

**28. Faradayscher Käfig****(10 Punkte)**

Wir betrachten eine leitende Kugelschale mit Radius R in einem statischen elektrischen Feld, das in grösserer Entfernung von der Kugel homogen ist. Zum Beispiel könnte so ein Feld von einem Plattenkondensator erzeugt worden sein. Der Koordinatenursprung soll im Mittelpunkt der Kugel liegen.

Es handelt sich um ein zylindersymmetrisches Problem. Die Lösung $\Phi(r)$ der Laplace-Gleichung muss sich daher als

$$\Phi(r, \theta) = \sum_{l=0}^{\infty} \left(a_l r^l + \frac{b_l}{r^{l+1}} \right) P_l(\cos \theta) \quad (1)$$

schreiben lassen (vgl. Aufgabe 8). Das Problem besteht jetzt in der Bestimmung der Entwicklungskoeffizienten a_l, b_l aus den Randbedingungen. Die Entwicklungskoeffizienten a_l, b_l im Innenraum ($r < R$) unterscheiden sich natürlich von denen im Außenraum ($r > R$).

- (a) Auf der Kugeloberfläche sei das Potential konstant,

$$\Phi(R, \theta) = \Phi_0 \quad . \quad (2)$$

Geben Sie das Potential und das elektrische Feld im Inneren der Kugel an.

- (b) Eine weitere Randbedingung für $\Phi(r, \theta)$ ist durch $\underline{E}(r \rightarrow \infty) = \underline{E}_\infty = E_0 \underline{e}_z$ gegeben. Geben Sie das Potential $\Phi(r, \theta)$ im Außenraum der Kugelschale an.
- (c) Diskutieren Sie den Verlauf der Feldlinien und der Äquipotentiallinien und skizzieren Sie diese.
- (d) Berechnen Sie die Oberflächenladungsdichte σ sowie die Gesamtladung Q auf der Kugel. Interpretieren Sie die Terme, die in $\Phi(r, \theta)$ auftreten. Geben Sie das Potential $\Phi_\sigma(r, \theta)$ der Oberflächenladungen für den Fall $Q = 0$ durch Vergleich mit Ihrem Ergebnis für $\Phi(r, \theta)$ für $r > R$ und $r < R$ an.

29. Plattenkondensator**(10 Punkte)**

Wir betrachten einen Plattenkondensator, dessen Platten in der x, y -Ebene bei $z = -a$ und $z = a$ liegen. Im Inneren des Kondensators sei ein inhomogenes Dielektrikum mit $\epsilon = \epsilon(z)$. Die Platten tragen die Ladungen $(+Q)$ bzw. $(-Q)$.

Bitte wenden $\longrightarrow$

- (a) Ermitteln Sie die dielektrische Verschiebung $\underline{D}$ und das elektrische Feld $\underline{E}$ zwischen den Platten.
- (b) Die Kapazität eines Kondensators ist definiert als

$$C = \frac{Q}{\delta\phi} \quad . \quad (3)$$

Zeigen Sie, dass allgemein gilt

$$C = \frac{\oint_A \underline{D} \cdot d\underline{A}}{\int_s \underline{E} \cdot d\underline{s}} \quad (4)$$

und geben sie die Kapazität des Plattenkondensators für ein allgemeines $\epsilon(z)$ an.

- (c) Bestimmen Sie die Energiedichte $u(z)$ im Inneren des Kondensators. Welche Energie U ist insgesamt im Kondensator gespeichert?
- (d) Wie folgen die aus der Experimentalphysik bekannten Eigenschaften eines Kondensators im Wechselstromkreis aus (b) und den Maxwellgleichungen?
- (e) Das Dielektrikum bestehe nun aus zwei verschiedenen übereinandergeschichteten Materialien, d.h.

$$\epsilon(z) = \begin{cases} \epsilon_1 & ; \quad -a < z < 0 \\ \epsilon_2 & ; \quad 0 < z < a \end{cases} \quad . \quad (5)$$

Geben Sie die Kapazität und die im Kondensator gespeicherte Energie an.