

EINFLUSS VON WICKLUNGSTOPOLOGIEEN AUF DIE ENERGIEUMWANDLUNG VON PM-ERREGTEN SYNCHRONMASCHINEN

H. May

1 EINLEITUNG

Für viele Aufgaben von Antriebssystemen werden Grenzleistungen bei höchsten Drehzahlen verlangt. Es ist also wichtig, Maschinentopologien zu entwerfen, welche eine inhärent große Strom-Kraftumwandlung aufweisen [1]. Konventionelle elektrische Maschinen zeichnen sich durch so genannte Trommel- bzw. Durchmesserwicklungen mit ihren großen Wickelköpfen aus. Da für Switched Reluctance Maschinen (SRM, [2]) äußerst kompakte Ankerwicklungen bekannt sind, die jeweils nur einen Zahn umfassen, werden in diesem Bericht PM-erregte Synchronmaschinen (PMSM) in Flachmagnetanordnung ([3], [4], [5], [6], [7]) mit ähnlich kompakten Ankerwicklungen untersucht und bezüglich ihrer Kraft- und Leistungspotenziale untereinander und mit konventionellen PMSM ([8], [9]) verglichen. Als Bewertungsgrundlage werden die zur Erzielung einer bestimmten Kraftdichte benötigten ohmschen Ankerverluste herangezogen (Wirkungsgrad). Hierbei wird für alle Topologien der Gesamtwicklungsquerschnitt pro Längeneinheit in Bewegungsrichtung konstant gehalten.

2 TOPOLOGIEN VON PMSM

Die Topologievariationen beziehen sich nur auf die besonderen Strukturen der Ankerwicklungen und der magnetischen Kreise von Stator und Rotor.

2.1 PMSM-Topologien mit einem Statorzahn pro Pol und Strang

2.1.1 Statorzahnteilung kleiner als die Rotorpolteilung

Vereinfachend soll davon ausgegangen werden, dass nur der Stator eine ferromagnetische Reluktanzstruktur (Nuten) aufweist. Legt man zunächst eine für den Stator und Rotor gleiche Struktur zu Grunde (**Bild 1** oben), so kann man dadurch zu neuen Topologien kommen, dass die Statorstruktur gleichmäßig verkürzt wird. Wenn also z. B. die Ankerstruktur um $1/n$ (mit n ganze Zahl ≥ 3) bezüglich der unteren Erregerstruktur verkürzt wird, so ist die Anordnung nach n Statorzähnen und $n-1$ Rotorpolen periodisch. Dies wird als Maschinenperiode T_M bezeichnet. Im Gegensatz zu SRM, bei denen beliebige ganze Zahlen $n > 1$ von Rotorzähnen gewählt werden können, sollte bei diesem Maschinentyp eine gerade Zahl von Rotorpolen zum Einsatz kommen.

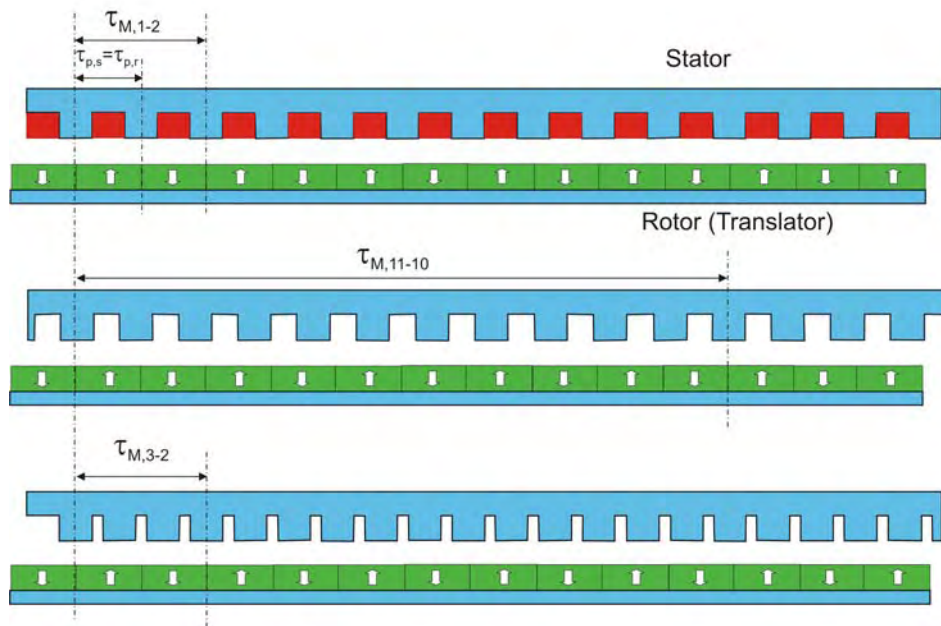


Bild 1: Oben : Ausgangs-SM-Topologie mit gleicher Polteilung von Stator und PM-Rotor
 Mitte: Um 10 % von T_{rot} verkürzte Statorstruktur
 Unten: Um 33 % von T_{rot} verkürzte Statorstruktur

2.1.2 Statorzahnteilung beträgt Rotorpolteilung/ m_s (Periodizität = Rotorpolteilung)

Unter der Voraussetzung, dass die Nutenzahl pro Pol und Strang $q = 1$ ist, fallen hierunter die konventionellen permanenterrregten Synchronmaschinen mit m_s Strängen. Aus der in **Bild 2** oben dargestellten Ausgangsstruktur mit gleicher Polteilung von Stator und Rotor ergibt sich für den Fall Statorzahnteilung = $1/3$ Rotorpolteilung eine konventionelle PMSM mit $m_s = 3$ Strängen entsprechend **Bild 2** unten. Die häufigste Bauart von Synchronmaschinen beruht auf der hier gezeigten Verstimmung [3].

