## **TOPOLOGIEN VON "SWITCHED RELUCTANCE MACHINES" UND IHRE LEISTUNGSPOTENTIALE**

H. May, R. Palka

## 1 ÜBERSICHT

Aus der Sicht der magneto-mechanischen Struktur und der aus dem Wicklungsaufbau ableitbaren Spannungsgleichungen sind geschaltete, nur statorerregte Synchronmaschinen (SRM) die am einfachsten aufgebauten elektromechanischen Energiewandler. Dies beruht weiterhin darauf, dass die einzelnen Stränge praktisch magnetisch entkoppelt sind. Hierdurch eignen sie sich auch besonders gut als hochdrehende wechselrichtergespeiste Antriebe.

Bem.: Durch besondere Steuerungsmaßnahmen kann auch die Momentendichte gesteigert werden [4]

Im Rahmen dieser Arbeiten werden die unterschiedlichsten SRM Bauformen aus einer Grundtopologie abgeleitet und gruppentheoretisch zusammengefasst. Weiterhin werden für die einzelnen Maschinentypen die spezifische Leistungspotentiale und Wechselrichteranforderungen dargestellt und miteinander verglichen. Aufgrund der unterschiedlichen Wicklungsauslegungen kann zwischen flächen- und volumenbezogenen Optima unterschieden werden.

Es werden nur solche Maschinentypen untersucht, die auf der Statorseite nur Ankerwicklungen und keine zusätzliche Erregung (Wicklung bzw. PM) aufweisen. Weiterhin werden Sättigungseinflüsse nur teilweise untersucht, da sie sehr topologiespezifisch und damit nicht allgemeingültig sind.

## **2 EINLEITUNG**

Für viele motorische bzw. generatorische Aufgaben werden Grenzleistungen bei höchsten Drehzahlen verlangt. Die hohen Drehzahlen werfen in zweierlei Hinsicht elektrodynamische Probleme auf. Einmal ist die Grundfrequenz des Wechselrichters durch Drehzahl und Polteilung festgelegt, und zweitens ergeben sich aus den jeweiligen Spannungsgleichungen Terme, die sich einer erhöhten Kraftenentwicklung und damit Leistungsumwandlung widersetzen [1].

## **3 TOPOLOGIEN VON SWITCHED RELUCTANCE** MASCHINEN

Die Topologien beziehen sich in diesem Abschnitt nur auf die besonderen Strukturen der magnetischen Kreise (Eisen) von Stator und Rotor.

#### 3.1 SRM-Topologien mit einem Statorzahn pro Pol und Phase

#### 3.1.1 Statorzahnteilung kleiner als die Rotorzahnteilung

Vereinfachend soll hier davon ausgegangen werden, dass sowohl auf der Statorals auch Rotorseite (Translator) eine ferromagnetische Reluktanzstruktur vorhanden ist. Legt man zunächst eine für den Stator und Rotor gleiche Struktur zugrunde (**Bild 1** oben), so kann man die Gesamtstruktur dadurch verstimmen, dass die obere Teilstruktur gleichmäßig verkürzt wird. Nur zur Vereinfachung wurde in **Bild 1** die Zahnbreite zunächst konstant gehalten.

Bemerkung: Welcher Maschinenteil der Stator und welcher der Rotor ist wird erst durch die Positionierung der Ankerwicklung festgelegt. Für die folgenden Betrachtungen wird aber jeweils die obere Teilstruktur als Stator angenommen.

Wenn also z.B. die obere Struktur um 1/n (mit *n* ganze Zahl  $\geq$ 3) bezüglich der unteren Zahnstruktur verkürzt wird, so ist die Anordnung nach *n*-Statorzähnen und *n*-1 Rotorzähnen periodisch. Bem.: Weiter unten wird bei der Auslegung der Ankerwicklung gezeigt, dass hierdurch auch die elektromagnetische Polteilung festgelegt wird. Für *n*=10 ist dies im mittleren Teilbild und für *n*=3 im unteren Teilbild dargestellt. Diese Maschinen werden topologisch SRM10/9/1 bzw. SRM3/2/1 bezeichnet. Die erste Ziffer gibt hierbei die Anzahl der Statorzähne, die zweite Ziffer die Anzahl der Rotorzähne und die dritte Ziffer die Anzahl der parallelen Zähne pro Strang und Pol an, sie entsprechen also dem kleinsten gemeinsamen Teiler aus Statorzahn- und Rotorzahnzahl.



