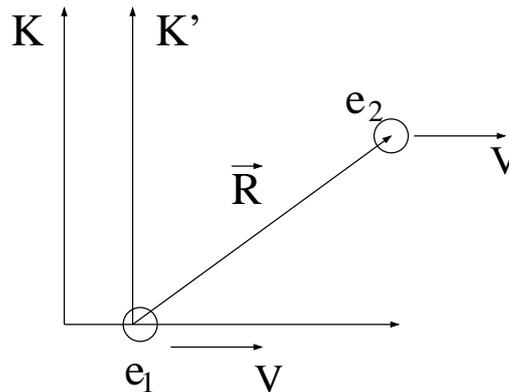


1. **Die Wechselwirkungskraft zwischen zwei bewegten Ladungen (6 Punkte)**

Berechnen Sie die Wechselwirkungskraft zwischen zwei Ladungen, die sich mit den gleichen Geschwindigkeiten V bewegen.

Hinweis:

Berechnen Sie die gesuchte Kraft als die auf die eine Ladung e_1 wirkende Kraft in dem Feld, das von der anderen Ladung e_2 erzeugt wird. Das Bezugssystem \mathbf{K} sei unbewegt. Die Ladung e_1 ruhe im Ursprung des bewegten Systems \mathbf{K}' .



2. **Doppelbrechung (8 Punkte)**

Wir betrachten die Ausbreitung ebener elektromagnetischer Wellen in einem homogenen, anisotropen Medium mit $\mu = 1$, das durch einen dielektrischen Tensor ϵ_{ij} mit den Eigenwerten ϵ_i , $i = x, y, z$ charakterisiert ist. Wählt man also die Hauptachsen des Tensors ϵ_{ij} als Koordinatenachsen, so gilt: $D_i = \epsilon_i E_i$. Es sei $\epsilon_x = \epsilon_y = \epsilon_{\perp}$, $\epsilon_z = \epsilon_{\parallel}$ (optisch einachsiges Medium).

(a) Zeige, dass für ebene Wellen mit Frequenz ω und Wellenvektor \mathbf{k} gilt:

$$\mathbf{k} \times (\mathbf{k} \times \mathbf{E}) + \frac{\omega^2}{c^2} \mathbf{D} = 0$$

(b) Zeige, dass für einen gegebenen Wellenvektor $\mathbf{k} = k\mathbf{n}$, $\mathbf{n} = (n_x, n_y, n_z)$, zwei verschiedene Ausbreitungsmoden mit verschiedenen Phasengeschwindigkeiten $v = \omega/k$ existieren, die die Beziehung

$$\sum_{i=x,y,z} \frac{n_i^2 v^2}{v^2 - v_i^2} = 0, \quad v_i = \frac{c}{\sqrt{\epsilon_i}}$$

erfüllen.

3. **Frequenz-Abhängigkeit der dielektrischen Funktion (6 Punkte)**

Ein einfaches Modell für die Frequenzabhängigkeit der dielektrischen Funktion $\epsilon = \epsilon(\omega)$ eines Mediums ist die Annahme, dass in einem äußeren elektrischen Feld \vec{E} die

Bewegung der Elektronen in jedem Atom des Mediums durch einen getriebenen gedämpften harmonischen Oszillator beschrieben werden können

$$m_e \partial_t^2 \vec{r} + \gamma \partial_t \vec{r} + m_e \omega_0^2 \vec{r} = e \vec{E}.$$

Bestimmen Sie mit $\vec{E} = \vec{E}_0 e^{i\omega t}$ und dem Dipolmoment $\vec{p} = e \vec{r}$ eines Atoms die dielektrischen Funktion des Mediums wenn die Dichte der Atome N/V ist.