BERECHNUNG VON LINEARMOTOREN MIT VARIABLER MAGNETHÖHE ZUR VERBESSERUNG DER FELDFORM

H. Mosebach

Linearmotoren für hohe Kraftdichte werden vorzugsweise als Synchronmaschinen mit Permanentmagneterregung konzipiert. Die Permanentmagneterregung erlaubt im Gegensatz zur linearen Asynchronmaschine auch bei kleinen Geschwindigkeiten noch passable Wirkungsgrade und Leistungsfaktoren.

Die Permanentmagnete werden üblicherweise als quaderförmige Gebilde mit konstanter Höhe in Magnetisierungsrichtung realisiert, da sie besonders einfach zu fertigen sind und eine einfache Kontrolle der Maßtoleranzen erlauben. Die am Stator wirksame Flussdichteverteilung weicht von der an sich erwünschten Sinusform deutlich ab und ist als mehr oder weniger abgerundet trapezförmig zu bezeichnen. Die für vereinfachte Betrachtungen häufig herangezogene Rechteckform ist dagegen nur bei sehr kleinem Luftspalt zu beobachten.

Die nicht sinusförmige Feldverteilung führt zu Oberschwingungen in der induzierten Spannung und in Folge dessen - trotz sinusförmiger Ströme - auch zu unerwünschten Kraftschwankungen. Es stellt sich die Frage, in wie weit eine Verbesserung der Situation erreicht werden kann, wenn an Stelle der Rechteckmagnete mit konstanter Dicke solche mit abgerundeter Form und seitlich abfallender Magnethöhe verwendet werden (**Abb. 1**).



Abb. 1: Permanentmagneterregter Linearmotor mit variabler Magnethöhe

Die Magnethöhe in Magnetisierungsrichtung wird durch die Funktion $h_m(x)$ beschrieben. Die Form des Randes ist im Prinzip beliebig. Es ist jedoch zweckmäßig, wie skizziert von einer Symmetrie zur Magnetmitte auszugehen. Weiter soll im Sinne der erwünschten Abrundung die maximale Magnethöhe h_{m0} an der gleichen Stelle liegen, so dass die Magnethöhe zu den Rändern hin stetig abnimmt.

Der Ansatz erinnert an das Vorgehen bei Schenkelpol-Synchronmaschinen, durch sogenannte Sinuspole eine Verbesserung der Feldform zu erreichen. Es bestehen aber insofern wesentliche Unterschiede, als bei den Sinuspolen die ferromagnetische Berandung variiert wird, während hier der Abstand zwischen den Eisenflächen von Stator und Translator konstant ist und das Feld von den (fiktiven) Strömen an den Magnetkanten aufgebaut wird. Im ersten Fall handelt es sich feldtheoretisch um eine magnetostatische Aufgabe, während bei dem vorliegenden Problem besonders die Methode des Vektorpotentials für eine 2D-Lösung geeignet ist.

Für die analytische Behandlung bietet sich eine Erweiterung des in [1-3] beschriebenen Rechenmodells an. Das Verfahren stellt eine 2D-Lösung dar und ist daher auch bei extremen geometrischen Verhältnissen gültig. Als Einschränkung ist zu erwähnen, dass "glatte" Eisenflächen angenommen werden müssen, so dass Nutungseffekte und Eisensättigung nur angenähert über einen vergrößerten Luftspalt dargestellt werden können ($\delta \rightarrow \delta' \rightarrow \delta''$). Die Änderungen des Rechenmodells gegenüber dem Vorgehen bei konstanter Magnetdicke sollen hier kurz umrissen werden. Basis ist das von einem infinitesimal dünnen Streifchen des Magneten (Dicke dh_m) hervorgerufene Leerlauffeld an der Statoroberfläche (Abb. 2).



Abb. 2: Elementarmagnet mit Breite 2ξ und Höhe dh_m

Allgemein lässt sich das Leerlauffeld an der Statoroberfläche als eine Summe von Teilwellen darstellen. Wegen der Symmetrie kommen nur cos-Glieder in Frage:

$$B(x,t) = \sum_{\nu=1}^{\infty} \hat{B}_{\nu} \cos\nu(\omega t - ax)$$
(1)

Sämtliche Teilwellen breiten sich mit Synchrongeschwindigkeit $v_0 = \omega / a$ entlang der x-Achse aus, mit der Wellenzahl

$$a = \frac{\pi}{\tau} \quad . \tag{2}$$

Das Inkrement dh_m der Magnethöhe kann auf die Ableitung der Magnethöhe nach der Ortskoordinate zurückgeführt werden:

$$dh_m = \frac{dh_m}{d\xi} d\xi = h'_m(\xi) d\xi$$
(3)

