

# Dekohärenz – vom Erscheinen der klassischen Welt

Rainer Müller

*Sektion Physik der Ludwig-Maximilians-Universität München  
Theresienstr. 37, D-80333 München*

## 1 Einleitung

Seit nunmehr siebzig Jahren dauert die Debatte um die Deutung der Quantenmechanik an. Der Lernende, der ein über die bloße Beherrschung des Formalismus hinausgehendes Verständnis sucht, sieht sich Schlagworten wie Schrödingers Katze, Wigners Freund, dem EPR-Paradoxon und der Vielwelten-Interpretation gegenübergestellt. Angesichts dieser Vielfalt ist es nicht verwunderlich, wenn der interessierte Neuling im Gestrüpp von teilweise miteinander unvereinbaren Interpretationen keine Orientierung findet und sich resignierend von einer tiefergehenden Beschäftigung mit den Inhalten der Quantenmechanik abwendet.

Ganz besonders von diesen Interpretationsschwierigkeiten geplagt ist die Theorie des quantenmechanischen Meßprozesses. Zwar ist man für praktische Zwecke mit der Bornschen Wahrscheinlichkeitsinterpretation für das Ergebnis von Messungen bestens bedient. Fragt man aber im Detail, was während und nach der Wechselwirkung zwischen Meßapparat und zu messendem Objekt abläuft, so merkt man schnell, daß hier die Zahl der widerstreitenden Erklärungsversuche besonders groß ist. In den letzten Jahren zeichnet sich jedoch ein weitgehender Konsens in der wissenschaftlichen Gemeinschaft ab, wie man dem Verständnis des Quantenmeßprozesses näher kommen könnte: über die Theorie der *Dekohärenz*. Ihr Kernpunkt ist, den Einfluß der immer vorhandenen natürlichen Umgebung auf die Entwicklung quantenmechanischer Systeme zu berücksichtigen. Beim Quantenmeßprozeß dürfen Objekt und Meßapparat nicht isoliert betrachtet werden, sondern müssen als mit ihrer Umgebung wechselwirkendes *offenes System* aufgefaßt werden. Auf diese Weise gelingt es, einige der hartnäckigen Probleme aufzulösen.

In den Anwendungsbereich der Theorie der Dekohärenz fällt aber nicht nur der Meßprozeß. Ein beinahe ebenso wichtiges Thema ist die Frage des Übergangs zwischen der mikroskopischen Quantenwelt und unserem klassischen, makroskopischen Erfahrungsbereich. Auch hier, wo Schrödingers Katzenparadoxon die Gemüter bewegt, läßt sich mit Hilfe der Dekohärenz Klarheit schaffen.

In diesem Artikel soll eine Einführung in das Konzept der Dekohärenz gegeben werden, in der gezeigt wird, wie sie zur Lösung der genannten Probleme beitragen kann und wo offene Fragen verbleiben, deren Diskussion noch nicht abgeschlossen ist.

## 2 Der quantenmechanische Meßprozeß

Um zu erkennen, wo die Schwierigkeiten mit der quantenmechanischen Beschreibung des Meßprozesses ihre Ursache haben, wollen wir die übliche Formulierung, die auf J. von Neumann [1] zurückgeht, genauer anschauen. Bei einer Messung tritt ein Meßgerät mit einem Objekt in Wechselwirkung, dessen Eigenschaften gemessen werden sollen. Diese Wechselwirkung muß den Zustand des Meßgerätes (z. B. die Zeigerstellung) so verändern, daß man an ihm die gewünschte Information über das Objekt ablesen kann. Die Frage ist nun: Kann die Quantenmechanik diesen Prozeß beschreiben?

In einem Gedankenexperiment betrachten wir ein einfaches Beispiel [2]: Das zu messende Objekt besitze zwei Zustände  $|+\rangle$  und  $|-\rangle$  (die beispielsweise die beiden Spinstellungen eines Elektrons repräsentieren können). Der Meßapparat habe ebenfalls nur zwei Zustände, die wir mit  $|M_+\rangle$  und  $|M_-\rangle$  bezeichnen wollen. Er soll so konstruiert sein, daß er von  $|M_-\rangle$  nach  $|M_+\rangle$  übergeht, wenn er das Objekt im Zustand  $|+\rangle$  vorfindet und in  $|M_-\rangle$  bleibt, wenn das Objekt in  $|-\rangle$  ist:

$$|+\rangle|M_-\rangle \rightarrow |+\rangle|M_+\rangle, \quad |-\rangle|M_-\rangle \rightarrow |-\rangle|M_-\rangle. \quad (1)$$

Die beiden „Spins“ stehen am Ende also parallel; der zweite wirkt als „Zeiger“, der die Stellung des ersten anzeigt. Dieser durch Pfeile symbolisierte Übergang soll mittels der gewöhnlichen quantenmechanischen Zeitentwicklung ablaufen, das heißt er wird durch die Schrödingergleichung mit einem geeigneten Wechselwirkungs-Hamiltonoperator  $H_I$  zwischen Objekt und Meßapparat beschrieben.

Wie geht mit diesen Hilfsmitteln eine Messung des Objektspins vonstatten? Wir präparieren den Meßapparat im Zustand  $|M_-\rangle$ . Das zu messende Objekt soll sich in einem Superpositionszustand  $a|+\rangle + b|-\rangle$  befinden (wobei  $|a|^2 + |b|^2 = 1$ ). Der Gesamtzustand von Objekt und Meßgerät ist also anfänglich

$$|\psi_0\rangle = [a|+\rangle + b|-\rangle]|M_-\rangle. \quad (2)$$

Den Zustand  $|\psi_1\rangle$  nach der Wechselwirkung zwischen Objekt und Apparat findet man wegen der Linearität der Schrödingergleichung leicht aus (1):

$$|\psi_1\rangle = a|+\rangle|M_+\rangle + b|-\rangle|M_-\rangle. \quad (3)$$

In (3) sind Objekt und Apparat *korreliert*: Jedem Wert des Objektspins entspricht die dazugehörige „Zeigerstellung“ des Meßapparates. In diesem Sinn hat unser Experiment das gewünschte Ziel erreicht.