Bem.: Die häufigste Bauart von SRM's beruht auf der hier gezeigten Verstimmung.

Das optimale Verhältnis der Rotorzahnbreite zu Rotorzahnteilung ( $b_Z/T_{rot}$ ) und die optimalen Rotorzahn- bzw. Statorzahnbreiten selbst sind jedoch stark vom Wert des Luftspaltes und dem Sättigungszustand abhängig. Diese Optimierungen werden weiter unten kurz angerissen.

#### 3.1.2 Statorzahnteilung größer als die Rotorzahnteilung

Man kann selbstverständlich auch die in **Bild 2** dargestellte Dehnung einer Statorzahnteilung vornehmen. Wenn also z.B. die obere Struktur um 1/n (mit *n* ganze Zahl  $\geq$ 3) von der unteren Zahnstruktur verlängert wird, so ist die Anordnung nach *n*-Statorzähnen und *n*+1 Rotorzähnen periodisch. Für *n*=10 ist dies im mittleren Teilbild und für *n*=3 im unteren Teilbild dargestellt. Diese Maschinen werden gemäß obiger Vereinbarung topologisch SRM10/11/1 bzw. SRM3/4/1 bezeichnet.



#### 3.2 SRM-Topologien mit q-Statorzähnen pro Pol und Phase

Wenn man nicht jede Statorzahnlücke dehnt oder verkürzt sondern erst nach q-Statorzähnen diese Verstimmung vornimmt, so ergeben sich die in **Bild 3** dargestellten Topologien.



Die Verstimmung folgt zunächst exakt der oben vorgeschlagenen Nomenklatur. Es ist jedoch dadurch eine Modifikation vorzunehmen, dass z.B. bei sehr feinen Strukturen (kleine Rotorzahnteilung) zur Unterbringung der Statorwicklung einige Statorzähne ausgespart werden. Darum wird für Strukturen mit q-Statorzähnen pro Pol und Phase folgende Bezeichnung vorgeschlagen:

Bild 3 Mitte: SRM3b4 und unten: SRM3s4

Hierbei gibt die 1. Ziffer n=3 an, dass benachbarte Statorzahngruppen um  $1/3 T_{rot}$  verstimmt sind. Der folgende Buchstabe gibt an, ob diese Verstimmung im Sinne einer Dehnung (b: breit) oder Verkürzung (s: schmal) vorgenommen wurde. Die nächste Ziffer gibt den Wert von q an, d.h. die Anzahl der parallelen Statorzähnen pro Pol und Phase.

## 4 AUSLEGUNG DER STATORWICKLUNGEN VON SWITCHED RELUCTANCE MASCHINEN

Für die oben erwähnten Topologien mit verkürzter Statorweite sind in **Bild 4** unterschiedliche Wicklungsmöglichkeiten dargestellt.



**Bild 4**: SRM-Topologien mit verkürzter Statorstruktur. Von oben nach unten gilt:

1-Wicklung pro Pol und Phase, 4-Zähne gleichpolig; Bauform von "Megatorque"

3-Wicklungen pro Pol und Phase, 4-Zähne gleich- und wechselpolig

2-Wicklungen pro Pol und Phase, 2-Zähne gleichpolig;

1-Wicklung pro Pol und Phase, 1-Zahn (konventionelle SRM) (G3)

Entsprechend sind in **Bild 5** die oben erwähnten Topologien mit gedehnter Statorweite die unterschiedlichen Wicklungsmöglichkeiten (in diesem Fall 3strängig) dargestellt.



**Bild 5:** SRM-Topologien mit gedehnter Statorstruktur. (von oben nach unten gilt)

- 1-Wicklung pro Pol und Phase, 4-Zähne gleichpolig;
- 3-Wicklungen pro Pol und Phase, 4-Zähne gleich- und wechselpolig

2-Wicklungen pro Pol und Phase, 2-Zähne gleichpolig;

1-Wicklung pro Pol und Phase, 1-Zahn (konventionelle SRM) (G4)

Natürlich kann die Statorwicklung bauartspezifisch beliebig viele Zähne umfassen und ist dann sinngemäß auszuführen.

Die Besonderheiten der einzelnen Wicklungsausführungen und ihre Einflüsse auf den Wirkungsgrad, die magnetische Belastung der Joche sowie Wechselrichteranforderungen treten bei der Kraft- und Leistungsberechnung hervor.

