Technische Universität Braunschweig

Prof. U. Motschmann
Institut für Theoretische Physik

Christian Nabert
Institut für Geophysik und extraterrestrische Physik

Übungen zur Vorlesung: "Plasmaphysik"

Blatt 7 **Wintersemester 2014**

Besprechung: 3. Dezember 2014

Aufgabe 11: Alfven-Flügel

In dieser Aufgabe sollen einige Eigenschaften von Alfven-Flügeln berechnet werden.

a) Zeigen Sie, dass

$$\underline{j} \times \underline{B} = -\nabla(\frac{\underline{B}^2}{2\mu_0}) + \frac{1}{\mu_0}(\underline{B}\nabla)\,\underline{B} \tag{1}$$

gilt und interpretieren Sie die Terme auf der rechten Seite.

b) Betrachten Sie stationäre Lösungen der MHD-Gleichungen mit konstanter Dichte ($\rho = \rho_0 = const.$) und konstanter Magnetfeldamplitude ($|\underline{B}| = B_0 = const.$). Zeigen Sie, dass sich die idealen MHD Gleichungen mit einem Adiabaten-Gesetz in diesem Fall zu den Folgenden Gleichungen reduzieren:

$$\nabla \cdot \underline{u} = 0 \quad ; \tag{2}$$

$$(\underline{u} \cdot \nabla)\,\underline{u} = (\underline{v}_A \cdot \nabla)\,\underline{v}_A \quad ; \tag{3}$$

$$(\underline{u} \cdot \nabla)\,\underline{v}_A = (\underline{v}_A \cdot \nabla)\,\underline{u} \quad . \tag{4}$$

Hierbei ist $\underline{v}_A := \frac{B_0}{\sqrt{\mu_0 \rho_0}}$

c) Die so genannte Elsässer-Variable

$$\underline{Z}^{\pm} := \underline{u} \pm \underline{v}_A \tag{5}$$

Zeigen Sie, dass diese Größe eine Konstante entlang seiner Richtung ist.

d) Stellen Sie eine Formel für den Winkel θ_A zwischen $\underline{Z}^{\pm}$ und der z-Achse auf, die abhängig von der Alfven-Machzahl und dem Winkel zwischen $\underline{u}$ und $\underline{v}_A$ ist.

Aufgabe 12: Subsonische Umströmung

Im Folgenden wird die subsonische Umströmung eines kugelförmigen Hindernisses betrachtet. Zur Vereinfachung der Rechnung beschränken wir uns auf die 2D Umströmung einer Kreisscheibe mit dem Radius R.

- Beginnen Sie mit den hydrodynamischen Fluidgleichungen und nehmen Sie eine inkompressible, stationäre Strömung an. Vereinfachen Sie die Kontinuitätsgleichung und die Momentengleichung (ohne Reibungs- und EM-Kräfte). Welche Bedingungen ergeben sich für die Geschwindigkeit $\underline{u}$?
- Lösen Sie die Gleichungen mit einem Potentialansatz. Es ergibt sich eine Gleichung der Form:
$$\Delta V(x, y) = 0 \tag{6}$$
- Lösen Sie diese Gleichung. Benutzen Sie dazu Polarkoordinaten und einen Separationsansatz.
- Arbeiten Sie nun äussere Randbedingungen ein. Für $r >> R$ sei die Strömung nur entlang den x-Richtung mit der Geschwindigkeit u_0.
- Arbeiten Sie ein, dass die Strömung die Kreisoberfläche nicht durchdringen kann. D.h. die Normalkomponente der Geschwindigkeit verschwindet auf der Oberfläche.
- Geben Sie die Strömungsgeschwindigkeit als Funktion von x, y mit den Parametern R, u_0 an.
- Berechnen Sie die Lösung auf der Symmetrieline $y = 0$ und stellen Sie die Lösung dar. Betrachten Sie weiterhin den Term $\partial_y u_y$, interpretierten Sie diesen.
- Was passiert in den Grenzfällen $u_0 = 0$ bzw $R = 0$?