Weshalb ist (3) dennoch nicht akzeptabel für die Beschreibung eines Meßprozesses? Von einer Messung erwartet man, daß man anschließend am Zustand des Apparates ablesen kann, welches Resultat sie ergeben hat: Der „Zeiger“ muß auf + oder – stehen. Der Meßapparat soll sich also definitiv in einem der Zustände  $|M_+\rangle$  oder  $|M_-\rangle$  befinden. Das trifft für  $|\psi_1\rangle$  aber nicht zu. Im Gegenteil: Man kann dem Meßapparat in (3) noch nicht einmal einen eigenen Zustand zuschreiben. Die Wellenfunktion läßt sich nicht als Produkt (Wellenfunktion des Objekts)  $\times$  (Wellenfunktion des Apparats) schreiben. Einen solchen Zustand nennt man *verschränkt*. Das so verursachte Fehlen eines eindeutigen Meßergebnisses ist es, was  $|\psi_1\rangle$  unbrauchbar zur Beschreibung einer vollständigen Messung macht.

### 3 Die Reduktion der Wellenfunktion

Diese Schwierigkeit führte von Neumann [1] zu der Hypothese, daß mit dem Aufbau der Korrelationen zwischen Objekt und Meßapparat in (3) nur der erste Teil der Messung abgeschlossen sei. Er postulierte zusätzlich einen völlig neuen Prozeß, der nur bei einer Messung in Erscheinung tritt: die *Zustandsreduktion* (auch unter dem Namen „Kollaps der Wellenfunktion“ bekannt). Durch sie springt die Wellenfunktion (3) abrupt in einen der Zustände  $|\psi_+\rangle = |+\rangle|M_+\rangle$  oder  $|\psi_-\rangle = |-\rangle|M_-\rangle$ . Dies geschieht in stochastischer Weise mit den Wahrscheinlichkeiten  $|a|^2$  für  $|\psi_+\rangle$  und  $|b|^2$  für  $|\psi_-\rangle$ . Nach der Reduktion befinden sich System und Meßapparat in wohlbestimmten Zuständen, in Einklang mit der oben gestellten Forderung und auch mit der quantenmechanischen Wahrscheinlichkeitsinterpretation. Insofern scheint die von Neumannsche Zustandsreduktion zu einer befriedigenden Beschreibung des quantenmechanischen Meßprozesses zu führen.

In der Tat ist sie in den Jahren seit 1932 zum Bestandteil der akzeptierten Lehrmeinung geworden, ohne daß sich allerdings ein gewisses Mißfallen darüber jemals verloren hätte. Um dieses Unbehagen zu verstehen, muß man sich eine wichtige Tatsache vergegenwärtigen: Die Zustandsreduktion ist ein ad hoc eingeführter Prozeß, der sich nicht durch die Schrödingergleichung beschreiben läßt (die nur unitäre Zeitentwicklung zuläßt). In der Quantenmechanik gibt es also zwei Dynamiken, deren Charakter fundamental verschieden ist: (a) die deterministische Entwicklung gemäß der Schrödingergleichung und (b) die diskontinuierliche Zustandsreduktion, die das stochastische Element in die Theorie einführt. Letztere findet nur bei einer Messung statt. Wir finden uns also in der irritierenden Situation, daß die Naturgesetze offenbar davon abhängen, ob ein Prozeß eine Messung ist oder nicht. Es ist nicht übertrieben, die Klärung dieses Sachverhalts als das heutzutage zentrale Problem in der Interpretation der Quantenmechanik zu bezeichnen.

Ein naheliegender Einwand gegen das von Neumannsche Konzept der zwei Dynamiken ist der folgende: Könnte die Wellenfunktion (3) nicht einen Zustand repräsentieren, bei dem das Meßergebnis längst feststeht, wir aber noch keine Kenntnis davon genommen haben? Das Auftreten von beiden Zeigerstellungen  $|M_+\rangle$  und  $|M_-\rangle$  in (3) wäre dann nur auf unsere subjektive Unkenntnis über den Ausgang der Messung zurückzuführen. Die „Reduktion der Wellenfunktion“ bei einer Messung wäre in diesem Fall ein Ereignis, das diesen klassisch-statistischen Informationsmangel beseitigt, vergleichbar mit dem Aufheben eines Würfelbechers.

Um zu zeigen, daß dies für die Wellenfunktion (3) nicht zutrifft, müssen wir auf die Zustandsbeschreibung durch Dichtematrizen zurückgreifen (für eine Einführung in dieses Konzept siehe Kasten oder [3, 4]). Die Dichtematrix für den reinen Zustand (3) ist

$$\rho_c = |\psi_1\rangle\langle\psi_1| = \begin{pmatrix} |a|^2 & ab^* \\ a^*b & |b|^2 \end{pmatrix}. \quad (4)$$

Sie enthält Außerdiagonalelemente, das heißt im Zustand  $|\psi_1\rangle$  können die Komponenten  $|+\rangle|M_+\rangle$  und  $|-\rangle|M_-\rangle$  interferieren (s. Kasten). Im Gegensatz dazu wäre die Dichtematrix für die oben beschriebene Situation durch die diagonale Dichtematrix

$$\rho_d = p_+|+, M_+\rangle\langle+, M_+| + p_-|-, M_-\rangle\langle-, M_-| = \begin{pmatrix} p_+ & 0 \\ 0 & p_- \end{pmatrix} \quad (5)$$

für einen gemischten Zustand gegeben: Hier können die beiden Komponenten nicht interferieren, einfach weil nur jeweils eine von ihnen realisiert ist. Die Zustandsreduktion muß daher als ein physikalischer Prozeß angesehen werden, nicht als ein nur durch unser Unwissen bedingtes Phänomen.

