eine Bestimmungsgleichung für die Influenzladung  $\sigma_0(\underline{r})$  aufzustellen. Geben Sie  $\sigma_0(\underline{r})$  an. Welches sind die Linien  $\sigma(\underline{r}) = \text{const}$  auf der Kugeloberfläche? Skizzieren Sie  $\sigma_0(\underline{r})$  in geeigneter Weise.
- Bestimmen Sie die influenzierte Gesamtladung durch Integration über die Kugeloberfläche und vergleichen Sie mit der Stärke der Bildladung.
- Wir betrachten nun eine etwas kompliziertere Geometrie:

Bestimmen Sie das Potential  $\Phi$  im Bereich  $\{\underline{r} \mid x_1, x_2 > 0; \sqrt{x_1^2 + x_2^2 + x_3^2} > R\}$  für die in der Skizze dargestellte Geometrie. Eine Punktladung  $q$  befindet sich bei  $(a, a, 0)$ . Die Metallplatten bei  $x_1 = 0, x_2 = 0$  sowie die Kugel um den Ursprung mit Radius  $R$  seien geerdet. Zeigen Sie insbesondere auch, dass  $\Phi = 0$  für  $x_1 = 0$  bzw.  $x_2 = 0$  und auf der Oberfläche der Kugel erfüllt ist.



## 31. Punktladung vor dielektrischem Halbraum

(8 Punkte)

Wir betrachten nun eine positive Punktladung  $q$ , die sich in bei  $\underline{r}_0 = r_0 \underline{e}_z$  befindet. Für  $z > 0$  sei  $\epsilon_r = 1$ , d.h. die Punktladung befinde sich im Vakuum. Der Bereich für  $z < 0$  sei durch ein Dielektrikum mit  $\epsilon_r > 1$  ausgefüllt. Berechnen Sie das elektrostatische Feld  $\underline{E}$  im gesamten Raum und diskutieren Sie die Polarisation  $\underline{P}$  des Dielektrikums und die Polarisationsladungsdichte  $\rho_P(r)$ .

*Hinweis:* Verwenden Sie wiederum die Methode der Bildladungen und beachten Sie die Stetigkeitsbedingungen bei  $z = 0$ .