## 5 ELEKTROMECHANISCHE ENERGIEUMWANDLUNG-KRAFTDICHTEN

Obgleich die physikalischen Vorgänge bei der elektromechanischen Energieumwandlung am genauesten mit Feldberechnungsprogrammen erfasst werden können [2], so besitzt jedoch eine Ersatzschaltbild-Darstellung mit konzentrierten Elementen (Widerstände, Selbst- und Gegeninduktivitäten), besonders in Hinblick auf eine Kraftdichten-Optimierung von Maschinen, eine größere Aussagekraft.

#### 5.1 Kraftgleichung

Die Kraftgleichung für elektromechanische Energiewandler lautet in allgemeinster Form:

$$F_{ges} = -\frac{1}{2} \sum_{\nu=1}^{n+m} \sum_{\mu=1}^{n+m} i_{\nu} \cdot i_{\mu} \cdot \frac{dM_{\nu,\mu}}{dx}$$

mit:

v=1...n: Laufindex der Statorwicklungen

µ=1..m: Laufindex der Rotorwicklungen,

*i* = Strom von Statorstrang v bzw. Rotorstrang  $\mu$ ;

 $M_{\nu,\mu}$ =Gegeninduktivität zwischen Strang v und  $\mu$ . ( $M_{\nu,\mu}=L_{\nu}$  (für  $\nu=\mu$ )

x= Verschiebungskoordinate

welche sich für einsträngige Maschinen folgendermaßen reduziert:

$$F_1 = -\frac{1}{2} \frac{dL_1}{dx} i_1^2$$

Zur Beurteilung der Leistungspotentiale beschränkt man sich i.a. auf den Mittelwert der Kraft, den man aus Änderung der magnetischen Koenergie  $W_m^*$  unter der Annahme eines konstanten Stromes folgendermaßen ermitteln kann:

$$\overline{F_{1}} = -\frac{1}{\tau_{Rot}} \left( W_{m}^{*} \Big|_{x_{1} + \frac{1}{2}\tau_{Rot}} - W_{m}^{*} \Big|_{x_{1}} \right) = -\frac{1}{\tau_{Rot}} \int_{x_{1}}^{x_{1} + \frac{1}{2}\tau_{Rot}} \frac{1}{2} \frac{dL_{1}}{dx} i_{1}^{2} = -\frac{1}{\tau_{Rot}} \left( \frac{1}{2} L_{1} i_{1}^{2} \Big|_{x_{1} + \frac{1}{2}\tau_{Rot}} - \frac{1}{2} L_{1} i_{1}^{2} \Big|_{x_{1}} \right)$$

Bem.: Bei der Bestimmung des Mittelwertes der Kraft ist auf eine Besonderheit aller SRM zu achten, welche aus den in **Bild 6** gezeigten Feldverläufen folgt.



verschaltung (SRM3/2/1; b<sub>P</sub>/T<sub>P</sub>=0.33333). Eine unidirektionale Kraftwirkung ist nur im Bereich:

 $x_1 > x > x_1 + \frac{1}{2} \tau_{rot} bzw. x_1 + \frac{1}{2} \tau_{rot} > x > x_1 + \tau_{rot}$ 

zu erzielen. Vereinfachend kann man konstatieren, dass für eine Betriebsart daher der Strom zur mittleren Kraftbestimmung jeweils nur in diesen Bereichen fließen darf. Die Mittelung hat also wie gewohnt über  $\tau_{rot}$  zu erfolgen, der Integrationsweg jedoch nur über  $\frac{1}{2}\tau_{rot}$ .

Bem.: Dies sind nur grundlegende Betrachtungen zur inhärenten Kraftermittlung. Bei tatsächlichen Anwendungen ist der Strom weder konstant noch fließt er nur in dem oben angegebenen Bereich, so dass die mittlere Kraft aus der tasächlichen Integration über die Polteilung erfolgen muss und daher nicht durch die Änderung der magnetischen Energie in den beiden Extremstellungen bestimmt werden kann. Die Änderung der magnetischen Koenergie gibt nur einen Hinweis darüber, ob der Reluktanzunterschied in den beiden Extremstellungen groß und damit inhärent eine große Kraftwirkung zu erzielen ist.