Eine Anzahl von möglichen Erklärungen wurde vorgeschlagen, um die mysteriöse Zustandsreduktion in den Griff zu bekommen (schöne Übersichtsartikel findet man in [5, 6, 3]). Am bekanntesten ist wohl die Kopenhagener Interpretation, die im Kreis um Niels Bohr entstand. Hier wird der Quantenmechanik die universelle Gültigkeit abgesprochen. Sie gilt nicht für Meßapparate, die makroskopisch sind und immer durch die klassische Physik beschrieben werden müssen. Dann hat ein Meßapparat immer einen eindeutig bestimmten Zustand und das Meßproblem taucht nicht auf.

Ein anderer Vorschlag geht auf von Neumann [1] zurück und wurde von F. London und E. Bauer [7] sowie von E. P. Wigner [8] ausgearbeitet. Nach ihrer Auffassung liegt der eigentliche Grund für die Reduktion der Wellenfunktion im Bewußtsein des menschlichen Beobachters. Von den in (3) auftretenden Anteilen der Wellenfunktion wird genau einer ausgewählt, weil ich als Subjekt durch Introspektion feststellen kann, was ich bei der Beobachtung des Meßgerätes wahrnehme. Mein Bewußtsein sorgt also dafür, daß nur „die eine“ Wirklichkeit existiert.

Schließlich sei noch die Everettsche Vielwelteninterpretation [9] erwähnt. In ihr besitzen alle Komponenten der Wellenfunktion eine reale Existenz, allerdings in verschiedenen Welten. Bei jeder Messung spaltet sich das Universum in eine Anzahl von Welten auf. Jeder mögliche Ausgang der Messung ist realisiert und tritt in einem bestimmten Bruchteil aller Welten auf, der durch seine quantenmechanische Wahrscheinlichkeit gegeben ist. Eine Zustandsreduktion ist daher nicht nötig, was allerdings um den Preis der „ontologischen Verschwendungssucht“ [5] erkauft wird.

## 4 Der Einfluß der Umgebung: Dekohärenz

Wie kann die Theorie der Dekohärenz einen Ausweg aus diesem verzwickten Problemkreis liefern? Ihr Ausgangspunkt ist die Feststellung, daß in Wirklichkeit ein makroskopisches Objekt nie ganz isoliert ist, sondern immer mit seiner natürlichen Umgebung wechselwirkt, die eine große Zahl von Freiheitsgraden besitzt [2]. Diese Umgebung kann zum Beispiel die allgegenwärtige Wärmestrahlung sein, deren Photonenverteilung durch die Plancksche Formel bestimmt ist. Andere Beispiele sind die Wechselwirkung mit den umgebenden Gasmolekülen oder das gewöhnliche Licht, mit dem makroskopische Körper üblicherweise stark wechselwirken: Man kann sie sehen.

Aus diesem Grund darf man nicht erwarten, daß die Dynamik makroskopischer Körper durch die Schrödingergleichung korrekt beschrieben wird, die nur für abgeschlossene Systeme gilt. Nur das aus dem betrachteten Objekt und seiner Umgebung bestehende Gesamtsystem folgt daher der unitären Schrödinger-Zeitentwicklung. Das für sich allein genommene Objekt verliert seine quantenmechanische Kohärenz im Lauf der Zeit, weil es Korrelationen mit seiner Umgebung aufbaut. Diesen Prozeß nennt man *Dekohärenz*. Auf die Wichtigkeit der natürlichen Umgebung hat als einer der ersten H. D. Zeh [10] hingewiesen; die Theorie wurde später von W. H. Zurek und anderen weiterentwickelt.

Um den Dekohärenz-Prozeß etwas mehr im Detail zu betrachten, kommen wir auf die von Neumannsche Beschreibung des Meßprozesses (3) zurück. Auch hier hatten wir vorausgesetzt, daß gemessenes Objekt und Meßapparat zusammen als abgeschlossenes System betrachtet werden können und die Messung durch eine unitäre Zeitentwicklung beschrieben. Zumindest für einen Meßapparat, der seinen Namen verdient, ist diese Voraussetzung aber nicht erfüllt. Er ist normalerweise ein makroskopischer Körper mit vielen Freiheitsgraden, der intensiv mit seiner Umgebung wechselwirkt. Daher müssen wir diese Umgebung in unsere Beschreibung des Meßvorgangs einbeziehen und ordnen ihr einen Zustandsvektor  $|U\rangle$  zu.<sup>1</sup>

Der Anfangszustand des Gesamtsystems ist dann statt (2):

$$|\psi'_0\rangle = [a|+\rangle + b|-\rangle]|M_-\rangle|U_0\rangle. \quad (6)$$

Die Wechselwirkung zwischen Objekt und Meßapparat wird wieder durch (1) beschrieben und der Zustand nach der Messung ist (vgl. (3)):

$$|\psi'_1\rangle = a|+\rangle|M_+\rangle|U_+\rangle + b|-\rangle|M_-\rangle|U_-\rangle. \quad (7)$$

Hierbei wurde angenommen, daß durch die Wechselwirkung *Korrelationen* zwischen Objekt, Meßapparat und Umgebung aufgebaut wurden. Das heißt, daß zum Zustand  $|+, M_+\rangle$  von Objekt und Meßgerät ein anderer Umgebungszustand  $|U_+\rangle$  gehört als zu  $|-, M_-\rangle$ . Das dies so sein muß,

<sup>1</sup>Man könnte sich den Meßapparat auch aus einer mikroskopischen Sonde und einem makroskopischen Verstärkungs- und Ablesegerät zusammengesetzt denken. Dann kann schon das letztere aufgrund seiner vielen Freiheitsgrade auch ohne die Umgebung zur Dekohärenz führen.

wird unmittelbar einsichtig, wenn man bedenkt, daß die Zeigerstellungen des Meßapparates ja ablesbar, also makroskopisch verschieden sein müssen. Der Umgebung werden verschiedene Zustände des Meßapparates in unterschiedlicher Weise eingepreßt.