In Erweiterung der Vorgehensweise in den Literaturstellen [1-3] ist der Beitrag des in **Abb. 2** skizzierten Magnetstreifchens zum Leerlauffeld der Teilwelle mit der Ordnungszahl v durch

$$d\hat{B}_{v} = \frac{4}{\pi} B_{rem} \frac{a \cdot \cosh(vah_{m}(\xi)) \cdot \sin(va\xi) \cdot h'_{m}(\xi)}{\mu_{rm} \cdot \sinh(va\delta) \cdot \cosh(vah_{m0}) + \cosh(va\delta) \cdot \sinh(vah_{m0})} \cdot d\xi$$
(4)

gegeben. Dies gilt auch, wenn die relative Permeabilität μ_{rm} des Magnetmaterials von 1 abweicht.

Die Gesamtamplitude der entsprechenden Teilwelle wird durch eine Integration über eine halbe Polteilung erhalten:

$$\hat{B}_{\nu} = \int_{\xi=0}^{\tau/2} d\hat{B}_{\nu}$$
(5)

Bei einem Polbedeckungsverhältnis von $\alpha <1$ endet die Integration natürlich an der Stelle $\alpha \pi/2$. Die Integration dürfte nur in Ausnahmefällen geschlossen durchzuführen sein und wird zweckmäßig numerisch über eine Summenbildung erreicht. Im Bereich der seitlichen Magnetkanten ist Gl.(4) wegen der unendlich groß werdenden Ableitung nicht mehr anwendbar. Für den verbleibenden "Restquader" unterhalb des gewölbten Magnetteils ist jedoch unmittelbar der in [2] angegebene Ausdruck zu verwenden, wenn für die Magnethöhe der Wert an den seitlichen Kanten angesetzt wird.

Nimmt man konzentrierte Statorspulen an, so induzieren die Teilwellen der Flussdichte eine induzierte Spannung v-facher Frequenz:

$$u_{i\nu}(t) = 2 w_{sp} I_{Fe} v_0 \ \hat{B}_{\nu} \sin(\nu a W / 2) \cdot \sin(\nu \omega t)$$
(6)

Die Amplitude der Spannungen hängt dabei neben der Feldamplitude von der Spulenwindungszahl w_{sp} , der Blechpaketlänge l_{Fe} , der Geschwindigkeit v_0 und der Spulenweite W (die bei gesehnten Spulen kleiner als die Polteilung τ ist) ab.

Der Oberwellen- bzw. Oberschwingungsgehalt kann durch eine Reihe von Kennzahlen beschrieben werden. Es soll hier die quadratische Summe bezogen auf die Amplitude mit der Ordnungszahl v=1 herangezogen werden. Für das Leerlauffeld erhält man

$$k_{B} = \frac{\sqrt{\sum_{\nu>1}^{\infty} \hat{B}_{\nu}^{2}}}{\hat{B}_{1}} \qquad . \tag{7}$$

Ein entsprechender Ausdruck gilt für den Oberschwingungsgehalt k_{ui} der induzierten Spannung.

Die Methodik soll durch ein geeignetes Zahlenbeispiel (**Tabelle 1**) näher erläutert werden. Ausgangspunkt des Vergleichs ist die Maschine mit konventionellen rechteckförmigen Magneten. Das Leerlauffeld hat den üblichen abgerundet trapezförmigen Verlauf (**Abb. 3**).



Abb. 3: Leerlauffeld bei Permanentmagneten mit konstanter Höhe ($h_m = h_{m0}$)

Die induzierten Spannungen (**Abb. 4**) bilden den Verlauf des Leerlauffeldes ab, sofern eine ungesehnte und in ungeschrägten Nuten liegende konzentrierte Statorwicklung angenommen wird. Der Oberschwingungsgehalt ist demnach genau so groß wie bei der Feldverteilung.

Tabelle 1: Daten für Zahlenbeispie	el
------------------------------------	----

Größe	Zahlenwert
Verhältnis Luftspalt δ zu Polteilung $ au$	0,05
Verhältnis Magnethöhe h_{m0} zu Polteilung $ au$	0,20
Polbedeckungsverhältnis α	0,75
Remanenz B_{rem} / rel. Permeabilität μ_{rm}	1,15 T / 1,05



Abb. 4: Induzierte Spannungen bei Permanentmagneten mit konstanter Höhe ($h_m = h_{m0}$)

Zur Erprobung der vorgeschlagenen Rechenmethode wurde als nächstes eine dreieckförmige Magnetform untersucht. Sie ist für die Verbesserung der Feldverteilung zwar nicht geeignet, stellt aber in so fern einen guten Testfall dar, als alle mit der variablen Magnethöhe verbundenen Effekte ziemlich stark ausgeprägt sind. Das erhaltene Leerlauffeld ist in **Abb. 5** dargestellt.