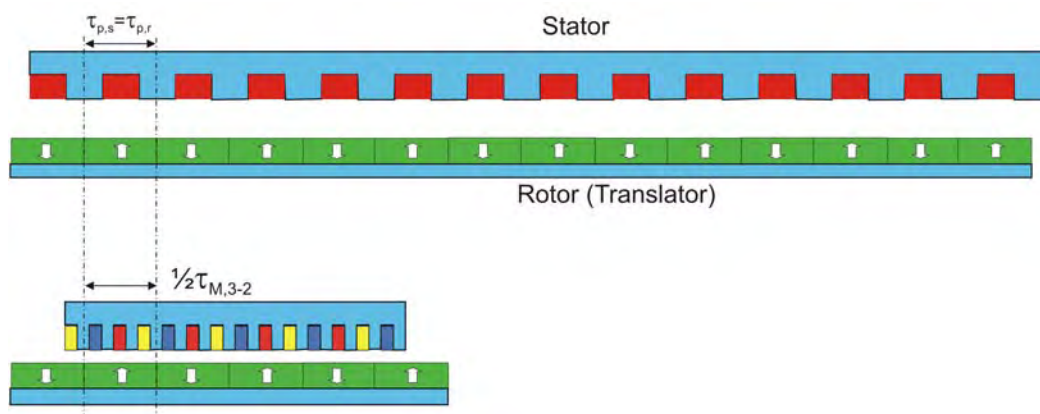


Bild 2: Oben: Ausgangs-SM-Topologie mit gleicher Polteilung von Stator und PM-Rotor
 Unten: Topologie mit verkürzter Statorstruktur. Konventionelle Maschinen falls
 $T_{Stator} = T_{Rotor}/m_s$. Beispiel hier: $m_s = 3$

Natürlich können hieraus sehr leicht Strukturen mit $q > 1$ Nuten und damit $q > 1$ Zähne pro Pol und Strang abgeleitet werden. Man muss z. B. nur innerhalb der Rotorpolteilung von **Bild 2** unten die Statorstruktur nochmals um q stauchen.

2.1.3 Statorzahnteilung größer als die Rotorzahnteilung

Man kann selbstverständlich auch die in **Bild 3** dargestellte Dehnung einer Statorzahnteilung vornehmen. Wenn also z. B. die obere Struktur um $1/n T_{rot}$ (mit n ganze Zahl ≥ 3) verlängert wird, so ist die Anordnung nach n Statorzähnen und $n+1$ Rotorzähnen periodisch. Für $n = 10$ ist dies im mittleren Teilbild und für $n = 3$ im unteren Teilbild dargestellt.

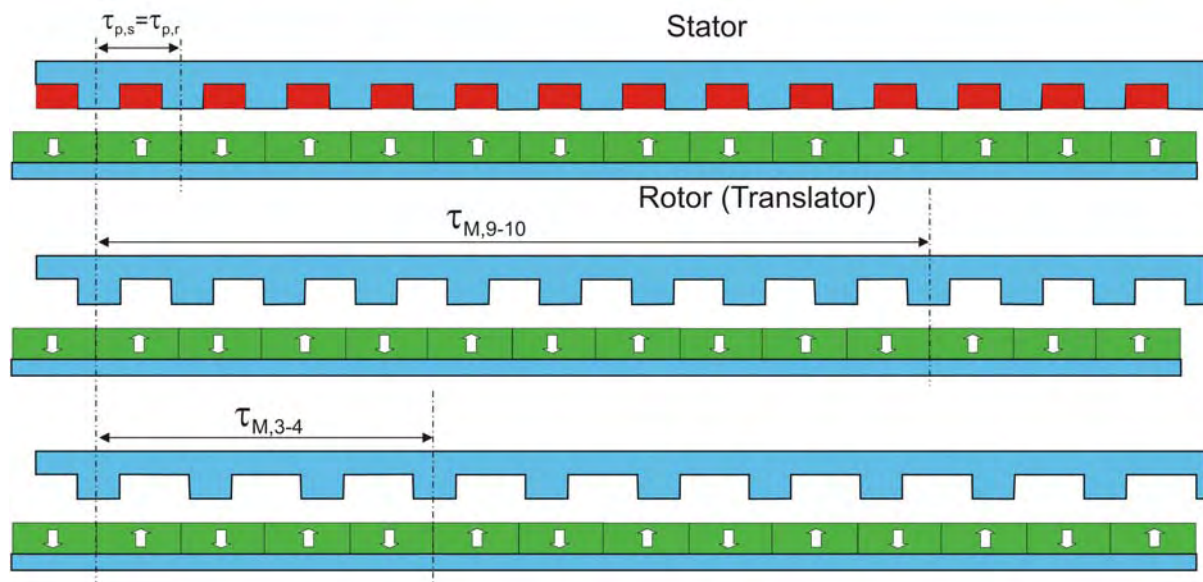


Bild 3: Oben: Ausgangs-SM-Topologie mit gleicher Polteilung von Stator und PM-Rotor
 Mitte: Um 10 % von T_{rot} gedehnte Statorstruktur
 Unten: Um 33 % von T_{rot} gedehnte Statorstruktur