Welche physikalischen Konsequenzen ergeben sich daraus, daß wir die Umgebung in die Beschreibung des Meßprozesses miteinbezogen haben? Auf den ersten Blick sieht der Endzustand  $|\psi'_1\rangle$  aus (7) dem Endzustand  $|\psi_1\rangle$  aus (3) sehr ähnlich. Allerdings gibt es in (7) noch eine zusätzliche Komplikation zu überwinden: Dem aus Objekt und Meßapparat zusammengesetzten System kann keine eigene Wellenfunktion zugeschrieben werden. Das wird wieder durch die Korrelationen zwischen System und Umgebung verursacht ( $|U_+\rangle$  und  $|U_-\rangle$  unterscheiden sich). Es ist jedoch möglich, eine Größe einzuführen, die praktisch den gleichen Zweck erfüllt: die *reduzierte Dichtematrix* (siehe Kasten oder [4]). Sie geht aus (7) durch Spurbildung über die Umgebungsvariablen hervor:

$$\rho_{red} = \text{Sp}_U |\psi'_1\rangle\langle\psi'_1| = \sum_i \langle U_i | \psi'_1 \rangle \langle \psi'_1 | U_i \rangle, \quad (8)$$

wobei sich die Summe über ein vollständiges System von Umgebungszuständen  $|U_i\rangle$  erstreckt. Für alle Messungen am Teilsystem Objekt + Meßapparat liefert die reduzierte Dichtematrix die gleichen Werte wie der vollständige Zustand (7).

Die formalen Unterschiede, die sich in der theoretischen Beschreibung von Objekt und Meßapparat durch den reinen Zustand (3) einerseits und die reduzierte Dichtematrix (8) andererseits äußern, haben einen entscheidenden physikalischen Hintergrund. Der Zustand (3) beschreibt ein in sich *abgeschlossenes System*, das sich ungestört von äußeren Einflüssen entwickeln kann. Dagegen bezieht sich die reduzierte Dichtematrix auf ein ständig mit seiner Umgebung wechselwirkendes *offenes Teilsystem* eines größeren Gesamtsystems.

Die Spurbildung in (8) entspricht einer Mittelung über die unkontrollierbaren und unbeobachtbaren Freiheitsgrade der Umgebung, deren Einflüssen das System ausgesetzt ist. Physikalisch ist durchaus realistisch: Wenn wir Messungen vornehmen, zeichnen wir nicht auch die Position jedes einzelnen Gasteilchens der umgebenden Luft oder die Zahl der Photonen des elektromagnetischen Feldes auf.

Das Berücksichtigen der Umgebung und die Beschreibung von Objekt und Meßapparat als offenem System ist der entscheidende Schritt, den die Theorie der Dekohärenz gegenüber der von Neumannschen Beschreibung des Meßprozesses unternimmt. Werten wir nämlich die reduzierte Dichtematrix (8) für den Zustand (7) aus und benutzen, daß nach dem oben Gesagten die zu den Meßapparatstellungen  $|+\rangle$  und  $|-\rangle$  gehörigen Umgebungszustände orthogonal sind ( $\langle U_+ | U_- \rangle = 0$ ), so finden wir

$$\begin{aligned} \rho_{red} &= |a|^2 |+, M_+\rangle\langle+, M_+| + |b|^2 |-, M_-\rangle\langle-, M_-| \\ &= \begin{pmatrix} |a|^2 & 0 \\ 0 & |b|^2 \end{pmatrix}. \end{aligned} \quad (9)$$

Sie ist *diagonal* in der Basis  $\{|+, M_+\rangle, |-, M_-\rangle\}$ . Das bedeutet, daß diese beiden Zustände effektiv ihre Interferenzfähigkeit verloren haben (s. Kasten). Die Dichtematrix ist die gleiche wie (5) mit den klassischen Wahrscheinlichkeiten  $p_+ = |a|^2$  und  $p_- = |b|^2$ . Sie repräsentiert demnach einen Zustand des Systems, in dem die Alternative  $|+\rangle$  oder  $|-\rangle$  längst feststeht, wir aber noch keine Kenntnis davon genommen haben.

Der Verlust der Quantenkohärenz an die Umgebung hat dafür gesorgt, daß statt eines interferierenden Quantenproblems nur noch eine Situation der klassischen Statistik vorliegt, die unsere subjektive Unkenntnis ausdrückt. Bildlich gesprochen: Die Würfel sind gefallen. Alles, was zu tun bleibt, ist den Würfelbecher aufzuheben, um Aufschluß über das tatsächliche Ergebnis zu erlangen.

