


**22. Messung der Zeitdilatation**
**(3 Punkte)**

Die Zeitdilatation wurde erstmal 1971 experimentell nachgewiesen. Dazu wurden Cäsium-Atomuhren an Bord eines Linienflugzeuges gebracht, das mit einer Geschwindigkeit von 900 km/h je zweimal in West- und Ostrichtung um die Erde flog. Anschließend wurden die Uhren mit am Boden befindlichen Uhren verglichen.

- (a) Berechnen Sie den Gangunterschied der Uhren nach der Speziellen Relativitätstheorie. Nehmen Sie der Einfachheit halber an, dass die Flugroute oberhalb des Äquators verlief.
- (b) Wie oft müsste das Flugzeug die Erde umrunden, damit man eine Zeitdifferenz von 1s erhält?

**23. Das Zwillingsparadoxon: Ein Abenteuer mit Leia und Luke**
**(7 Punkte)**

Am Neujahrstag 2200 startet die Weltraumfahrerin Leia von der Erde und fliegt mit 80% der Lichtgeschwindigkeit nach Alpha Zentauri (etwa vier Lichtjahre von der Erde entfernt). Wenn sie den Stern erreicht, dreht sie schnell eine Runde (das dafür benötigte Zeitintervall sei vernachlässigbar) und fliegt zurück. Sie kommt am Neujahrstag 2210 wieder nach Hause. Ihr Bruder Luke bleibt auf der Erde. Die beiden machen aus, sich an jedem Neujahrstag (nach ihrer eigenen Uhr) per Funk eine Grußbotschaft zu schicken. *Hinweis:* Bei den Teilaufgaben (a)-(c) wird ein rechnerischer Nachweis verlangt.

- (a) Zeigen Sie, dass Leia, einschließlich des letzten Reisetages, sechs Botschaften schicken wird, während Luke zehn Botschaften schicken wird, und demzufolge Leia weniger gealtert ist.
- (b) Zeigen Sie, dass Leia bis zum Zeitpunkt ihrer Umkehr nur einen Neujahrsgruß erhält, die anderen neun erst auf dem Rückweg.
- (c) Zeigen Sie, dass Luke in den ersten neun Jahren nur alle drei Jahre eine Botschaft von Leia erhält, im letzten Jahr jedoch drei Botschaften.
- (d) Zeichnen Sie auf Kästchenpapier das entsprechende Minkowski-Diagramm inklusive der Weltlinien von Leia, Luke und allen ausgesendeten Botschaften.
- (e) Jemand behauptet:  
*Die dargestellte Situation ist symmetrisch, d.h. man kann auch Leia als ruhend und Luke als bewegt ansehen. Als Konsequenz müsste dann nach Ende der Reise Luke jünger als Leia sein.*  
 Wo steckt der Fehler?

Bitte wenden →

## 24. Doppler-Effekt und Aberration

(10 Punkte)

Betrachten Sie eine ebene elektromagnetische Welle der Form  $\Phi(\underline{r}, t) = \sin(\underline{k} \cdot \underline{r} - \omega t)$  mit  $\omega = ck$ .

- (a) Analysieren Sie die ebene Welle  $\Phi(\underline{r}', t') = \sin(\underline{k}' \cdot \underline{r}' - \omega' t')$ , die ein Beobachter sieht, der sich mit konstanter Geschwindigkeit  $\underline{v} = (v, 0, 0)$  in  $x_1$ -Richtung bewegt. Bestimmen Sie  $\underline{k}'(\underline{k})$  und  $\omega'(\omega)$ .

*Hinweis:* Machen Sie sich zunächst anschaulich klar, daß die Phase  $\xi = \underline{k} \cdot \underline{r} - \omega t$  invariant unter Lorentz-Transformationen ist.

- (b) Aus welcher Richtung scheint die Welle zu kommen, wenn  $\underline{k} = (0, 0, k)$  senkrecht zur Bewegungsrichtung liegt (*Aberration*)?

- (c) Die Änderung der Frequenz  $\omega \rightarrow \omega'$  aufgrund der Relativbewegung beider Inertialsysteme bezeichnet man als *relativistischen Doppler-Effekt*. Wir betrachten ein konkretes Beispiel:

Bestimmen Sie die Geschwindigkeit, bei der infolge des relativistischen Doppler-Effekts eine in Fahrtrichtung liegende rote Ampel grün erscheint.

- (d) Beschreiben Sie, was für einen Sternenhimmel Captain Picard sieht, wenn er bei  $v = 0.999c$  aus dem Fenster schaut.