2.2 PMSM-Topologien mit $g > 1$ Statorzähnen pro Pol und Strang

Eine weitere interessante Topologiemodifikation besteht darin, dass eine konzentrierte Ankerwicklung $g > 1$ parallel wirkende Zähne umfasst und damit gleichzeitig erregt. Diese Maschinentopologien, von denen die MEGATORQUE-Maschine [10] ein interessanter Vertreter ist, sind in [9] ausführlich untersucht worden. Im Rahmen dieses Berichtes wird aber auf deren Beschreibung verzichtet.

Für Topologien mit konzentrierten Zahnwicklungen sind jedoch auch solche von Bedeutung, bei denen $g > 1$ Statorzähne pro Pol und Strang gleichwertig wirken. Diese Topologien ergeben sich zwangsweise unter der Voraussetzung, dass – wie in **Bild 4c** rechts dargestellt – die beiden Teile der Zahnwicklung eines Stranges jeweils eine ganze Nut füllen. Hierbei gehört ein Zahn voll zu einem Strang, während die beiden benachbarten Zähne, je nach Phasenlage des Ankerstroms, mehr oder weniger auch zu den benachbarten Strängen gehören. Dieser Wicklungsaufbau ist mit dem von **Bild 4c** Mitte vergleichbar, bei der die Ankerwicklungen jeweils nur die Hälfte einer Nut ausfüllen. Wie in diesem Bild dargestellt, können so z. B. zwei benachbarte Zähne ($g = 2$) von jeweils zwei Wicklungen eines Stranges umfasst werden.

3 BEMERKUNGEN ZU WICKLUNGS AUSFÜHRUNGEN

Im Elektromaschinenbau sind die in **Bild 4** dargestellten drei Hauptwicklungsarten bekannt. Neben den Basiskonfigurationen mit einer Nut pro Pol und Strang können auch mehrere $q > 1$ nebeneinander liegende Nuten zum gleichen Strang innerhalb der Polteilung gehören (**Bild 4c**: Mitte und rechts). Für die hier – bis auf **Bild 4c** links – gezeigten Topologien mit 6 Nuten pro Statorpolteilung können prinzipiell zweisträngige ($q = 3$), dreisträngige ($q = 2$) und sechssträngige ($q = 1$) Wicklungsauslegungen zum Einsatz kommen. Entsprechend der Farbgebung sind bei den Zahnwicklungen dreisträngige Anordnungen dargestellt, mit **Bild 4c** links: $q = g = 1$ und **Bild 4c** Mitte und rechts mit $q = g = 2$.

