

1. Lorentz-Invarianten (8 Punkte)

Betrachten Sie

$$F^{\mu\nu} = \partial^\mu A^\nu - \partial^\nu A^\mu$$

- (a) Wie transformiert sich $F^{\mu\nu}$ unter Lorentz-Transformation (LT)?
- (b) Wie transformierten sich \vec{E} und \vec{B} unter LT?
- (c) Drücken Sie $F_{\mu\nu}F^{\nu\mu}$ durch die Komponenten von \vec{E} und \vec{B} aus. Ist diese Größe ein Lorentz-Skalar?

2. Eichtransformationen (6 Punkte)

Diskutieren Sie das Vektorpotential $\vec{A} = e^{-t/\tau}(xy, -z^2, zx)$ mit $\tau > 0$.

- (a) Berechnen Sie die magnetische Induktion \vec{B} . Zeigen Sie, dass $\text{div}\vec{A} \neq 0$ ist.
- (b) Geben Sie eine Eichtransformation χ an, so dass $\vec{A}' = \vec{A} + \nabla\chi$ die transversale Eichung (auch Coulomb-Eichung genannt) erfüllt. Welche Bestimmungsgleichung muß χ erfüllen?
- (c) Durch die Angabe des Vektorpotentials ist das elektrische Feld \vec{E} noch nicht festgelegt. Nehmen Sie an, dass es keine Quellen gibt und ermitteln Sie \vec{E} .

3. Der Energie-Impuls Tensor (6 Punkte)

- (a) In der Vorlesung wurden einige Komponenten des Energie-Impuls-Tensor T_μ^ν berechnet. Berechnen Sie alle Komponenten.
- (b) Gegeben sei eine geladene Kugeloberfläche mit Radius R und Ladung $Q = \int_f \sigma d\vec{f}$ und $\sigma = \text{const}$ auf der Oberfläche. Berechnen Sie Energie-Impuls Tensor in diesem Fall.
- (c) Bestimmen Sie die Energie E und den Impuls \vec{P} . Nehmen Sie an, dass $Q = e$ die Ladung eines Elektrons ist. Wie groß ist R , wenn die Energie $E = m_e c^2$ die Ruheenergie des Elektrons wäre. Geben Sie den konkreten wert von R an!