Technische Universität Braunschweig

Prof. U. Motschmann
Institut für Theoretische Physik

Christian Nabert
Institut für Geophysik und extraterrestrische Physik

Übungen zur Vorlesung: "Plasmaphysik"

Blatt 3 **Wintersemester 2014**

Besprechung: 5. November 2014

Aufgabe 5: Thermodynamik eines idealen Gases

In der Vorlesung wird ein Ausdruck für die freie Energie des Standardplasmas abgeleitet. Um die dabei verwendeten Begriffe aus der Thermodynamik noch einmal zu vergegenwärtigen, werde der einfachere Fall eines idealen Gases betrachtet.

a) Was ist eine kanonisches Ensembel?

b) Die kanonische Zustandssumme eines idealen Gases bestehend aus N Teilchen ist gegeben durch:
$$Z = \frac{1}{h^{3N} N!} \int \mathrm{d}p_x^N \, \mathrm{d}p_y^N \, \mathrm{d}p_z^N \, \mathrm{d}q_x^N \, \mathrm{d}q_y^N \, \mathrm{d}q_z^N \, e^{-\frac{H}{k_\mathrm{B} T}} \tag{1}$$
mit der Hamiltonfunktion H für N freie (und gleiche) Teilchen:
$$H = \frac{1}{2m} \sum_{n=1}^{N} (p_{x,n}^2 + p_{y,n}^2 + p_{z,n}^2) \tag{2}$$
Dabei wird mit p und q der Ort und Impuls der Teilchen im Phasenraum bezeichnet.
   - Was wird durch den Faktor $1/h^{3N}$ berücksichtigt?
   - Warum ist der Faktor $1/N!$ nötig?

c) Werten Sie das Integral aus. Es sollte sich
$$Z = \left(V \sqrt{\frac{m k_\mathrm{B} T}{2\pi\hbar^2}}^3 \right)^N \tag{3}$$
ergeben. Der Ausdruck $n_\mathrm{Q} = \sqrt{\frac{m k_\mathrm{B} T}{2\pi\hbar^2}}^3$ wird auch als Quantenkonzentration bezeichnet.

d) Die Freie Energie erhält man aus der Zustandssumme: $F(T, N, V) = -k_\mathrm{B} T \ln Z$. Berechnen Sie die Freie Energie für das ideale Gas.