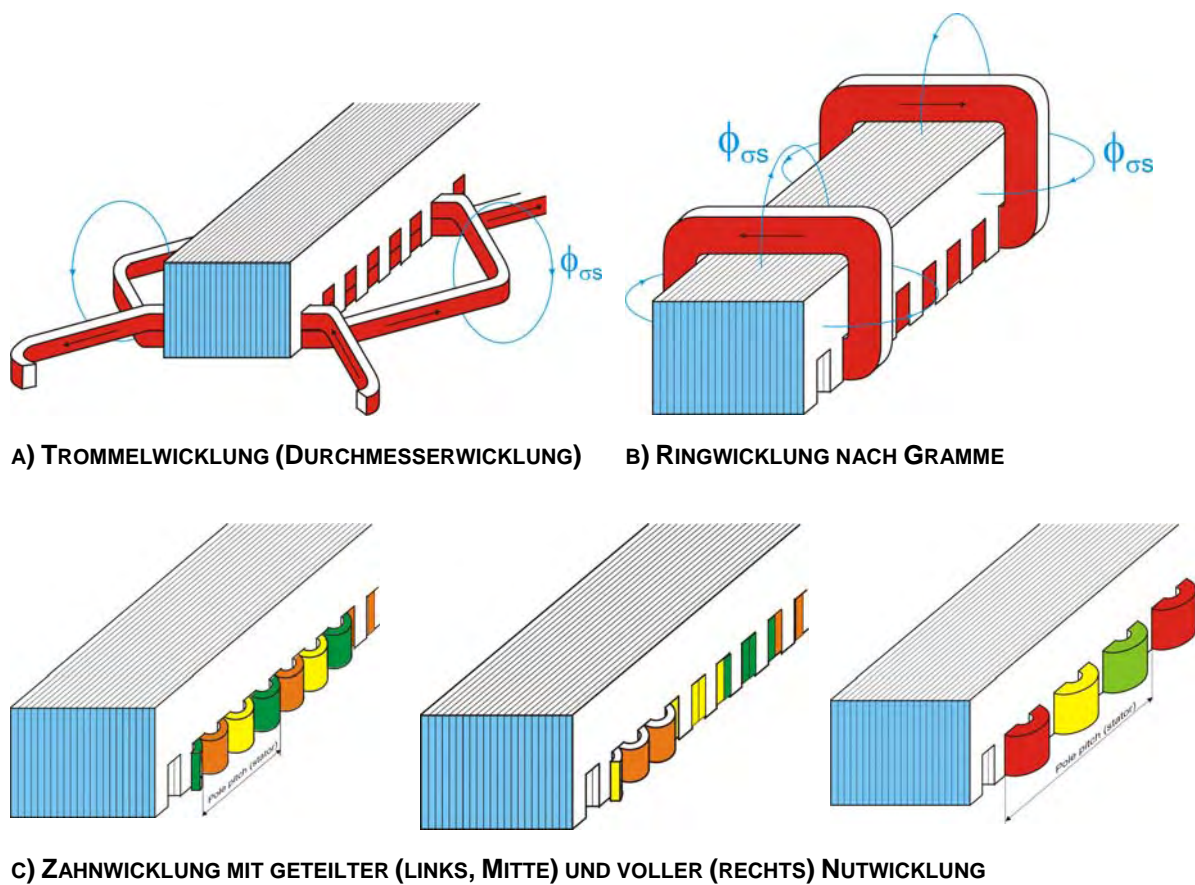


Bild 4: Typische Wicklungsausführungen bei elektrischen Maschinen
a) und b) Maschinenpolteilungswicklung c) Zahnwicklung

Die Trommelwicklung ist für konventionelle Maschinen die bei weitem am häufigsten ausgeführte Wicklungsform. Sie ist aber, wie in **Bild 4a** angedeutet, durch eine große Wickelkopfströmung und einen vergrößerten Wicklungswiderstand gekennzeichnet. Die in **Bild 4a** dargestellte Wicklung gibt aber noch nicht die Schwierigkeit bei mehreren Strängen wieder, bei denen zumeist durch Zweischichtwicklungen die einzelnen Stränge rampenförmig aneinander vorbeigeführt werden. Bei sehr großen Polteilungen kann daher die Ringwicklung zum Einsatz kommen, deren Streuung durch einen Dämpferkäfig reduziert werden kann [11].

Sehr kompakt und einfach herzustellen sind die Zahnwicklungen gemäß **Bild 4c** in der Form, dass die einzelnen Wicklungen nur jeweils um einen Zahn gewickelt sind. Den Möglichkeiten dieser Wicklungsauslegung für PMSM gilt in diesem Bericht die besondere Aufmerksamkeit.

Es können praktisch immer benachbarte Zähne individuell (**Bild 4c** links, Mitte) oder nur jeder zweite Zahn (**Bild 4c** rechts) durch eine Spule umfasst werden. Bei dem ersten Fall mit insgesamt mehr Spulen ist der Isolationsaufwand größer und damit der Cu-Füllfaktor schlechter. Die Wickelköpfe können jedoch verlustreduzierend extrem kurz gehalten werden. Im zweiten Fall hat man jeweils nur eine Spule mit nur einer Isolation in einer Nut (erhöhter Cu-Füllfaktor). Die Wickelköpfe dieser Wicklungsanordnung sind aber größer. Mit der in **Bild 4c** links dargestellten Halbnutwicklung können beliebige Maschinentopologien mit $g = n$ (n : ganze Zahl ≥ 1) gleichwertig wirkenden Zähnen erzeugt werden. Maschinentopologien mit gefüllten Nutwicklungen gemäß **Bild 4c** rechts weisen jedoch immer $g = 2n$ (n : ganze Zahl ≥ 1) gleichwertig wirkende Zähne auf. Diese Maschinentopologien sind ebenfalls in [9] untersucht worden.

4 MÖGLICHE WANDLERTOPOLOGIEN

4.1 Konventionelle Maschinen mit Durchmesserwicklungen

In Abschnitt 2.1.2 ist die Vorgehensweise angegeben, wie man durch Verkürzung der Statorzahnteilung auf genau Rotorpolteilung/ m_s die klassischen Maschinen mit Durchmesserwicklungen erhält. Es sind Maschinen mit beliebigen Strangzahlen möglich, wobei jedoch auf Grund der zur Speisung weit verbreiteten 6-pulsigen Brückenwechselrichter hauptsächlich 3-strängige und daraus auch ableitbare $n \cdot 3$ z. B. 6-strängige Maschinen zum Einsatz kommen. Unabhängig von der Phasenlage der einzelnen Stränge in der Versorgungsleitung (z. B. Wechselrichter) müssen die Phasen innerhalb einer Polteilung jeweils eine Verschiebung von $180^\circ \text{el}/m_s$ aufweisen. Die Bestimmung der Phasenlagen für Topologien mit Zahnkopfwicklungen und beliebigen Strangzahlen ist erheblich schwieriger.

4.2 Maschinen mit Zahnwicklungen für 3-phasige Wechselrichterspeisung

4.2.1 Allgemein

In den entsprechenden Bildern, die Topologien mit Zahnwicklungen zeigen (**Bild 5**, **Bild 9** und **Bild 10**), sind die nebeneinanderliegenden Stränge nur aufsteigend nummeriert, ihre Phasenlage ist jedoch nicht wie bei konventionellen Maschinen festgelegt.

