


1. Krummlinige, nicht-orthogonale Koordinaten
(Präsenzaufgabe)

Als Beispiel für krummlinige und nicht-orthogonale Koordinaten ξ^1, ξ^2, ξ^3 betrachten wir (x^1, x^2, x^3 sind kartesische Koordinaten)

$$x^1 = a \xi^1 \cos(\xi^2) \quad ; \quad x^2 = b \xi^1 \sin(\xi^2) \quad ; \quad x^3 = c \xi^3 \quad (1)$$

mit $a, b, c \neq 0$.

- Stellen Sie die ko- und kontravariante Basis ($\{\underline{b}_1, \underline{b}_2\}$ bzw. $\{\underline{b}^1, \underline{b}^2\}$) sowie den metrischen Tensor auf. Wie lassen sich die einzelnen Einträge des metrischen Tensors interpretieren?
- Berechnen Sie $ds^2 = d\underline{r} \cdot d\underline{r}$ in den kartesischen Koordinaten x^i und den krummlinigen Koordinaten ξ^i .
- Skizzieren Sie die Koordinatenlinien in der (x^1, x^2) -Ebene für $a = 1, b = 2$ und zeichnen Sie die ko- und kontravarianten Basisvektoren in den Punkten $(\xi^1, \xi^2) = (1, \pi/4)$ bzw. $(\xi^1, \xi^2) = (1, \pi/2)$ ein. Welche Gleichungen beschreiben die Linien $\xi^1 = \text{const}$ bzw. $\xi^2 = \text{const}$ in kartesischen Koordinaten? Was ergibt sich für den metrischen Tensor und die Basisvektoren im Fall $a = b = c = 1$?
- Im Punkt $P = (\xi^1, \xi^2) = (1, \pi/4)$ haben zwei Vektorfelder $\underline{E}_I, \underline{E}_{II}$ bezüglich kartesischer Einheitsvektoren $\{\underline{e}_1, \underline{e}_2\}$ die Darstellungen $\underline{E}_1 = \underline{e}_1 + 2\underline{e}_2$ bzw. $\underline{E}_2 = 2\underline{e}_2$. Stellen Sie diese Vektoren bezüglich der Basen $\{\underline{b}_1, \underline{b}_2\}$ und $\{\underline{b}^1, \underline{b}^2\}$ dar. Berechnen Sie das Skalarprodukt $\underline{E}_1 \cdot \underline{E}_2$ in kartesischen Koordinaten und in den Koordinaten ξ^1, ξ^2 .

2. Spezielle Relativitätstheorie

In dieser Aufgabe sollen einige Grundlagen der Speziellen Relativitätstheorie wiederholt werden.

- Leiten Sie aus der Invarianz des Wegelements

$$S^2 = x_1^2 - ct^2 = x_1'^2 - ct'^2 = S'^2 \quad (2)$$

und der Annahme einer linearen Transformation die Lorentz-Transformation her.

- Übertragen Sie Gleichung (2) auf das differentielle Abstandsquadrat

$$dS^2 = d\underline{\xi} d\underline{\xi} = \eta^{ij} d\xi_i d\xi_j \quad (3)$$

und lesen Sie den metrischen Tensor des Minkowski-Raums (η^{ij}) ab.

Bitte wenden $\longrightarrow$

(c) Zeigen Sie

$$L_j^{i'} = \frac{\partial \xi^{i'}}{\partial \xi^j} \quad . \quad (4)$$

3. Transformation in ein beschleunigtes Bezugssystem

Betrachten Sie die Grundgleichung der Mechanik in der allgemeinen Form für ein beliebiges Koordinatensystem KS' , d.h. inklusive Trägheitskräfte,

$$m \, d_t'^2 \underline{x}' = \underline{F} - m \underline{a}_{tr} - m \, d_t' \underline{\omega} \times \underline{x}' - m \underline{\omega} \times (\underline{\omega} \times \underline{x}') - 2 \, m \underline{\omega} \times d_t' \underline{x}' \quad , \quad (5)$$

und erläutern Sie, warum man während eines Parabelfluges oder in einem Satellitenlabor (wie es z.B. die Internationale Raumstation ISS darstellt) schwerelos ist.

Die erfolgreiche Teilnahme an der Vorlesung und den Übungen im Sinne einer Studienleistung ist gegeben, wenn bei den zwei 30 minütigen Testaten in Summe 50% der Punkte erreicht werden.

Termin 1. Testat (vorläufig): 29. November 2012

Termin 2. Testat (vorläufig): 31. Januar 2013

Nachholtermin (vorläufig): 7. Februar 2013

Fragen an:

Hendrik Kriegel	h.kriegel@tu-bs.de	Raum A 317
-----------------	--------------------	------------

Link:

<http://www.tu-braunschweig.de/theophys/edu/wise-1213/fmtheophys1213>