Der Prozeß der Dekohärenz hat den gleichen Effekt wie die von Neumannsche Reduktion der Wellenfunktion, läßt sich aber mit den Mitteln der Quantenmechanik erklären. Das Problem des quantenmechanischen Meßprozesses dürfte damit seiner Lösung ein gutes Stück näher gekommen sein. Trotzdem ist das Meßproblem noch nicht vollständig geklärt. Beispielsweise treten in der reduzierten Dichtematrix (9) alle möglichen Ergebnisse der Messung auf. Der Übergang zu einem einzelnen Meßwert wird nicht beschrieben. Ist es wirklich gerechtfertigt, diese Koexistenz verschiedener Ergebnisse, die wir als subjektive Unkenntnis über den Ausgang der Messung gedeutet haben, als Hinweis auf eine Vielwelten-Interpretation zu betrachten, wie einige Autoren vermuten [2, 11]? Fragen solcher Art müssen noch beantwortet werden, bevor das Meßproblem als abgeschlossen gelten kann.

## 5 Die ausgezeichnete Basis

Ein besonderer Umstand muß bei der Diskussion der Dekohärenz erwähnt werden. Die Wechselwirkung mit der Umgebung führt dazu, daß die reduzierte Dichtematrix (9) für unser betrachtetes System diagonal wird. Diese Aussage ist aber nicht basisunabhängig. Sie gilt nur in der speziellen Basis  $\{|+, M_+\rangle, |-, M_-\rangle\}$ , die wir in (9) benutzt haben. Man nennt sie die *Pointer-Basis* (Zeigerbasis). Wie kommt es zu dieser dynamischen Auszeichnung einer Basis? Der Grund liegt in der speziellen Wechselwirkung zwischen gemessenem Objekt, Meßapparat und Umgebung, die wir annehmen mußten, um von (6) nach (7) zu gelangen. Sie führt dazu, daß Superpositionen der Zuständen  $|+, M_+\rangle$  und  $|-, M_-\rangle$  aus der Pointer-Basis dynamisch instabil sind und kontinuierlich in gemischte Zustände reduziert werden. Durch den Mechanismus der Dekohärenz zerfällt also ein beliebig präpariertes System ohne weiteres Zutun in einen Zustand, der in der Pointer-Basis diagonal ist. Einmal dort angelangt, verbleibt es in diesem „effektiv klassischen“, nichtinterferierenden Zustand.

Das Auffinden der Pointer-Basis für ein gegebenes System kann nichttrivial sein; das Problem ist noch nicht in allen Einzelheiten geklärt. Die bisherigen Untersuchungen deuten darauf hin, daß die Pointer-Basis aus Eigenzuständen einer Observablen  $\Lambda$  besteht, die mit dem Wechselwirkungs-Hamiltonoperator vertauscht:  $[\Lambda, H_I] = 0$ . Wenn die Wechselwirkung mit der Umgebung dominiert, bleiben ihre Eigenzustände daher ungestört, während andere Zustände beeinflusst werden [2, 12].

## 6 Die Zeitskala der Dekohärenz

Wie wir gesehen haben, ist die Dekohärenz ein dynamischer Prozeß. Der durch die Wechselwirkung mit der Umgebung verursachte Zerfall der Außerdiagonalelemente in der reduzierten Dichtematrix (9) ist nicht wie bei der von Neumannschen Zustandsreduktion instantan, sondern er braucht eine gewisse Zeit. Diese Zeitdauer wird *Dekohärenz-Zeit* genannt. Eines der zentralen Probleme der Theorie ist die Abschätzung der Dekohärenz-Zeit für realistische Systeme. Das ist deshalb so kompliziert, weil in den Rechnungen, die den Prozeß beschreiben sollen, die Umgebung und ihre Wechselwirkung mit dem betrachteten System explizit einbezogen werden muß. Modelle, die dies versuchen, wurden unter anderem von Caldeira und Leggett [13], Joos und Zeh [14, 15] sowie von Unruh und Zurek [16, 17] untersucht. Es handelte sich immer um stark idealisierte Modellsysteme, an denen man die grundlegenden Züge der Dekohärenz abzulesen versuchte.

Als typisches Ergebnis fand man in diesen Untersuchungen, daß die durch die Außerdiagonalelemente der reduzierten Dichtematrix beschriebene quantenmechanische Kohärenz in einer Zeit zerfällt, die für makroskopische Körper sehr klein gegen alle anderen beteiligten Zeitskalen

ist. Als ein Beispiel für eine quantitative Abschätzung der Dekohärenz-Zeit geben wir die (unter gewissen Modellannahmen gültige) Formel

$$t_d = t_R \frac{\hbar^2}{2mk_B T (\Delta x)^2}. \quad (10)$$

Hierbei ist  $\Delta x$  der räumliche Abstand der beiden Komponenten eines Wellenpaketes, deren Dekohärenz betrachtet wird und  $t_R$  die Relaxationszeit des Systems, also die Zeitskala, auf der Anregungen weggedämpft werden. Man erkennt, daß die Dekohärenz-Zeit für massive Körper, für größere Abstände und für hohe Temperaturen klein wird. Für makroskopische Objekte bei nicht zu niedrigen Temperaturen erhält man immens kleine Dekohärenz-Zeiten. Für ein Staubkorn mit einem Radius von  $0,1 \mu\text{m}$  führt die Streuung an den Luftmolekülen dazu, daß Superpositionen von 1 mm entfernten Wellenpaket-Komponenten innerhalb von  $10^{-30}$  sec zerfallen [15]. Für alle praktischen Zwecke kann man dies als instantan betrachten. Die Dekohärenz findet praktisch kontinuierlich statt und führt zur klassischen Erscheinung unserer Erfahrungswelt.

Auf der anderen Seite kann wegen der inversen Massenabhängigkeit in (10) die Dekohärenz-Zeit für echt mikroskopische Systeme (beispielsweise ein Elektron mit  $m \approx 10^{-30}$  kg) groß werden, so daß Quanteneffekte auftreten können. Schließlich sind auch makroskopische Quanteneffekt bei tiefen Temperaturen nicht ausgeschlossen.