Allgemein ist festzuhalten: Damit ein 3-phasiger Wechselrichter zur Speisung der verschiedenen in den vorhergehenden Kapiteln dargestellten Maschinentopologien mit Zahnwicklungen herangezogen werden kann, müssen die Maschinen bestimmte Merkmale bezüglich der Statorzähnezahl und der Erregerpolzahl aufweisen. Prinzipiell muss die *Statorzähnezahl*_{gesamt} das ein- bzw. mehrfache von 3 sein. Die Erregerpolzahl ist also immer an diese möglichen Statorzähnezahlen anzupassen und zwar so, dass mit der vom Wechselrichter gelieferten Phasenlage benachbarter Stränge von 120°el die topologie-

abhängigen Phasenlagen in den Maschinen von $120^\circ_{\text{el.}}$ (U, V, W), bzw. $60^\circ_{\text{el.}}$ ($U, -W, V$) oder $240^\circ_{\text{el.}}$ (U, W, V) erreicht werden.

Die folgende Beziehung zur Ermittlung möglicher Maschinentopologien ist rein empirisch entwickelt worden und bedeutet damit keine endgültige Sicherheit im mathematischen Sinn. Sie besagt, dass die Gesamtpolzahl der Erregerpole PM_{gesamt} durch folgende Vorgehensweise ermittelt werden kann:

Man wählt zunächst die Ankerzahnzahl (3, 6, 9 usw.) und dann die Zähnezahzahl pro Strang und nimmt nacheinander die nach der oberen Forderung möglichen PM-Zahlen (2, 4, 6 usw.) an, bis erstmals die Bedingung (1) erfüllt wird.

$$\left[\frac{\text{Zähnezahzahl}_{\text{pro Strang}}}{\text{Zähnezahzahl}_{\text{gesamt}}} \cdot 360^\circ - \text{aint} \left(\frac{\text{Zähnezahzahl}_{\text{pro Strang}} \cdot PM_{\text{gesamt}}}{\text{Zähnezahzahl}_{\text{gesamt}}} \right) \cdot \frac{360^\circ}{PM_{\text{gesamt}}} \right] \frac{PM_{\text{gesamt}}}{2} = \alpha = \begin{cases} 120^\circ \\ 60^\circ \end{cases} \quad (1)$$

Hierbei bedeuten:

$Zähnezahzahl_{\text{gesamt}}$ Gesamte Anzahl der Ankerzähne

$Zähnezahzahl_{\text{pro Strang}}$ Anzahl der benachbarten Ankerzähne, die von einem Strang erregt werden

PM_{gesamt} Gesamte Anzahl der magnetischen Pole auf dem Erregerteil. Jeder dieser Pole kann natürlich durch mehrere gleichsinnig magnetisierte, nebeneinanderliegende Magnete erzeugt werden.

aint: Eine Funktion, die als Wert den des Parameters (Rechenvorschrift in der Klammer) ohne seinen gebrochenen Zahlenanteil liefert. Die Funktion hackt also den gebrochenen Zahlenanteil nach dem Komma ab.

T_{PM} Erregerpolteilung = $360^\circ_{\text{mech}} / PM_{\text{gesamt}}$

T_Z Ankerzahnteilung = $360^\circ_{\text{mech}} / Zähnezahzahl_{\text{gesamt}}$

Es muss also eine der Bedingungen ($\alpha = 120^\circ$ oder $= 60^\circ$) durch eine entsprechende Wahl der Erregerpolzahlen erfüllt werden. Wird die $\alpha = 120^\circ$ Bedingung erfüllt, so stimmt die Phasenfolge mit der Strangfolge überein (**Bild 5** unten, Topologie 3/2). Eventuell muss jedoch ein Strang umgekehrt angeschlossen werden (z. B. Topologie 12₍₂₎/10 in **Tabelle 1**). Wird die $\alpha = 60^\circ$ Bedingung erfüllt (**Bild 10**, Topologie 3/4), so stimmt die Reihenfolge der Phasen nicht mit der von benachbarten Strängen überein. Zumeist, vielleicht immer, ist dann die Zuordnung: Strang 1 mit Phase U und weiter Strang 2 mit Phase W und Strang 3 mit Phase V, d. h. benachbarte Phasen liegen $240^\circ_{\text{el.}}$ auseinander.