Die Feldverteilung ist weitgehend dreieckförmig. Im Bereich des kleinsten Luftspalts ist - wie die Spitzenwirkung bei Potentialfeldern - eine Überhöhung zu beobachten. Die zur Energieumwandlung nutzbare Grundwelle des Feldes ist deutlich abgesunken. Bezogen auf den Materialeinsatz an Magnetmaterial besteht jedoch eine leichte Überlegenheit der Dreiecksmagnete. Der OS-Gehalt hat sich stark vergrößert. Der ungewöhnliche Verlauf des Feldes und die Überhöhung konnten qualitativ und quantitativ mit einer FEMAG-Rechnung numerisch bestätigt werden (M. Rezaei).



Abb. 5: Leerlauffeld bei Permanentmagneten mit variabler Höhe $(h_m = h_{m0}(1 - \frac{2|x|}{\tau}))$

Für praktische Anwendungen kommt nur eine eher sanft gerundete Magnetform in Frage. Legt man beispielhaft eine Magnethöhe zugrunde, die sich aus einem konstanten Anteil und einem cos-förmig abnehmendem Anteil zusammensetzt, werden die in **Abb. 6** dargestellten Verhältnisse erhalten.



Abb. 6: Leerlauffeld bei Permanentmagneten mit variabler Höhe ($h_m = h_{m0} (0, 6 + 0, 4 \cdot \cos ax)$)

Bezogen auf den Materialeinsatz ist auch hier eine - wenn auch nur leichte - Überlegenheit der gerundeten Form zu erkennen. Die induzierten Spannungen bilden die Feldverteilung direkt ab (**Abb. 7**). Sie erscheinen auch optisch wesentlich sinusnäher als die abgerundet trapezförmigen Spannungen nach **Abb. 4**. Der OS-Gehalt ist jetzt nur noch rund ein Drittel so groß wie bei den Rechteckmagneten.



Abb. 7: Induzierte Spannungen bei Permanentmagneten mit variabler Höhe ($h_m = h_{m0} (0.6 + 0.4 \cdot \cos ax)$, Wicklung nicht geschrägt)

Eine weitere Verbesserung gelingt mit einer Schrägung der Statornuten. Legt man eine Schrägung um $\tau/3$ zugrunde (dies entspricht 1 Nutteilung bei einer Maschine mit $m_s = 3$ und q = 1), so wird zwar in jeder Ebene z = const dasselbe Leerlauffeld wie in **Abb. 6** erhalten, die induzierten Spannungen werden jedoch entlang eines Leiters unterschiedlichen Feldwerten ausgesetzt, wodurch bekanntlich eine Mittelwertbildung zu Stande kommt.

Die resultierenden Spannungen sind im Ergebnis nach **Abb. 8** mit bloßem Auge nicht mehr von der reinen Sinusform zu unterscheiden. Der OS-Gehalt liegt unterhalb von einem Prozent. Durch die Mittelung ist die Feldausbeute gegenüber der Angabe in **Abb. 6** entsprechend dem Schrägungsfaktor reduziert. Die Reduktion beträgt ca. 5 %.



Abb. 8: Induzierte Spannungen bei Permanentmagneten mit variabler Höhe ($h_m = h_{m0} (0.6 + 0.4 \cdot \cos ax)$, Wicklung um $\pi/3$ geschrägt)

Das beschriebene analytische Verfahren ist geeignet, schon während der Entwurfsphase und unter bestimmten Voraussetzungen Magnetformen für eine möglichst sinusförmige Feldverteilung und geringe Kraftschwankungen zu finden. Die Methode kann eine abschließende Verifikation mit FE-Methoden jedoch nicht ersetzen.

- H. Mosebach: "Einfache analytische Rechenmodelle f
 ür permanentmagneterregte Synchronmaschinen",
 Electrical Engineering, Vol.81 (1998), Heft 3, S. 171-176
- H. Mosebach, W.-R. Canders: "Average thrust of permanent magnet excited linear synchronous motors for different stator current waveforms", Proc. ICEM 1998, Sept. 1998, Istanbul, Vol. 2, S. 851 856
- [3] W.-R. Canders, F. Laube, H. Mosebach: "High thrust double-sided permanent magnet excited linear synchronous machine with shifted stators", Proc. LDIA 2001, Nagano, Japan, S. 435-440