## 7 Der Tod von Schrödingers Katze

In den vorangegangenen Abschnitten wurde die Dekohärenz vor allem in Verbindung mit dem Meßproblem diskutiert. Ebenso wichtig ist sie aber auch in einem anderen Zusammenhang: dem Problem, wie man die klassische Erscheinung unserer makroskopischen Erfahrungswelt in Einklang mit den Gesetzen der Quantenmechanik bringen kann. Einer der fundamentalen quantenmechanischen Grundsätze ist das Superpositionsprinzip. Es besagt, daß eine kohärente Überlagerung zweier physikalisch möglicher Zustände wieder ein möglicher Zustand ist. Genau dieses Prinzip scheint in der makroskopischen Physik aber nicht zu gelten. Am eindrucklichsten hat Schrödinger [18] das Problem in seinem berühmten Katzenparadoxon formuliert (eine Sammlung von Aufsätzen zu den verschiedenen Aspekten des Themas findet sich in [19]):

„Man kann auch ganz burleske Fälle konstruieren. Eine Katze wird in eine Stahlkammer gesperrt, zusammen mit folgender Höllenmaschine (die man gegen den direkten Zugriff der Katze sichern muß): in einem Geigerschen Zählrohr befindet sich eine winzige Menge radioaktiver Substanz, so wenig, daß im Lauf einer Stunde vielleicht eines von den Atomen zerfällt, ebenso wahrscheinlich aber auch keines; geschieht es, so spricht das Zählrohr an und betätigt über ein Relais ein Hämmerchen, das ein Kölbchen mit Blausäure zertrümmert. Hat man dieses ganze System eine Stunde lang sich selbst überlassen, so wird man sich sagen, daß die Katze noch lebt, wenn inzwischen kein Atom zerfallen ist. Der erste Atomzerfall würde sie vergiften haben. Die  $\psi$ -Funktion des ganzen Systems würde das so zum Ausdruck bringen, daß in ihr die lebende und die tote Katze zu gleichen Teilen gemischt oder verschmiert sind.“

Nun ist es eine evidenten Erfahrungstatsache, daß wir solche Überlagerungen von toten und lebenden Katzen in Wirklichkeit nicht wahrnehmen. Wir können uns noch nicht einmal recht vorstellen, wie denn eine solche Superposition aussehen würde. Unsere Erfahrungswelt ist rein klassisch. Das Paradoxon besteht darin, daß hier die Quantenmechanik, die ja eine universelle Gültigkeit beansprucht, scheinbar zu Vorhersagen führt, die in eklatantem Widerspruch zu unserer täglichen Erfahrung stehen.

Ein anderes, auf Fermi zurückgehendes Beispiel wird von Murray Gell-Mann beschrieben [20]: Wenn die Quantenmechanik tatsächlich makroskopische Superpositionszustände zuläßt,

warum ist dann die Wellenfunktion des Planeten Mars nicht entlang seiner Bahn verschmiert? Nachdem Wellenpakete in der Quantenmechanik zerfließen und der Mars schon seit geraumer Zeit auf seiner Bahn kreist, ist es nicht offensichtlich, weshalb wir ihn immer als lokalisiertes Objekt wahrnehmen.

Nach dem oben Erörterten können wir die Auflösung dieser Paradoxa verstehen: Katze und Mars sind makroskopische Systeme, die auf vielfältige Weise mit ihrer Umgebung wechselwirken. Die Katze z. B. streut Licht, gibt Wärmestrahlung ab und beeinflusst die stoßenden Luftmoleküle. Durch diese Wechselwirkung wird sie mit der Umgebung stark korreliert. Da makroskopisch verschiedene Umgebungszustände zur Dekohärenz führen, werden Superpositionen verschiedener Katzenzustände praktisch instantan zerfallen (in der Dekohärenz-Zeit). Die Katze ist tot oder lebendig; Überlagerungen oder Interferenzen dieser beiden Zustände werden nicht beobachtet.

Auf diese Weise erklärt die Dekohärenz, warum sich makroskopische Systeme effektiv klassisch verhalten. Die Erscheinung unserer Erfahrungswelt läßt sich auf der Grundlage der Quantenmechanik verstehen, obwohl sie zunächst unvereinbar scheinen – im Wortsinn eine „Rettung der Phänomene“.

## 8 Schlußüberlegungen

Der einfache Grundgedanke der Dekohärenz, daß ein System nicht isoliert von seiner natürlichen Umgebung betrachtet werden darf, hat sich als überraschend fruchtbar erwiesen. Dem quantenmechanischen Meßproblem konnten neue Impulse gegeben werden, Schrödingers Katzenparadoxon wurde aufgelöst. Sind damit alle Fragen beantwortet, die sich im Zusammenhang mit der Dekohärenz stellen? Bei weitem nicht. Die vordringliche Aufgabe der Forschung besteht darin, anstatt der bisher untersuchten, möglichst einfach zu lösenden Modell realitätsnähere Probleme zu behandeln. So könnten sich auch Anhaltspunkte für eine experimentelle Überprüfung des bisher rein theoretischen Konzeptes ergeben. Auch das Problem des Meßprozesses ist trotz der erwähnten Fortschritte noch nicht abschließend geklärt.

Wie immer diese Fragen auch beantwortet werden mögen; es steht fest, daß die Dekohärenz aus zukünftigen Debatten um die Grundlagen der Quantenmechanik nicht mehr wegzudenken sein wird.

