



62. Relativistische Energie-Impuls-Beziehung

Beweisen Sie die relativistische Energie-Impuls-Relation

$$E^{\text{kin}} = \sqrt{\underline{p}^2 c^2 + m_0^2 c^4} \quad \text{mit} \quad \underline{p} = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \underline{v} \quad .$$

63. Zentraler Stoß, relativistische Betrachtung

Im folgenden bezeichnen wir mit T die Differenz aus der kinetischen Energie E^{kin} und der Ruheenergie $E_0 = m_0 c^2$ der Teilchen, so daß gilt:

$$E^{\text{kin}} = T + m_0 c^2 \quad .$$

Betrachten Sie den zentralen, eindimensionalen Stoß eines Elektrons der Energie T_{vor}^e mit einem Proton. Welche Energie T_{vor}^e muß das Elektron vor dem Stoß haben, damit das Proton nach dem Stoß die Energie $T_{\text{nach}}^p = 0.5 T_{\text{vor}}^e$ hat? Betrachten Sie den Stoß in dem Inertialsystem, in dem das Proton vor dem Stoß ruht.

64. Kugelkondensator mit Dielektrikum

Wir betrachten einen Kugelkondensator mit Innenradius R_i und Außenradius R_a , dessen Mittelpunkt im Ursprung des Koordinatensystems liegt. Die Kugelschalen tragen die Ladungen $(+Q)$ bzw. $(-Q)$. Der Bereich zwischen den Kugelschalen sei mit einem Dielektrikum gefüllt, dessen Dielektrizitätszahl $\epsilon = \epsilon(r)$ eine Funktion des Abstands vom Mittelpunkt ist.

- (a) Ermitteln Sie die dielektrische Verschiebung \underline{D} und das elektrische Feld \underline{E} im gesamten Raum. Geben Sie außerdem die Kapazität $C = Q/\delta\Phi$ des Kondensators an. Mit $\delta\Phi$ wird die Potentialdifferenz zwischen den beiden Kugelschalen bezeichnet.
- (b) Bestimmen Sie die Energiedichte $u(\underline{r})$ im Inneren des Kondensators. Welche Energie U ist insgesamt im Kondensator gespeichert?
- (c) Wir betrachten nun ein konkretes Beispiel:

$$\epsilon(r) = \begin{cases} \epsilon_1 & \text{für } R_i < r < \frac{1}{2}(R_a - R_i) + R_i \\ \epsilon_2 & \text{sonst} \end{cases} \quad .$$

Geben Sie \underline{D} , \underline{E} , C und U für diesen Spezialfall an.