



## 20. Dipolstrahlung II

(10 + 6 Punkte)

Wir setzen die letzte Übungsaufgabe 19 zur Dipolstrahlung fort. Dort hatten wir gezeigt, dass man für die elektromagnetischen Felder im Fernfeld einer zeitlich oszillierenden Ladungsverteilung

$$\underline{B}_1(\underline{r}, t) \approx \frac{\mu_0}{4\pi} ck^2 \frac{\exp(ikr)}{r} \underline{e}_r \times \underline{\mathcal{P}} \exp(-i\omega t) \quad \text{sowie} \quad \underline{E}_1(\underline{r}, t) \approx c \underline{B}_1(\underline{r}, t) \times \underline{e}_r \quad (1)$$

erhält.

- (a) Bestimmen Sie den zeitlichen Mittelwert des zu  $\underline{E}_1$  und  $\underline{B}_1$  gehörenden Poynting-Vektors  $\underline{\Pi}_1$ . Machen Sie sich dafür zunächst klar, dass dieser Mittelwert in der Form

$$\langle \underline{\Pi}_1 \rangle = \frac{1}{2\mu_0} \operatorname{Re} \{ \underline{E}_1^*(\underline{r}) \times \underline{B}_1(\underline{r}) \} = \frac{1}{2\mu_0} \operatorname{Re} \{ \underline{E}_1(\underline{r}) \times \underline{B}_1^*(\underline{r}) \} \quad (2)$$

geschrieben werden kann. Der Stern bezeichnet die komplexe Konjugation. Diskutieren Sie die Abhängigkeit des Betrages  $|\langle \underline{\Pi}_1 \rangle|$  vom Winkel zwischen  $\underline{e}_r$  und  $\underline{\mathcal{P}}$  (Skizze!).

- (b) *Gekreuzte elektrische Dipole*

Wir betrachten nun *zwei* Ladungsverteilungen, die mit gleicher Frequenz und in Phase oszillieren. Ihre Dipolmomente  $\underline{\mathcal{P}}_1$  und  $\underline{\mathcal{P}}_2$  sollen jedoch senkrecht zueinander in der  $(x_2, x_3)$ -Ebene angeordnet sein:  $\underline{\mathcal{P}}_1 = \mathcal{P}_0 \underline{e}_3$  und  $\underline{\mathcal{P}}_2 = \mathcal{P}_0 \underline{e}_2$ . Beide Dipolmomente haben den gleichen Betrag  $\mathcal{P}_0$ .

Bestimmen Sie die mittlere Strahlungsleistung  $\langle \underline{\Pi} \rangle$  für eine solche Anordnung. Geben Sie das Ergebnis in Kugelkoordinaten an. Diskutieren Sie anhand geeigneter Skizzen die Winkelabhängigkeit der mittleren Strahlungsleistung in der  $(x_1, x_2)$ -Ebene und in der  $(x_2, x_3)$ -Ebene. Bei der Rechnung können Sie (nahezu) analog zur Bestimmung der Strahlungsleistung eines einzelnen Dipols vorgehen. Beachten Sie, dass  $\underline{\mathcal{P}}_1 = \underline{\mathcal{P}}_1^*$ ,  $\underline{\mathcal{P}}_2 = \underline{\mathcal{P}}_2^*$  gilt.

- (c) *Parallele elektrische Dipole* (6 Bonuspunkte)

Zwei parallel zueinander ausgerichtete elektrische Dipole mit Abstand  $d = \lambda/2$  oszillieren mit gleicher Frequenz  $\omega$  und Amplitude  $\underline{\mathcal{P}}$  (siehe Skizze). Die Dipole befinden sich in den Punkten  $(0, \pm\lambda/4, 0)$  und stehen senkrecht auf der  $(x_1, x_2)$ -Ebene. Diskutieren Sie die Ausstrahlung des Systems in der Fernzone.

Bitte wenden  $\longrightarrow$

- i. Berechnen Sie die in der Äquatorialebene ( $x_3 = 0$ ) abgestrahlte Intensität  $I = I(\Theta)$  und skizzieren Sie die Intensitätsverteilung  $I(\Theta)$  als Polardiagramm für den Fall, dass die Dipole in Phase schwingen.

*Hinweis:* Die Intensität ist wiederum durch  $|\langle \underline{\Pi} \rangle|$  gegeben.

- ii. Welche Phasenverschiebung muß Dipol 2 gegenüber Dipol 1 aufweisen, damit ein Beobachter in der Richtung  $\Theta = \pi/6$  maximale Intensität misst? Für welchen Winkel  $\Theta$  gibt es dann keine Ausstrahlung? Skizzieren Sie wiederum  $I(\Theta)$ .