Obige Beziehung zur Bestimmung der Polzahl gilt so für eine beliebige Zahl ($g = 1, 2, 3..$) von nebeneinanderliegenden und zu einem Strang gehörenden Zähnen. Die Mindestzahl von Zähnen ergibt sich aus dem Produkt der Strangzahl mit der Anzahl von gleichwertig wirkenden Zähnen: $m_s \cdot Zähnezahzahl_{\text{pro Strang}}$. Wenn 2 Zähne zu einem Strang gehören, dann müssen also mindestens 6 und bei $g = 3$ mindestens 9 Ankerzähne vorhanden sein. Prinzipiell sollten weiterhin folgende geometrischen Bedingungen beachtet werden:

$$T_{PM} < 2 \cdot T_Z \text{ und für } g > 1: 2T_{PM} < T_Z$$

4.2.2 Nach der Beziehung (1) mögliche Wandlertopologien mit Einzahnwicklungen für 3-phasige Wechselrichterspeisung

Zur Auswertung der Gleichung (1) wurde ein Programm (EZWEC) geschrieben. Im Folgenden werden hier aus der unendlichen Vielzahl von Möglichkeiten nur die genannt, bei denen die Anzahl der Erregerpole (PM-Zahl unterschiedlicher Polarität) ≤ 22 ist. Die möglichen Topologien sind in **Tabelle 1** zusammengestellt. Bei der im Text verwendeten Kurzschreibweise z. B. 12₍₂₎/10 bedeuten 12: die Statorzähnezahl, ₍₂₎: die Anzahl der nebeneinander liegenden Zähne pro Strang und 10: die PM-Zahl.

Tabelle 1: Mögliche Topologien nach Gleichung (1)

Wandler mit $q = 1$ Zahn pro Strang

Repetition des Basisankers: 1

Statorzähnezahl	PM-Zahl	α =Bedingung	Phasenfolge
3	2	120	UVW
3	4	60	UVW
3	8	120	
3	10	60	
3	14	120	
3	16	60	
3	20	120	
3	22	60	

Repetition des Basisankers: 2

Statorzähnezahl	PM-Zahl	α =Bedingung	Phasenfolge
6	4	120	UVW
6	8	60	
6	10	120	
6	14	60	
6	16	120	
6	20	60	
6	22	120	

Repetition des Basisankers: 3

Statorzähnezahl	PM-Zahl	α =Bedingung	Phasenfolge
9	6	120	UVW
9	12	60	

Repetition des Basisankers: 4

Statorzähnezahl	PM-Zahl	α =Bedingung	Phasenfolge
12	8	120	=
12	16	60	
12	20	120	

Repetition des Basisankers: 5

Statorzähnezahl	PM-Zahl	α =Bedingung	Phasenfolge
15	10	120	=
15	16	120	
15	20	60	

Repetition des Basisankers: 6

Statorzähnezahl	PM-Zahl	α =Bedingung	Phasenfolge
18	12	120	

Repetition des Basisankers: 7

Statorzähnezahl	PM-Zahl	α =Bedingung	Phasenfolge
21	14	120	

Repetition des Basisankers: 8

Statorzähnezahl	PM-Zahl	α =Bedingung	Phasenfolge
24	16	120	

Wandler mit $q=2$ nebeneinander liegenden Zähnen pro Strang

Repetition des Basisankers: 1

Statorzähnezahl	PM-Zahl	α =Bedingung	Phasenfolge
6	4	60	UWV
6	8	120	UVW
6	10	60	UWV

Repetition des Basisankers: 2

Statorzähnezahl	PM-Zahl	α =Bedingung	Phasenfolge
12	8	60	
12	10	120	U-VW
12	14	60	
12	16	120	
12	20	60	
12	22	120	

Repetition des Basisankers: 3

Statorzähnezahl	PM-Zahl	α =Bedingung	Phasenfolge
18	12	60	

Repetition des Basisankers: 4

Statorzähnezahl	PM-Zahl	α =Bedingung	Phasenfolge
24	16	60	
24	20	120	

Wandler mit $q=3$ nebeneinander liegenden Zähnen pro Strang

Repetition des Basisankers: 1

Statorzähnezahl	PM-Zahl	α =Bedingung	Phasenfolge
9	8	120	UVW
9	10	60	UWV
9	14	120	
9	16	60	

Repetition des Basisankers: 2

Statorzähnezahl	PM-Zahl	α =Bedingung	Phasenfolge
18	10	120	
18	14	60	
18	16	120	
18	20	60	
18	22	120	

Repetition des Basisankers: 3

Unter obigen Bedingungen keine Topologie möglich.

Repetition des Basisankers: 4

Statorzähnezahl	PM-Zahl	α =Bedingung	Phasenfolge
36	20	120	

4.2.3 Repetitionszahl

Die Repetitionszahl gibt an, wie häufig innerhalb der Maschinenperiode T_M ein Erregerpol mit gleicher Polarität wieder die exakt gleiche Stellung zu den Ankerzähnen aufweist. Konventionelle PMSM weisen stets nur eine Repetitionszahl von 1 auf. Das gilt auch für konventionelle höherpolige (> 2) Maschinen, bei denen die Erregerpole zur Reduzierung der Vortriebskraftschwankungen nicht 180° el. gegeneinander verschoben sind. Bei den hier untersuchten Maschinen mit Zahnwicklung sind jedoch der Verstellungsmöglichkeiten praktisch keine Grenzen gesetzt (siehe **Tabelle 1**) und es gibt Topologien mit verschiedenen Repetitionszahlen > 1 . Zur Erleichterung des Entwurfs entsprechender Maschinen sind in **Tabelle 1** Größen wie q und Repetitionszahl angegeben.