Die oben angegebene mittlere Kraft gilt für jeden Strang bei Verschiebung um eine Rotornutteilung  $\tau_{rot}$ . Die mittlere Gesamtkraft ergibt sich also zu:

$$\overline{F}_{ges} = \overline{F}_1 \cdot N_{Stat}$$

In den **Bild 1** und **2** sind beliebig viele Topologien mit einen Zahn pro Strang und Polteilung aufgezeigt worden. Es ist nun die Frage, welche Anordnung ergibt die größte Kraftdichte. Zur Beantwortung dieser Frage berechnet man vorzugsweise die magnetischen Koenergien einer Anordnung jeweils pro Meter axialer Länge und bezieht die so ermittelte Gesamtkraft auf die topologietypische Polteilung:

$$\overline{F}_{ges} = \frac{\overline{F_1} \cdot N_{Stat}}{\tau_P} \left[ N / m^2 \right]$$

Nimmt man z.B. eine konstante Rotor- und Zahngeometrie an, dann sind –wie ein Vergleich von **Bild 6** mit **Bild 7** zeigt– die Max- und Minimalwerte der magnetischen Koenergie praktisch unabhängig von der Anzahl der Stator-stränge.



**Bild 7:** Feldverteilung einer SRM mit 7 Strängen und 7- Stator- und 6-Rotorzähne pro Polteilung (SRM7/6/1). Gleiche Zahnbreite wie in **Bild 6**.

Hierauf basierend ergibt obige Gleichung, dass die Topologie mit den meisten Statorsträngen pro Polteilung die größte inhärente Kraftdichte aufweist (**Bild 8**). So ist dieses Verhältnis bei der SRM3/2/1 Topologie gleich 1.5 während es bei der SRM7/6/1 Anordnung nur 1.1666 d.h. um 28% kleiner ist.





Bem.: Da hier die Kraftdichte als Bewertung herangezogen wird, soll auf Vorzüge von höhersträngigen Topologien –wie größere Laufruhe und größeres spezifisches Wickelfenster– nicht eingegangen werden. Genau so wenig wird auf unterschiedliche magnetische Belastungen der Joche und den sich daraus eventuell ergebenden sättigungsabhängigen Kopplungen eingegangen.

# 5.2 Vergleich der mittleren Kräfte der unterschiedlichen Topologien und Ankerwicklungen

Bei dem Vergleich verschiedener Maschinen-Topologien und Wicklungen ist zwischen einem Betrieb mit Sättigung (hohe Kraftdichte) und ohne Sättigung (großer Wirkungsgrad) zu unterscheiden. Da der Sättigungseinfluss von vielen Faktoren abhängt (Material, Topologie und Wicklungsaufbau), können im Rahmen dieser Arbeit nur grundlegende Hinweise erarbeitet werden.

#### Ein-Zahn und eine Wicklung pro Pol und Phase: Modell SRM3/2/1

Da die SRM3/2/1 Topologie die größte Kraftdichte aller Maschinen mit einem Zahn pro Pol und Phase aufweist, soll diese zum Vergleich mit anderen Bauformen herangezogen werden.





Zunächst wird die luftspaltabhängige optimale Polteilung der im **Bild 6** gezeigten SRM3/2/1 Topologie mit einem Zahn pro Pol und Strang ermittelt (**Bild 9**). Wie diese Bilder zeigen, gibt es für den untersuchten Luftspaltbereich jeweils recht ausgeprägte Maxima, die bei sehr kleinen Rotornutteilungen liegen. Es stellt sich nun die Frage, ob diese feinen Strukturen auch bei Maschinen mit großer Kraftdichte, d.h. großer Flussdichte mit Sättigung optimal sind.



Legt man z.B. einen Luftspalt von 2 mm zugrunde, so ergibt sich aus **Bild9** als optimale Rotornutteilung für den Fall von Flussdichten unterhalb der Sättigung ein Wert von 8.2 mm. Wie jedoch die in **Bild 10** dargestellten Kraftverläufe zeigen, gilt dies nur für sehr kleine Durchflutungen.

Bis zu Flussdichten von 1.9 T erscheint eine Rotornutteilung von ca. 30 mm optimal zu sein. Wie auch bei der grundsätzlichen Untersuchung ohne Berücksichtigung der Sättigung zum Ausdruck kam, fällt die Kraftdichte bei nicht angepasster Rotornutteilung  $\tau_{Rot}$  stark ab.

Bem.: Bei dieser Betrachtung wurden die Nuttiefen und Jochhöhen konstant gehalten. Bei der Beurteilung der optimalen Rotornutteilung muss zusätzlich noch beachtet werden, dass sich die Speise-Grundfrequenz mit  $1/\tau_{Rot}$ erhöht. Dies kann für eine Wechselrichterspeisung eine begrenzende Größe sein.

