

Übungen zur Vorlesung: "Plasmaphysik"

Blatt 9

Wintersemester 2014

Besprechung: 17. Dezember 2014

Aufgabe 14: MHD-Wellen im kalten Plasma

In der Vorlesung wurde die Wellengleichung für die Geschwindigkeit abgeleitet. Leiten Sie die Wellengleichung für das elektrische Feld \underline{E}_1 analog ab (dabei nehmen Sie an: $\underline{u}_0 = \underline{E}_0 = \underline{j}_0 = 0$), wobei Sie zusätzlich vereinfachend annehmen dürfen, dass ein kaltes Plasma, d.h. $p_1 = 0$, vorliegt. (Hinweis: Nur die Stromkomponente senkrecht zu \underline{B}_0 kann zur Welle beitragen). Es ergibt sich:

$$\nabla \times \nabla \times \underline{E}_1 + \frac{1}{v_A^2} \partial_t^2 \underline{E}_1 = 0 \quad (1)$$

Lösen Sie diese Wellengleichung mit einem ebene Welle Ansatz. Legen Sie dazu $\underline{B}_0 = (0, 0, B_0)^T$, so dass sich wegen des Frobenius Theorems $\underline{E} = (E_{1,x}, E_{1,y}, 0)^T$ ergibt. Vergleichen Sie die erhaltenen Wellenmoden mit denen aus der Vorlesung. Was passiert für $B_0 \rightarrow \infty$? Ist das ein Problem?

Aufgabe 15: Alfvén-Mode

Im Folgenden sollen die Eigenschaften der Alfvén-Mode (AM) genauer betrachtet werden. Benutzen Sie dazu die Ergebnisse der Aufgabe 14 und legen Sie das Hintergrundmagnetfeld in z -Richtung.

a) Zeigen Sie, dass die AM elektrisch linear polarisiert ist. Berechnen Sie dazu:

$$\frac{E_x}{E_y} = \frac{k_x}{k_y} \quad (2)$$

b) Zeigen Sie, dass die Magnetfeld-Störung entlang des Hintergrundmagnetfeldes verschwindet, d.h., dass die AM transversal in \underline{B}_1 ist.

c) Zeigen Sie, dass die AM näherungsweise magnetisch inkompressibel ist.

d) Zeigen Sie, dass:

$$v_A \propto \frac{E_{1,x}}{B_{1,y}} \quad (3)$$

mit v_A der Alfven-Geschwindigkeit.

e) Zeigen Sie, dass die so genannte Alfven-Relation gilt:

$$\underline{u}_1 = \frac{B_1}{\sqrt{\mu_0 \rho_0}} \quad (4)$$

f) Zeigen Sie damit, dass

$$\frac{1}{2} \rho_0 \underline{u}_1^2 = \frac{B_1^2}{2\mu_0} \quad (5)$$

g) Berechnen Sie den Poynting-Fluss und drücken Sie ihn als Funktion der Magnetfeldstörung aus.