INSTITUT FÜR THEORETISCHE PHYSIK
TECHNISCHE UNIVERSITÄT BRAUNSCHWEIG

Prof. Dr. U. Motschmann
Dipl.-Phys. S. Simon

KLASSISCHE FELDTHEORIE | SOSE 2006

18. Übungsblatt | Abgabe: keine, Besprechung in den Übungen am 28.06.06

**Fragen zu den Übungsaufgaben:** S. Simon, Raum A317, Tel. 391-5187, sven.simon@tu-bs.de

55. **Lorentz-Transformation I: Allgemeine Lorentz-Transformation**
Zum Zeitpunkt $t = t' = 0$ haben zwei Inertialsysteme $\Sigma$ und $\Sigma'$ den gleichen Ursprung und parallele $x_3$-Achsen. Der Winkel zwischen der $x_1$- und der $x'_1$-Achse beträgt $\alpha > 0$ bei $t = t' = 0$. Geben Sie die Lorentz-Transformation zwischen diesen beiden Inertialsystemen an, wobei die Relativgeschwindigkeit aus der Sicht von $\Sigma$ durch $\underline{v} = v_0 \underline{e}_1$ gegeben ist.

56. **Lorentz-Transformation II: Die Rapidität**
Die spezielle Lorentz-Transformation schreibt man häufig (hier nur die $\xi^1$- und $\xi^4$-Komponenten) als

$$\mathcal{L}(\beta) = \begin{pmatrix} \cosh(\psi) & ? \\ ? & ? \end{pmatrix} \quad ; \quad \psi = \operatorname{arctanh}(?) \quad ; \quad \beta = v/c \quad . \qquad (\Diamond)$$

Die Größe $\psi$ wird als *Rapidität* bezeichnet.
Wodurch müssen die Fragezeichen ersetzt werden? Zwei aufeinanderfolgende Transformationen sollten $\mathcal{L}(\beta_1)\mathcal{L}(\beta_2) = \mathcal{L}(\beta)$ erfüllen. Hat $\mathcal{L}(\beta)$ wieder die Form $(\Diamond)$? Wie hängt $\beta$ dann von $\beta_1, \beta_2$ ab? Bleibt $\beta < 1$ selbst für $\beta_1, \beta_2 \to 1$ erfüllt?

57. **Lorentz-Tensoren**
Es soll das Rechnen im Tensor-Kalkül geübt werden.
    (a) Zeigen Sie, daß die Minkowski-Metrik $g_{ij}$ invariant unter Lorentz-Transformationen ist. Es reicht, nur spezielle Lorentz-Transformationen zu betrachten.
    (b) Zeigen Sie: Die Spur $\mathrm{tr}(\underline{\underline{C}}) = C^i{}_i$ eines Lorentz-Tensors $\underline{\underline{C}}$ zweiter Stufe ist ein Lorentz-Skalar.
    (c) Die Beziehung $A^i = C^{ij} B_j$ gelte in jedem Inertialsystem, wobei $A^i, B^i$ die kontravarianten Komponenten von Lorentz-Vektoren sind. Folgern Sie, daß dann $C^{ij}$ die kontravarianten Komponenten eines Lorentz-Tensors zweiter Stufe sind.