Ein zusätzlicher, die Kraftdichte beeinflussender Optimierungsparameter liegt im Verhältnis der Zahnbreite ( $b_P$ ) zur Rotornutteilung  $\tau_{Rot}$ .



**Bild 11:** Vortriebskraft als Funktion der Rotorzahnbreite zur Rotornutteilung. (Modell SRM3/2/1; Statornutteilung=40 mm, Luftspalt=2mm) (KRAFTEN)

Wie **Bild 11** zu entnehmen ist, wird beispielsweise bei einem Verhältnis von  $b_P/\tau_{Rot}=0.5$  eine ca. 25% größere Kraftdichte erzielt als bei dem allgemein verwendeten Verhältnis von ca. 0.3333. Damit ein genügend großes Wickelfenster zur Verfügung steht, beziehen sich diese Untersuchungen auf eine relativ große Statornutteilung von 40mm. Es muss aber wieder darauf hingewiesen werden, dass dieser Parameter individuell für jeden Anwendungsfall besonders in Hinblick auf die Sättigung zu optimieren ist.

#### Mehrere Zähne pro Pol und Phase; q>1

Da die Frage nach der Anzahl der parallelen Zähne pro Pol und Phase individuell für jede Anwendung bestimmt werden muss, werden hier zunächst grundlegende Untersuchungen von Reluktanzkräften vorausgestellt. Hierzu wurden Anordnungen mit  $\infty$  vielen Statorzähnen pro Pol und Phase angenommen. In **Bild 12** ist für einen Luftspalt von 2 mm die Abhängigkeit der Vortriebskraft von der Nutteilung dargestellt.





Mit der sich hieraus –für einen Luftspalt von 2 mm– ergebenden optimalen Nutteilung von ca. 16 mm wurden die folgenden Strukturen untersucht:



**Bild 13:** Feldverteilung ( $\Delta \phi$ =const) von Reluktanzstrukturen mit folgender Zahnstruktur:

Links: 6-gleichpolig (NUT3); Mitte: 2-wechsel- und 2-gleichpolig (NUT5); Rechts: wechselpolig, d.h. jede Statornut durchflutet (NUTTEST)

Dem Bild 13 links kann man entnehmen, dass die einzelnen Rotorzähne magnetisch sehr gleichmäßig belastet werden. Dies gilt auch für den Großteil der Statorzähne. Nur die Zähne, die das Wickelfenster bilden, sind aufgrund der magnetischen Nutstreuung etwas höher belastet. Weiterhin ist natürlich auffällig, dass die Joche magnetisch hoch belastet sind, da sie den Gesamtfluss von in diesem Fall 3 Zähnen führen müssen. Die rechte Anordnung weist die kleinste magnetische Polteilung auf, so dass die Joche zunächst am geringsten magnetisch belastet sind. Da jedoch in jeder Statornut eine Wicklung untergebracht ist, ist auch die magnetische Streuung am größten. Bei der mittleren Anordnung ist nur in jeder zweiten Statornut eine Wicklung untergebracht. Hieraus ergibt sich eine magnetische Struktur, bei der immer 2 Zähne gleichpolig sind. Die magnetische Belastung der Joche ist etwas größer als bei der rechten Anordnung aber wesentlich kleiner als bei der linken. Die mit den Wicklungsanordnungen einhergehenden unterschiedlichen Zahnbelastungen kommen in den Feldbildern klar zum Ausdruck. In der Kraftabhängigkeit obiger Anordnungen von der Wicklungsdurchflutung (Bild 14) bildet sich dieser Umstand jedoch nicht ab. Insgesamt ist für diese drei Maschinen der Sättigungseinfluss sehr groß. Bei dieser Rechnung wurde das optimale Verhältnis von Zahnbreite zu Zahnteilung von 0.4 zugrunde gelegt.

Bem: Eine Wechselpolanordnung weist eine etwas andere Feldverteilung mit in diesem Fall größerer inhärenter Kraftentfaltung auf.



## Modelle. (Blechsorte: HF20F). Luftspalt=2 mm,

Rotornutteilung=16 mm,  $b_P/T_{rot}=0.4$ ; (fvnutbas)

Unter Berücksichtigung der Sättigung muss man daher von der für kleine Flussdichten optimalen Rotornutteilung von 16 mm abweichen und zu größeren Werten übergehen (s. auch **Bild 12**).





