INSTITUT FÜR THEORETISCHE PHYSIK
TECHNISCHE UNIVERSITÄT BRAUNSCHWEIG

Prof. Dr. U. Motschmann
Dipl.-Phys. S. Simon

KLASSISCHE FELDTHEORIE SoSe 2006

12. Übungsblatt Abgabe: keine, Besprechung in den Übungen am 31.05.06

Fragen zu den Übungsaufgaben: S. Simon, Raum A317, Tel. 391-5187, sven.simon@tu-bs.de

42. **Brechung und Reflexion an einer ebenen Grenzfläche I: TM-Welle**
Eine ebene elektromagnetische Welle

$$\underline{E} = \underline{E}_0\, e^{i(\underline{k}\cdot\underline{r}-\omega t)} \quad ; \quad \underline{B} = \frac{1}{\omega}\,\underline{k}\times\underline{E}$$

treffe bei $x_3 = 0$ auf die ebene Grenzfläche zwischen zwei homogenen und isotropen Dielektrika mit den Dielektrizitätskonstanten $\epsilon_1 \neq 1, \epsilon_2 \neq 1$ und den Permeabilitäten $\mu_1 = \mu_2 = 1$. Der Normalenvektor der Grenzfläche sei $\underline{e}_3$. Die einfallende Welle komme aus dem Medium 1. Verwenden Sie für die reflektierte und die transmittierte Welle den Ansatz

$$\underline{E}^{R,T} = \underline{E}_0^{R,T}\, e^{i(\underline{k}^{R,T}\cdot\underline{r}-\omega^{R,T}t)} \quad .$$

(a) Folgern Sie aus den Maxwellschen Gleichungen, daß es zwei unabhängige Sätze von Lösungen gibt: die *TM-Welle* ($\underline{B} \perp \underline{k}, \underline{e}_3$) und die *TE-Welle* ($\underline{E} \perp \underline{k}, \underline{e}_3$) (TE: transversal-elektrische Welle, TM: transversal-magnetische Welle).

(b) Verwenden Sie die Randbedingungen für die Felder bei $x_3 = 0$, um Bestimmungsgleichungen für die Amplituden $\underline{E}_0^R$ und $\underline{E}_0^T$ der reflektierten und der transmittierten Welle aufzustellen. Ermitteln Sie für die TM-Welle die Verhältnisse $t = |\underline{E}_0^T|/|\underline{E}_0|$ und $r = |\underline{E}_0^R|/|\underline{E}_0|$ und stellen Sie diese als Funktion von α (Einfallswinkel) und von ϵ_1 bzw. ϵ_2 dar. Plotten Sie $R = r^2$ und $T = 1 - R$ als Funktion des Einfallswinkels α für $\epsilon_1 = 2, \epsilon_2 = 5$ und $\epsilon_1 = 2, \epsilon_2 = 1.2$. Diskutieren Sie den Verlauf.

(c) In Teilaufgabe (b) sollte sich für die reflektierte Welle

$$\frac{E_0^R}{E_0} = \frac{\epsilon_2\cos\alpha - \sqrt{\epsilon_1}\sqrt{\epsilon_2 - \epsilon_1\sin^2\alpha}}{\epsilon_2\cos\alpha + \sqrt{\epsilon_1}\sqrt{\epsilon_2 - \epsilon_1\sin^2\alpha}}$$

ergeben, wobei α den Einfallswinkel der Welle bezeichnet. Bestimmen Sie aus dieser Beziehung den *Brewster-Winkel* α_B. Das ist derjenige Einfallswinkel, bei dem die reflektierte Welle verschwindet.

(d) Nehmen Sie an, eine beliebig polarisierte Welle falle unter dem Brewster-Winkel α_B auf die Grenzfläche ein. Welche Polarisation beobachtet man dann im reflektierten Strahl und in welche Richtung zeigt $\underline{E}^R$?

(e) Betrachten Sie den Fall, daß das Licht vom optisch dichteren auf das optisch dünnere Medium einfällt ($\epsilon_2 < \epsilon_1$). Bestimmen Sie denjenigen Winkel α_{total}, ab dem Totalreflexion eintritt. Zeigen Sie, daß k_3^T für $\alpha > \alpha_{total}$ imaginär wird und daß die reflektierte Welle und die transmittierte Welle im Fall der Totalreflexion jeweils eine Phasenverschiebung δ^R, δ^T bezogen auf die einfallende Welle aufweisen. Ermitteln Sie δ^R und δ^T als Funktion von $\epsilon_1, \epsilon_2, \alpha$. Geben Sie reelle Lösungen für $\underline{E}^T(\underline{r}, t)$ und $\underline{B}^T(\underline{r}, t)$ für $\alpha > \alpha_{total}$ an. Berechnen Sie im Bereich der Totalreflexion den Poynting-Vektor $\underline{\Pi}^T$ im Medium 2 sowie den zeitlichen Mittelwert von Π_3^T.
Hinweis: Bei der Mittelwertbildung können Sie sich auf die Stelle $x_1 = 0$ beschränken.