INSTITUT FÜR THEORETISCHE PHYSIK

Technische Universität Braunschweig

Prof. Dr. U. Motschmann
Dipl.-Phys. H. Kriegel

ELEKTRODYNAMIK SS 2012

11. Übungsblatt Abgabe: Do., 21. Juni 2012 bis 09.45 Uhr im Kasten vor A317

Fragen zu den Aufgaben: H. Kriegel, Raum A317, Tel.: 391-5187, h.kriegel@tu-bs.de

25. **Lorentz-Tensoren** **(10 Punkte)**

In dieser Aufgabe soll das Transformationsverhalten der elektromagnetischen Felder unter der speziellen Lorentz-Transformation diskutiert werden.

(a) Es soll gezeigt werden, dass die Größe $\underline{E}^2 - c^2\underline{B}^2$ ein Lorentz-Skalar ist. Führen Sie den Nachweis auf zwei verschiedenen Wegen:

i. durch direkte Verwendung der in der Vorlesung angegebenen Transformationsgleichungen für die Felder,

ii. durch Verwendung des Tensorkalküls. Betrachten Sie dazu die Größe $\mathcal{B}_{ij}\mathcal{B}^{ij}$, wobei $\mathcal{B}_{ij}$ den Feldstärketensor bezeichnet.

(b) Ist es möglich, eine Lorentz-Transformation anzugeben, die ein reines elektrisches Feld ($B = 0$) auf ein reines magnetisches Feld ($E' = 0$) transformiert? Begründen Sie Ihre Antwort.

(c) Zeigen Sie analog zu Teilaufgabe (a) auf zwei Wegen, dass $\underline{E} \cdot \underline{B}$ ein Lorentz-Skalar ist.
Hinweis: Für die Rechnung im Tensorkalkül ist es hilfreich, zunächst die Determinante des Feldstärketensors zu bestimmen.

(d) Untersuchen Sie durch Verwendung der Transformationsgleichungen für die Felder, wie sich die Größen

$$\underline{\Pi} = \frac{1}{\mu_0}\underline{E} \times \underline{B} \qquad \text{(Poynting-Vektor im Vakuum)} \tag{1}$$

und

$$u = \frac{1}{2}\left(\epsilon_0\underline{E}^2 + \frac{1}{\mu_0}\underline{B}^2\right) \qquad \text{(Energiedichte im Vakuum)} \tag{2}$$

unter der speziellen Lorentz-Transformation auf das gestrichene System transformieren.

26. **Zentraler Stoß: Relativistische Betrachtung** **(5 Punkte)**

Betrachten Sie den zentralen, eindimensionalen Stoß eines Elektrons der kinetischen Energie $E_{e,\text{vor}}$ mit einem Proton. Welche Energie $E_{e,\text{vor}}$ muss das Elektron vor dem Stoß haben, damit das Proton nach dem Stoß die Energie $E_{p,\text{nach}} = 2m_pc^2$ hat (m_p bezeichnet die Ruhemasse des Protons). Betrachten Sie den Stoß in dem Inertialsystem, in dem das Proton vor dem Stoß ruht.
Hinweis: Zur Vereinfachung Ihres Ergebnisses können Sie ausnutzen, dass die Ruhemasse m_e des Elektrons viel kleiner als die des Protons ist, d.h. $m_e \ll m_p$. Dies ist jedoch nicht zwingend erforderlich.

27. **Grenzen der klassischen Elektrodynamik** **(5 + 1 Punkte)**

In dieser Aufgabe sollen die elektromagnetische Ruhemasse eines Teilchens und die damit verbundenen Probleme der klassischen Elektrodynamik diskutiert werden.

(a) Bestimmen Sie die elektrische Energie eines Teilchens der Ladung q. Die Ladung des Teilchens soll dabei homogen auf der Oberfläche einer Kugel mit Radius a verteilt sein. Führen Sie über die Einsteinsche Masse-Energie-Beziehung die elektromagnetische Ruhemasse ein. *Hinweis*: Benutzen Sie für Ihre Rechnung bereits bekannte Ergebnisse und integrieren Sie die elektromagnetische Energiedichte.

(b) Berechnen Sie nun analog den elektromagnetischen Impuls des Teilchens, wenn es sich mit konstanter Geschwindigkeit $\underline{v} = v\,\underline{e}_x$ ($v \ll c$) bewegt. Lesen Sie daraus wiederum die elektromagnetische Masse des Teilchens ab.
Bemerkung: Berücksichtigt man die aus der Abstrahlung eines beschleunigten Teilchens resultierende Kraft (Abraham-Lorentz-Gleichungen), so erhält man den gleichen Ausdruck für die Masse des geladenen Teilchens.

(c) *(1 Bonuspunkt)* Vergleichen Sie beide Ergebnisse. Fallen Ihnen mögliche Gründe für die unterschiedlichen Massen ein?

(d) Nutzen Sie den bekannten Zahlenwert für die Masse eines Elektrons um seinen Radius abzuschätzen.