Bem. zu **Bild 14** und **15**: Im Gegensatz zu den Kraftdichtewerten vom Maschinentyp SRM3/2/1 sind dies nur Untersuchungen der optimalen Nut-/Zahngeometrie. Eine tatsächliche Maschine ist um den Erregerbereich größer, so dass diese Werte nicht direkt mit denen von **Bild 10** verglichen werden können.

Man erkennt, dass bis zur gewählten Durchflutung von 3200 A die Rotornutteilung von 20 mm optimal in Hinblick auf die Kraftdichte ist.

Bem.: In Hinblick auf die bei Wechselrichterspeisung begrenzende maximale Grundfrequenz muss eventuell von diesem Kraft-Optimalwert abgewichen werden. Es ist jedoch festzuhalten, dass eine Rotornutteilung von z.B. 35 mm eine um ca. 25% kleinere Kraftdichte aufweist.

Für die in **Bild 3** Mitte dargestellte Topologie (SRM3b4) und in **Bild 5.1** angegebenen Statorwicklung ist in **Bild 16** die Feldverteilung einer anwendungsnahen Maschine dargestellt.



**Bild 16a,b,c:** Feldverteilung von Anordnungen der Topologie SRM3b4 mit einer geraden Anzahl von Zähnen pro Pol und Phase.

Oben: 1-Wicklung, gleichpolig (SRM32-41);

Mitte: 3-Wicklungen, gleich- und wechselpolig (SRM32-43);

Unten: 4-Wicklungen, wechselpolig (T32-44)

Im Wesentlichen ergeben sich die gleichen Feldverteilungen wie bei den rein periodischen Anordnungen. Nur die Anordnung **Bild 16** unten (wechselpolig) zeigt bei dieser Anordnung mit einem geraden Wert von q aufgrund der nicht verschwindenden Gesamtdurchflutung der drei gefüllten Statornuten einen über die Zahnstruktur unausgeglichenen Fluss. Es ergibt sich ein Ausgleichsfluss innerhalb eines Pols über alle q Zähne einer Phase, was zu einer erhöhten Jochbelastung führt.



**Bild 17a,b:** Feldverteilung von Anordnungen der Topologie SRM3b3 mit einem ungeraden Wert von q (beide SRM32-33).

Nimmt man im Gegensatz dazu eine Anordnung mit q=3 an, so ergeben sich genau umgekehrte Verhältnisse. Da die Anzahl der gefüllten Nuten jetzt gerade ist, tritt ein Ausgleichsfluss innerhalb der q Zähne nicht auf. Diese Anordnung zeigt jedoch einen äußeren (im Sinne der aktiven Zähne) Ausgleichsfluss (**Bild 17a**), der zu einer ungünstigen Verkopplung mit den anderen Strängen führt. Diesem Umstand kann jedoch dadurch entgegengetreten werden, dass man den Stator oberhalb der jeweiligen verstimmten Nut magnetisch unterbricht (**Bild 17b**). Sinngemäß kann man Anordnungen mit "beliebig" vielen parallel wirkenden Zähnen pro Ankerphase und "beliebig" vielen Strängen untersuchen.

## 6 ELEKTROMECHANISCHE ENERGIEUMWANDLUNGS-LEISTUNGSPOTENTIALE

#### 6.1 Spannungsgleichung

Die Spannungsgleichung für elektromechanische Energiewandler lautet in allgemeinster Form (Berücksichtigung: Sättigung, magn. Leitfähigkeitsschwankungen von Rotor und Stator) für Strang v eines *n*-strängigen elektromechanischen Energiewandlers:

$$u_{\nu} = R_{\nu} \cdot i_{\nu} + \sum_{\mu=1}^{n} M_{\nu,\mu} \frac{\partial i_{\mu}}{\partial t} + \frac{\partial M_{\nu,\mu}}{\partial t} \cdot i_{\mu}$$

Hierbei sind:

 $u_{\nu}$  = Klemmenspannung von Strang v;

 $R_{\nu}$  = Ohmsche Widerstand von Strang v;

t= Zeit (unabhängig Variable)

Diese Spannungsgleichung reduziert sich für den einfachsten Fall einer einsträngigen Maschine (kann in einer ersten Näherung als topologische Besonderheit von SRM's angenommen werden) zu:

$$u_1 = R_1 \cdot i_1 + L_1 \frac{di_1}{dt} + i_1 \frac{\partial L_1}{\partial x} \cdot \frac{dx}{dt},$$

wobei  $\frac{dx}{dt}$  die Relativgeschwindigkeit zwischen Stator und Translator angibt.

