INSTITUT FÜR THEORETISCHE PHYSIK

Technische Universität Braunschweig

Prof. Dr. U. Motschmann
Dipl.-Phys. H. Kriegel

ELEKTRODYNAMIK SS 2012

2. Übungsblatt Abgabe: Do., 19.04.2012 bis 09.45 Uhr im Kasten vor A317

Fragen zu den Aufgaben: H. Kriegel, Raum A317, Tel.: 391-5187, h.kriegel@tu-bs.de

5. **Feld einer elektrischen Punktladung** **(12 Punkte)**

(a) Betrachten Sie ein stetig differenzierbares Vektorfeld $\underline{E} : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ mit der Eigenschaft

$$\partial_{\underline{x}} \times \underline{E} = 0 \quad \text{(statische Form des Faraday'schen Induktionsgesetzes)} \quad . \tag{1}$$

Zeigen Sie unter Benutzung von Komponentenschreibweise und Summenkonvention, daß diese Gleichung durch den Ansatz

$$\underline{E} = -\partial_{\underline{x}}\Phi \quad \text{mit} \quad \Phi : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R} \tag{2}$$

gelöst wird.

(b) Für das Vektorfeld $\underline{E}$ soll außerdem gelten:

$$\partial_{\underline{x}} \cdot \underline{E} = \frac{\varrho}{\epsilon_0} \quad \text{(Gauß'sches Gesetz)} \quad , \tag{3}$$

mit einer skalaren Funktion $\varrho : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}$. Zeigen Sie, dass hieraus folgt

$$\partial_{\underline{x}}^2 \Phi = -\frac{\varrho}{\epsilon_0} \quad \text{(Poisson-Gleichung)} \quad . \tag{4}$$

(c) Das Coulomb-Potential Φ einer Punktladung q am Ort $\underline{0}$ lautet

$$\Phi\left(\underline{r}\right) = \frac{\alpha}{r} \quad \text{mit} \quad \alpha = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \quad \text{und} \quad r = |\underline{r}| = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2} \quad . \tag{5}$$

i. Bestimmen Sie $\underline{E}$ und skizzieren oder plotten Sie die Feldlinien und die Äquipotentialflächen.

ii. Verifizieren Sie den Gaußschen Satz für das Vektorfeld $\underline{E}$ und die Gebiete $\mathcal{K}_1 = \{\underline{r} \,|\, 0 < \epsilon \leq r \leq R\}$ bzw. $\mathcal{K}_2 = \{\underline{r} \,|\, r \leq R\}$. Wie sieht $\varrho(\underline{r})$ für die Punktladung aus?

6. **Feld eines magnetischen Dipols** **(8 Punkte)**

(a) Magnetfelder haben keine Quellen:

$$\partial_{\underline{x}} \cdot \underline{B} = 0 \quad . \tag{6}$$

Zeigen Sie unter Benutzung von Komponentenschreibweise und Summenkonvention, daß diese Gleichung durch den Ansatz

$$\underline{B} = \partial_{\underline{x}} \times \underline{A} \quad \text{mit} \quad \underline{A} : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3 \tag{7}$$

gelöst wird. Das Feld $\underline{A}$ ist das sog. *Vektorpotential* des Magnetfeldes $\underline{B}$.

(b) Das Vektorpotential eines magnetischen Dipols $\underline{m} \in \mathbb{R}^3$ ist gegeben durch

$$\underline{A}(\underline{r}) = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{\underline{m} \times \underline{r}}{r^3} \quad . \tag{8}$$

i. Zeigen Sie, dass sich das Magnetfeld eines Dipols dann schreiben lässt als

$$\underline{B}(\underline{r}) = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{3\underline{r}(\underline{m} \cdot \underline{r}) - \underline{m} r^2}{r^5} \quad . \tag{9}$$

Zeigen Sie hierfür zunächst die Identität

$$\partial_{\underline{x}} \times (\underline{F} \times \underline{G}) = \left(\underline{G} \cdot \partial_{\underline{x}}\right) \underline{F} - \left(\underline{F} \cdot \partial_{\underline{x}}\right) \underline{G} + \underline{F} \left(\partial_{\underline{x}} \cdot \underline{G}\right) - \underline{G} \left(\partial_{\underline{x}} \cdot \underline{F}\right) \quad . \tag{10}$$

ii. Rechnen Sie explizit nach, dass $\partial_{\underline{x}} \cdot \underline{B} = 0$ erfüllt ist.

iii. Skizzieren oder plotten Sie die Feldlinien und die Äquipotentialflächen von $\underline{B}(\underline{r})$.

Klausurtermin (vorläufig): 3. August 2012 (2. Termin: 2. Oktober 2012)

Teilnahmevoraussetzungen: 50 % der Hausaufgabenpunkte. Zusätzlich muss in den Übungen einmal eine Aufgabe erfolgreich vorgerechnet werden. Es besteht jedoch keine Anwesenheitspflicht in den Übungen.

Fragen an:

Hendrik Kriegel	h.kriegel@tu-bs.de	Raum A 317

Link:

http://www.tu-braunschweig.de/theophys/edu/sose12/edyn12