## Kasten: Die Dichtematrix

### *a) Vollständig und unvollständig bekannte Systeme*

Gewöhnlich beschreibt man den Zustand eines quantenmechanischen Systems durch seine Wellenfunktion  $|\psi\rangle$ . Sie enthält die vollständige Information über das System, die man in Übereinstimmung mit den quantenmechanischen Unbestimmtheitsrelationen erlangen kann. Um diese Information zu erhalten, muß man Messungen an einem vollständigen Satz vertauschender Observablen durchführen (bei einem freien Elektron etwa den Ort und die  $z$ -Komponente des Spins bestimmen).

Wie beschreibt man aber das System, wenn diese maximale Information nicht zur Verfügung steht? So könnte man den Ort des Elektrons gemessen haben, nicht aber seinen Spin. Es ist dann nicht bekannt, in welchem der Spinzustände  $|+\rangle$  oder  $|-\rangle$  sich das Elektron befindet. In diesen Fällen, wo man es nicht mit einem einzelnen *reinen Zustand*, sondern mit einem inkohärenten

*statistischen Gemisch* verschiedener Zustände zu tun hat, muß man zu statistischen Methoden übergehen, um das System zu beschreiben (siehe auch [3, 4]).

Beim Beispiel des Elektrons können wir nur aussagen, daß sein Zustand entweder  $|+\rangle$  mit der Wahrscheinlichkeit  $p_+$  oder  $|-\rangle$  mit der Wahrscheinlichkeit  $p_-$  ist. Es muß dabei gelten  $p_+ + p_- = 1$ . Bei vollständiger Unkenntnis des Spins sind  $p_+$  und  $p_-$  gleich groß, daher  $p_+ = p_- = \frac{1}{2}$ .

Es ist nun nicht weiter kompliziert, den Mittelwert einer beliebigen Observablen für ein solches statistisches Gemisch zu berechnen. Man muß lediglich nach den Regeln der klassischen Wahrscheinlichkeitsrechnung die mit  $p_{\pm}$  gewichtete Summe der (quantenmechanischen) Einzelmittelwerte bilden:

$$\langle A \rangle_{\text{Gemisch}} = p_+ \langle +|A|+ \rangle + p_- \langle -|A|- \rangle. \quad (11)$$

Eine elegante Beschreibung für diesen Vorgang erhält man durch Einführen der *Dichtematrix*

$$\rho = \begin{pmatrix} p_+ & 0 \\ 0 & p_- \end{pmatrix} = p_+ |+\rangle\langle +| + p_- |-\rangle\langle -|. \quad (12)$$

Mit ihrer Hilfe kann man nämlich den Mittelwert (11) berechnen, indem man die beiden Matrizen  $\rho$  und  $A$  multipliziert und die Spur der Produktmatrix  $\rho \cdot A$  bildet (d. h. ihre Diagonalelemente addiert):

$$\langle A \rangle = \text{Sp}(\rho \cdot A) = (\rho \cdot A)_{++} + (\rho \cdot A)_{--}. \quad (13)$$

#### b) Interpretation der Dichtematrix

Für das Verständnis der Quantenstatistik ist es von großer Wichtigkeit, sich die beiden Wahrscheinlichkeitskonzepte klarzumachen, die dabei nebeneinander auftreten: zum einen die der Quantenmechanik inhärente Wahrscheinlichkeitsinterpretation, die nur probabilistische Aussagen für das Ergebnis von Messungen zuläßt und durch zusätzliche Messungen nicht zu überwinden ist, zum andern sind wir durch unsere subjektive Unkenntnis, die durch zusätzliche Messungen zu beseitigen wäre, dazu gezwungen, auf statistische Methoden zurückzugreifen.

Der Unterschied läßt sich am besten verdeutlichen, wenn wir die Dichtematrix

$$\rho = \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & 0 \\ 0 & \frac{1}{2} \end{pmatrix} \quad (14)$$

für ein statistisches Gemisch der beiden Zustände  $|+\rangle$  und  $|-\rangle$  mit  $p_+ = p_- = \frac{1}{2}$  vergleichen mit derjenigen des reinen Zustandes  $|\phi\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|+\rangle + |-\rangle)$ , der eine kohärente Überlagerung von  $|+\rangle$  und  $|-\rangle$  darstellt:

$$\rho' = |\phi\rangle\langle\phi| = \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{pmatrix}. \quad (15)$$

Man sieht, daß in der Dichtematrix (15) des reinen Zustands Außerdiagonalelemente auftreten, die in (14) Null sind. Sie sind für die Interferenzfähigkeit zwischen  $|+\rangle$  und  $|-\rangle$  verantwortlich. Das erkennt man, wenn man den Mittelwert (13) einer Observablen  $A$  für die beiden Dichtematrizen (14) und (15) bildet:

$$\langle A \rangle_{\text{Gemisch}} = \text{Sp}(\rho \cdot A) = \frac{1}{2} (\langle +|A|+ \rangle + \langle -|A|- \rangle), \quad (16)$$

$$\langle A \rangle_{\text{rein}} = \text{Sp}(\rho' \cdot A) = \frac{1}{2} (\langle +|A|+ \rangle + \langle -|A|- \rangle + \langle +|A|- \rangle + \langle -|A|+ \rangle). \quad (17)$$

Die beiden Ausdrücke unterscheiden sich durch das Auftreten der Interferenzterme zwischen  $|+\rangle$  und  $|-\rangle$  in (17). Sie kommen gerade durch die Außerdiagonalelemente in (15) zustande, die deshalb auch als *Kohärenzen* bezeichnet werden.

Die physikalische Interpretation der Diagonalelemente wird klar, wenn man die Elemente der Matrix (12) betrachtet:  $\rho_{++}$  gibt die Wahrscheinlichkeit an, bei einer Messung den Zustand  $|+\rangle$  zu finden. Daher nennt man die Diagonalelemente der Dichtematrix *Populationen*.