5 VERGLEICH DER MITTLEREN KRAFTDICHTEN

5.1 Vergleich einer vereinfachten analytischen mit einer numerischen Kraftberechnung

5.1.1 Vergleichsmodelle

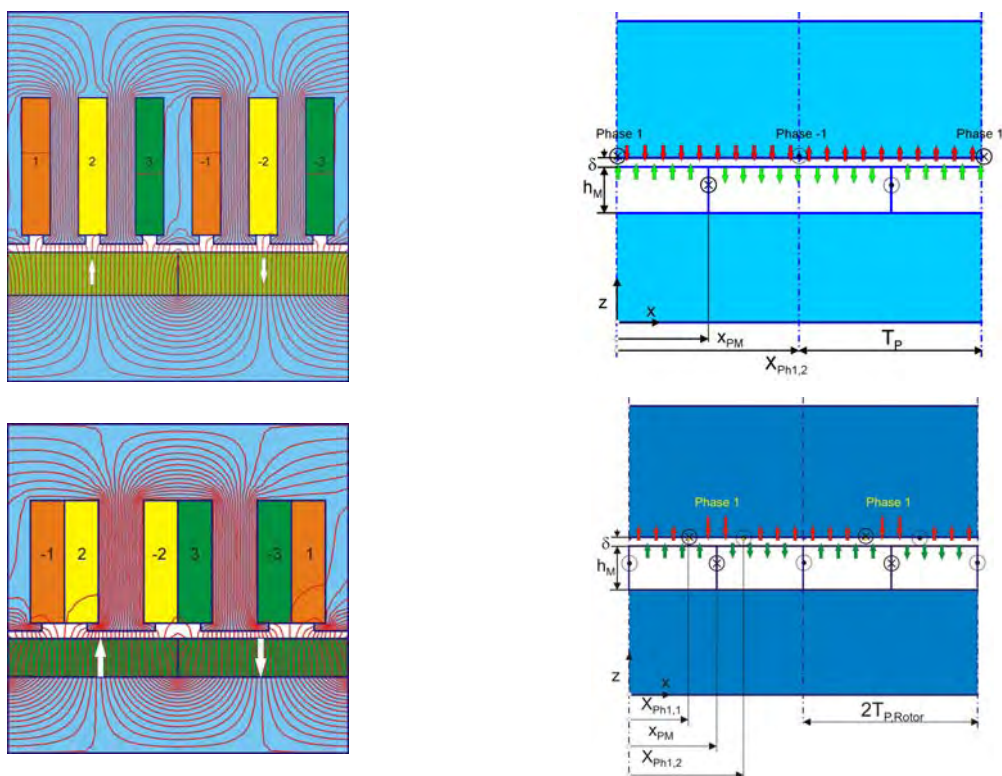


Bild 5: Feldverlauf und prinzipieller Aufbau von zwei unterschiedlichen dreisträngigen, PM-erregten Synchronmaschinen

In **Bild 5** sind die Anordnungen der Erregermagnete zusammen mit einem Statorstrang und deren prinzipielle Feldverläufe für den Fall eines magnetisch "glatten" Luftspalts dargestellt. In **Bild 5** oben ist eine aus **Bild 2** ableitbare konventionelle PM-erregte Synchronmaschine mit $m_s = 3$ Strängen dargestellt mit einer gegenüber der Rotorpolteilung um 33 % verkürzten

Statorstruktur. In **Bild 5** unten ist eine aus **Bild 1** ableitbare konventionelle PM-erregte Synchronmaschine mit $m_s = 3$ Strängen und einer gegenüber der Rotorperiode um 33 % verkürzten Statorstruktur dargestellt. Zur Bewertung der Energieumwandlungsgüte von PM-erregten Synchronmaschinen unterschiedlicher Topologien werden in einer ersten Abschätzung die mittleren Kräfte unter der Voraussetzung eines 1-dimensionalen Feldverlaufs und eines bezüglich der Amplitude konstanten Stromverlaufs angenommen. Hierzu wurde eine konventionelle Maschine mit einer topologisch anderen Maschine verglichen, bei der die Statorzahnteilung um 33 % von der Rotorpolteilung verkürzt ist.

5.1.2 Kraftgleichung

Gemäß der Lagrange-Theorie [12] lässt sich aus Energiebeziehungen die allgemeine Kraftgleichung (2) für Energiewandler mit beliebiger Struktur und beliebiger Stator- und Rotorstranzahl ableiten:

$$F_{ges} = \frac{1}{2} \sum_{v=1}^{n+m} \sum_{\mu=1}^{n+m} i_v \cdot i_\mu \cdot \frac{dM_{v,\mu}}{dx} \quad \text{mit: } M_{v,\mu} = L_v \text{ für } v = \mu \quad (2)$$