#### 6.2 Leistungsbeziehung

Der für das Verständnis von wechselrichtergespeisten elektromechanischen Energiewandlern äußerst interessante Themenkomplex des Leistungsaustauschs zwischen Energieversorgung, gespeicherter magnetischer Energie und mechanischer Energie kann folgendermaßen zusammengefasst werden:

$$P_{el} = P_{verl} + P_{mag} + P_{mecl}$$

Zur Beschreibung der Leistungsterme durch Ersatzschaltbildgrößen wird obige Spannungsgleichung mit dem Strom  $i_1$  multipliziert.

$$\overbrace{u_1 \cdot i_1}^{1} = \overbrace{R_1 \cdot i_1^2}^{2} + \overbrace{i_1 L_1 \frac{di_1}{dt}}^{3} + \overbrace{i_1^2 \frac{dL_1}{\partial x} \cdot \frac{dx}{dt}}^{4}$$

Da aus der Kraftgleichung die mechanische Leistung bekannt ist:

$$P_{mech1} = F_1 \cdot \mathbf{v} = -\frac{1}{2} \frac{dL_1}{dx} i_1^2 \frac{dx}{dt}$$

bietet sich folgende Aufspaltung von Term 4 an.

$$\overbrace{u_1 \cdot i_1}^{1} = \overbrace{R_1 \cdot i_1^2}^{2} + \overbrace{i_1 L_1 \frac{di_1}{dt}}^{3} + \overbrace{1/2 i_1^2 \frac{\partial L_1}{\partial x} \cdot \frac{dx}{dt}}^{41} + \overbrace{1/2 i_1^2 \frac{\partial L_1}{\partial x} \cdot \frac{dx}{dt}}^{42}$$

Anschließend kann man die Terme 41 und 3 zum totalen Differential Term 3' zusammenfassen:

$$\vec{u_1 \cdot i_1} = \vec{R_1 \cdot i_1^2} + \vec{\frac{d}{dt} [1/2 L_1 i_1^2]} + \vec{\frac{42}{1/2 i_1^2 \frac{\partial L_1}{\partial x} \cdot \frac{\partial x}{\partial t}}$$

Nach diesem Trick kann die Identifikation der einzelnen Leistungsterme vorgenommen werden:

- Pel: Die zu- oder abgeführte elektrische Leistung wird hierbei von Term 1 der Gleichung wiedergegeben.
- Pv: Term 2 auf der rechten Seite entspricht den Stromwärmeverlusten.
- Pmag: Term 3' stellt die zeitliche Änderung der gesamten im Energiewandler gespeicherten magnetischen Energie dar (Magnetisierungsleistung).
- Beachte:In der Magnetisierungsleistung ist ein Term (41) enthalten, der exakt der mechanischen Leistung entspricht.
- Pmech: Term 42 gibt den Teil der elektrischen Leistung wieder, der in mechanische Leistung umgewandelt wird.

#### 6.3 Wechselrichteranforderungen

Basierend auf der Zuordnung der einzelnen Leistungsterme können die Wechselrichteranforderungen abgeleitet werden.

6.3.1 Verluste

Damit die Stromwärmeverluste möglichst gering ausfallen, sind die Anordnungen mit möglichst wenig Wicklungen zu wählen. Die oben genannten Maschinen können bezüglich steigender Verluste also folgendermaßen geordnet werden:

q>1 und 1-Wicklung; q>1 und (q+2)/2 Wicklungen; q>1 q-Wicklungen. Die klassischen SRM mit n<sub>z</sub>=1 sind hiermit gleichwertig.

Hierbei sind aber noch zwei Faktoren zu beachten. Einmal müssen die Verluste mit den topologietypischen Kraftdichten bewertet werden (s.o.) und zweitens setzt sich der Widerstand zusätzlich zum Leitungswiderstand noch aus Hysterese- und einem Wirbelstromanteilen zusammen.