### c) Quantenmechanische Beschreibung eines Teilsystems

Oftmals betrachtet man in der Quantenmechanik ein gekoppeltes System, das aus zwei Teilsystemen I und II zusammengesetzt ist. Der Zustandsvektor des Gesamtsystems kann aus Produkten der einzelnen Wellenfunktionen gebildet werden<sup>2</sup>

$$|\psi\rangle = \sum_{ij} c_{ij} |\psi_i^I\rangle |\psi_j^{II}\rangle \quad (18)$$

Wenn die beiden Systeme in Wechselwirkung stehen, ist es im allgemeinen nicht möglich, jedem Teilsystem einen Zustandsvektor zuzuschreiben. Dies wird durch die Korrelationen verursacht, die durch die Wechselwirkung zwischen I und II aufgebaut werden. Sie führen dazu, daß die beiden Teilsysteme nicht unabhängig voneinander sind, der Zustand von System I also von dem Zustand von II abhängt und umgekehrt. Die Wellenfunktion (18) ist *verschränkt*.

Wenn es auch nicht möglich ist, einen Zustandsvektor zur Beschreibung von Teilsystem I allein zu benutzen, so kann man doch eine Größe einführen, die das gleiche leistet: die *reduzierte Dichtematrix*  $\rho_{red}$ , die man aus dem Gesamtzustand (18) durch Spurbildung über die Freiheitsgrade von Teilsystem II erhält [4]:

$$\rho_{red} = \text{Sp}_{II}(|\psi\rangle\langle\psi|) = \sum_k \langle\psi_k^{II}|\psi\rangle\langle\psi|\psi_k^{II}\rangle, \quad (19)$$

wobei sich die Summe über ein vollständiges System von Zuständen des Systems II erstreckt. Wegen der Spur über II in (19) wirkt  $\rho_{red}$  allein im Zustandsraum von I. Dort erfüllt sie ihre Aufgabe aber vollständig: Beschränkt man sich auf Observablen  $A_I$ , die sich nur auf Teilsystem I beziehen, erlaubt sie die Berechnung aller Mittelwerte derart, als ob nur Teilsystem I in Isolation vorhanden wäre und die Dichtematrix  $\rho_{red}$  besäße – das heißt mit (13) und Spurbildung über I:

$$\langle A_I \rangle = \text{Sp}_I(\rho_{red} \cdot A_I). \quad (20)$$

Man erhält so für alle physikalischen Größen die gleichen Werte wie mit der vollen Wellenfunktion (18) und Spurbildung über beide Teilsysteme:  $\langle A_I \rangle = \text{Sp}_{I,II}(|\psi\rangle\langle\psi| A_I)$ . Bedenkt man, daß Teilsystem II unter Umständen sehr viele Freiheitsgrade besitzen kann, wird man auch den praktischen Nutzen von  $\rho_{red}$  zu schätzen wissen.

## Literatur

- [1] J. von Neumann, *Mathematische Grundlagen der Quantenmechanik* Springer, Berlin 1932.
- [2] W. H. Zurek, Phys. Today, **44**, Okt. 1991, S. 36.
- [3] A. Schenzle, Physik in unserer Zeit **25** Nr. 1 (1994), S. 9.
- [4] C. Cohen-Tannoudji, B. Diu und F. Laloe, Quantum Mechanics, Vol. I, Wiley and Hermann, Paris 1977, Complement E<sub>III</sub>.
- [5] B. Kanitscheider, PdN-Ph. 2/39 (1990), S. 10.

---

<sup>2</sup>Genauer gesprochen handelt es sich um die direkten oder Tensorprodukte  $|\psi_i^I\rangle \otimes |\psi_j^{II}\rangle$  (vgl. [4])

- [6] K. Baumann, R. U. Sexl (Hrsg.): *Die Deutungen der Quantentheorie*, Vieweg (Braunschweig), 1984.
- [7] F. London, E. Bauer, La théorie de l'observation en mécanique quantique, Hermann, Paris 1929, wiederabgedruckt in: J. A. Wheeler, W. H. Zurek (Hrsg.), *Quantum theory and measurement*, Princeton University Press, Princeton 1983.
- [8] E. P. Wigner, in I. J. Good (Hrsg.): *The Scientist Speculates*, Basic Books, New York 1962.
- [9] H. Everett, Rev. Mod. Phys. **29**, 454 (1957).
- [10] H. D. Zeh, Found. Phys. **1**, 69 (1970).
- [11] W. H. Zurek, Prog. Theor. Phys. **89**, 281 (1993).
- [12] W. H. Zurek, Phys. Rev. D **24**, 1516 (1981); **26**, 1862 (1982).
- [13] A. O. Caldeira, A. J. Leggett, Physica A **121**, 587 (1983).
- [14] E. Joos and H.D.Zeh, Z.Phys. **B 59**, 223 (1985).
- [15] E. Joos, Philosophia Naturalis **27** (1990), 31.
- [16] W. G. Unruh and W. H. Zurek, Phys. Rev. D **40**, 1071 (1989).
- [17] W.H.Zurek, in: *Frontiers of Nonequilibrium Statistical Physics*, ed. by G.T.Moore and M.T.Scully, Plenum, 1986.
- [18] E. Schrödinger, Naturwiss. **23**, 807, 823, 844.
- [19] J. Audretsch, K. Mainzer (Hrsg.), *Wieviele Leben hat Schrödingers Katze?*B.I.-Wiss.-Verl., Mannheim 1990.
- [20] M. Gell-Mann, *Das Quark und der Jaguar*, Piper, München 1994.