INSTITUT FÜR THEORETISCHE PHYSIK
TECHNISCHE UNIVERSITÄT BRAUNSCHWEIG

Prof. Dr. U. Motschmann
Dipl.-Phys. S. Simon

KLASSISCHE FELDTHEORIE — SOSE 2006

7. Übungsblatt — Abgabe: keine, Besprechung in den Übungen am 10.05.06

Fragen zu den Übungsaufgaben: S. Simon, Raum A317, Tel. 391-5187, sven.simon@tu-bs.de

25. **Erhaltungssätze im Vakuum**
Im Vakuum seien die Ladungsdichte $\rho(\underline{r},t)$ und die Stromdichte $\underline{j}(\underline{r},t)$ gegeben.

(a) Geben Sie für diese Situation die Maxwellschen Gleichungen an.

(b) Leiten Sie aus den Maxwellschen Gleichungen die Erhaltungssätze für Ladung und Energie in differentieller Form her.

(c) Überführen Sie die Erhaltungssätze in eine integrale Form. Interpretieren Sie das Ergebnis.

26. **Uniaxiales Dielektrikum**
Wir betrachten die Ausbreitung ebener Wellen

$$\underline{E},\underline{D},\underline{H},\underline{B} \propto \exp\{i(\underline{k}\cdot\underline{r}-\omega t)\}$$

in einem ungeladenen, isolierenden Dielektrikum mit $\underline{\underline{\mu}} = \underline{\underline{1}}$ und dem Dielektrizitätstensor

$$\underline{\underline{\epsilon}}(\omega) = \begin{pmatrix} \epsilon_1(\omega) & 0 & 0 \\ 0 & \epsilon_1(\omega) & 0 \\ 0 & 0 & \epsilon_2(\omega) \end{pmatrix} \quad .$$

(a) Welche der Felder $\underline{E},\underline{D},\underline{H},\underline{B}$ stehen bei beliebiger Ausbreitungsrichtung senkrecht auf dem Wellenvektor $\underline{k}$? Beweisen Sie Ihre Antwort.

(b) Leiten Sie die folgende Gleichung für $\underline{E}$ ab, ohne ein spezielles Koordinatensystem zu benutzen:

$$-|\underline{k}|^2\,\underline{E} + (\underline{k}\cdot\underline{E})\,\underline{k} = -\frac{\omega^2}{c^2}\underline{\underline{\epsilon}}\cdot\underline{E} \quad .$$

Dabei bezeichnet c die Lichtgeschwindigkeit im Vakuum.

(c) Bestimmen Sie den Zusammenhang $\omega = \omega(|\underline{k}|)$ (die sog. *Dispersionsrelation*) für ebene Wellen, die sich

i. parallel zur x_3-Achse des Kristalls ausbreiten.

ii. mit dem Wellenvektor $\underline{k} = k\underline{e}_2$ senkrecht zur x_3-Achse ausbreiten.

Wie sind die Wellen jeweils polarisiert?

(d) Die Frequenzabhängigkeit von $\epsilon_1(\omega)$ und $\epsilon_2(\omega)$ sei durch

$$\epsilon_i(\omega) = 1 + \frac{2\omega_{T,i}^2}{\omega_{T,i}^2 - \omega^2} \quad ; \quad i = 1,2$$

gegeben. Welche physikalische Bedeutung haben die Konstanten $\omega_{T,i}$? Skizzieren Sie die Dispersionsrelation $\omega(|\underline{k}|)$ von Wellen, die sich in x_3-Richtung ausbreiten. Ermitteln Sie den Frequenzbereich, in dem keine Wellenausbreitung in Richtung der x_3-Achse möglich ist.