#### 6.3.2 Verhältnis der Magnetisierungs- zur Ausgangsleistung

Zur besseren Übersichtlichkeit wird hier die mechanische Leistung nicht auf die Scheinleistung bezogen. Bezieht man die Magnetisierungsleistung auf die mechanische Leistung, so ergibt sich folgender für jeden Zeitpunkt geltende Zusammenhang:

$$\frac{P_{mag}}{P_{mech}} = \frac{\overbrace{L_1 i_1 \frac{\partial i_1}{\partial t} + \frac{1}{2} i_1^2 \frac{\partial L_1}{\partial t}}^{2}}_{\frac{1}{2} i_1^2 \frac{\partial L_1}{\partial t}} = \frac{\overbrace{L_1 \partial i_1}^2}{\frac{1}{2} i_1 \partial L_1} + 1$$

1

Damit Term 1 möglichst klein wird, muss der Nenner –welcher den Wert von der Kraft mal Geschwindigkeit angibt– möglichst groß werden. Dazu sollte bei möglichst großen Strömen operiert werden, und –wie oben bereits mehrfach erwähnt– sollte die örtliche Änderung der Induktivität topologiebedingt möglichst groß sein. Weiterhin sollte gem. Term 2 in den Positionen, in denen die Selbstinduktivität konstant ist auch der Strom konstant gehalten werden.

## 7 ZUSAMMENFASSUNG

Im Rahmen dieser Arbeit wurden unterschiedliche SRM-Maschinentypen aufgrund ihres topologischen Aufbaus und ihrer Wicklungsausführung klassifiziert und bezüglich ihrer spezifischen Leistungsdaten beschrieben. Den günstigsten Wirkungsgrad weisen Maschinen mit vielen Zähnen pro Polteilung und nur einer Wicklung pro Pol und Phase auf. Die flächenbezogenen Kraftdichten dieser Topologie sind jedoch etwas kleiner als die von konventionellen SRM (1-Zahn und 1-Wicklung pro Pol und Phase). Soll weiterhin die volumenbezogene Kraftdichte als Auswahlkriterium gelten, so sind auf jeden Fall Topologien mit einer möglichst kleinen Phasenzahl pro Pol auszuwählen. Die Jochhöhe und damit das aktive Volumen kann weiterhin dadurch reduziert werden, dass man mehrere Zähne pro Pol und Phase wählt und diese individuell aber durch den gleichen Strang erregt. Hierzu kann es aber aufgrund des zu Verfügung stehenden Wickelraumes zu thermischen Problemen kommen, so dass nur ein Kurzzeitbetrieb mit geringer Kadenz erlaubt sein kann. Eine optimale Maschine ist aber in jedem Fall anwendungsspezifisch auszuwählen.

Da in der Magnetisierungsleistung der Term der mechanischen Leistung steckt, kann man feststellen, dass die Topologie, welche die größte inhärente Kraftdichte aufweist, auch die kleinste bezogene Magnetisierungsleistung benötigt. Hierbei ist aber zu beachten, dass die Statorstreuinduktivität möglichst klein zu halten ist, da diese nur in den Magnetisierungsbedarf und nicht in die gewünschte mechanische Leistung eingeht.

Insgesamt sind die Wechselrichteranforderungen für diese eigentlich einfachen SR-Maschinen bei extremen Drehzahl- und Momentenwerte enorm groß. Dies folgt aus dem mit dem Moment ansteigenden Magnetisierungsbedarf (Spannung) und der mit der Leistungssteigerung einhergehenden Frequenzerhöhung. Vorgehensweisen und Ergebnisse einer Optimierung der Wechselrichterspeisung von SRM's ist in den IMAB-Berichten [1, 3] und in [4] unternommen worden.

#### **8 REFERENZEN**

- [1] H. May: Optimierung der elektrischen Leistungsausbeute von Statorerregten Maschinen im generatorischen Betrieb durch Ausnutzung des "swing-up" Effektes. Selbstverlag des IMAB
- [2] H. May, W. Schmid, H. Weh: Numerische Feldberechnung durch Diskretisierungsverfahren. Arch. Elektrotech. 69 (1986) 307-320
- [3] H. May: Optimierung Elektromechanischer Energiewandler und deren Energieversorgung.
  Selbstverlag des IMAB (Nov. 1999)
- [4] H. May, W.-R. Canders, R. Palka and M. Holub: Optimized firing (Swingup Effect) of Inverter Fed Switched Reluctance Machines for High Speed and High Power Applications.ISEF 2001- 10th International Symposium on Electromagnetic Fields in Electric Engineering; Cracow, Poland, September 20-22, 2001