

## Übungen zur Vorlesung: "Plasmaphysik"

Blatt 12

Wintersemester 2014

---

Besprechung: 21. Januar 2015

---

### Aufgabe 20: Stoßwellen

Betrachten Sie eine supersonische, magnetfeldfreie Strömung in zwei Dimensionen. Ein Hindernis ruft eine parabelförmige Bugstoßwelle hervor. Nehmen Sie an, dass das einströmende Medium vor der Stoßwelle entlang der Symmetrieachse der Parabel strömt und eine sehr hohe Machzahl besitzt ( $M_S := u/c_s \rightarrow \infty$  mit der Geschwindigkeit  $u$  Schallgeschwindigkeit  $c_s$ ). Die Rankine-Hugoniot Bedingungen ergeben die folgende Lösung (Skript Seite 89)

$$u_n^2 = \frac{\gamma - 1}{\gamma + 1} u_n^1 \quad (1)$$

$$u_t^2 = u_t^1 \quad (2)$$

Berechnen Sie die Strömungsgeschwindigkeit hinter der Bugstoßwelle. Wie groß ist  $\partial_y u_y$  am Scheitelpunkt der Stoßwelle? Diskutieren Sie die Ergebnisse.

### Aufgabe 21: Lavaldüse

Betrachten Sie die Strömung in  $z$ -Richtung eines Plasmas durch ein Rohr mit dem variablen Querschnitt  $A$ . Nehmen Sie an, dass das Magnetfeld und somit die Lorentzkraft ( $\underline{j} \times \underline{B}$ ) vernachlässigbar klein sind. Weiter können Sie annehmen, dass die Strömung stationär ist.

$$\nabla \cdot (\rho \underline{u}) = 0 \quad (3)$$

$$\rho (\underline{u} \cdot \nabla) \underline{u} = -\nabla p \quad (4)$$

$$p \rho^{-\gamma} = \text{const.} \quad (5)$$

- Benutzen Sie den Satz von Gauß um aus der Kontinuitätsgleichung die Gleichung

$$\partial_z (\rho u_z A) = 0 \quad (6)$$

abzuleiten.

- Nutzen Sie nun die Impulsbilanz und die Schallgeschwindigkeit  $c_s^2 = \frac{\partial p}{\partial \rho}$  um einen Ausdruck für die Änderung der Geschwindigkeit  $\frac{\partial u}{\partial z}$  als Funktion der Änderung der Fläche  $\frac{\partial A}{\partial z}$  (und der Fläche  $A$  selbst, der Mach-Zahl und der Strömungsgeschwindigkeit) zu erhalten.
- Diskutieren Sie nun diese Gleichung