Hierbei sind:

n : Anzahl der Statorstränge

m : Anzahl der Rotorstränge

i : Ströme der $n + m$ Stränge

L und M : Selbst- bzw. Gegeninduktivitäten der einzelnen Stränge

x : Ortskoordinate in Bewegungsrichtung

Für den hier untersuchten Sonderfall, dass der Luftspalt gemäß **Bild 5** (rechte Spalte) magnetisch "glatt" angenommen wird und nur ein Strang betrachtet werden soll, reduziert sich Gleichung (2) zu:

$$F_m = \frac{\partial M_{1,PM}}{\partial x} i_1 i_{PM} \quad (3)$$

Wobei i_{PM} den Strom des Permanentmagneten darstellt. Er ergibt sich für einen Permanentmagneten mit der Remanenz B_r , der Magnethöhe h_M und der permanenten Permeabilität $\mu_{rp} = 1,0$ gemäß [13] aus der Änderung der Magnetisierung zu:

$$i_{PM} = \frac{B_r}{\mu_0} h_M \quad (4)$$

Die Definition der Gegeninduktivität zwischen Statorstrang 1 und dem Erregermagneten $M_{1,PM}$ [14]

$$M_{1,PM} = \frac{\Phi_{1,PM}}{i_{PM}} \quad (5)$$

besagt, dass sie den Teil des vom Erregermagneten erzeugten Flusses pro Erregerstrom i_{PM} angibt, der die Spule von Strang 1 durchdringt. Dies bezieht man zumeist auf eine Polteilung des Rotors $T_{p,Rotor}$, so dass sich die Gesamtinduktivität aus der Multiplikation dieses Wertes mit der Rotorpolzahl ergibt.

Für Maschinentopologien gemäß **Bild 5** mit einer Länge l in der y -Richtung quer zur Zeichenebene und einer Spulenweite W_{sp} ergibt sich aus diesen Überlegungen für die Bestimmung der Gegeninduktivität folgende Beziehung:

$$M_{1,PM(x)} = \frac{1}{i_{PM}} \int_{A_{Sp}} B_{PM(x)} dA_{Sp} = \frac{1}{i_{PM}} \int_x^{x+W_{sp1}} \int_0^l B_{PM(x)} dy dx \quad (6)$$

Unter der Annahme, dass bei einem im Vergleich zur Länge l kleinen Luftspalt δ die Luftspaltflussdichte in y -Richtung konstant ist, vereinfacht sich obige Gleichung zu:

$$M_{1,PM(x)} = \frac{l}{i_{PM}} \int_x^{x+W_{sp1}} B_{PM(x)} dx \quad (7)$$

Nimmt man weiterhin im Luftspalt einen 1-dimensionalen Feldverlauf an, so ergibt sich dort der in **Bild 6** gezeigt Flussdichteverlauf über zwei Rotorpolteilungen. Wertet man Gleichung (7) für eine Durchmesserwinding aus (die Spulenweite entspricht der Rotorpolteilung und ist durch die unteren roten Kreise 1-1' gekennzeichnet) bzw. für eine Zahnwinding mit der Topologie: Spulenweite = $2/3$ *Rotorperiode (durch die oberen blauen Kreise 1-1' gekennzeichnet), so ergeben sich die beiden in **Bild 6** dargestellten Verläufe der Gegeninduktivitäten. Auffallend für die Gegeninduktivität der kompakten Zahnwinding ist die Tatsache, dass sie für ein Drittel der Rotorpolteilung konstant ist und damit in diesem Bereich gemäß Gleichung (3) nicht zur Kraftbildung beiträgt. Im übrigen Bereich sind die Induktivitätsgradienten und damit die Kraftwirkungen der beiden Maschinen identisch. Das bedeutet, dass auf Grund der starken Sehnung die konzentrierte Zahnwinding im Vergleich zur Durchmesserwinding nur $2/3$ der mittleren Kraft erzeugt und diese weiterhin auch stark zwischen Null und dem Maximalwert schwankt. Dieser Kraftabfall wird weiter unten auch mit einer genauen Berechnung unter Berücksichtigung des tatsächlich zweidimensionalen Feldverlaufs bestätigt.

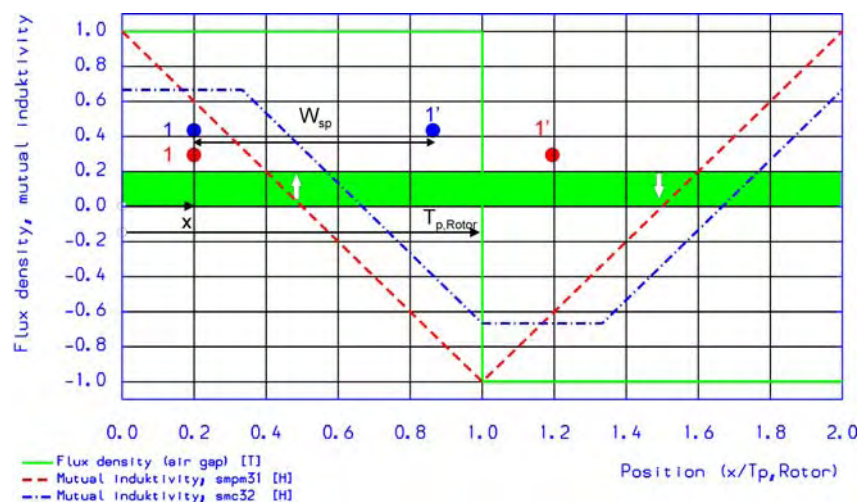


Bild 6: Idealisierter Verlauf der Flussdichte im Luftspalt der Anordnungen von **Bild 5** (oben bzw. unten) und die sich daraus ergebenden Verläufe der Gegeninduktivitäten bei Durchmesser- und konzentrierten Zahnwicklungen (Kurven 1 und 2 normiert, Kurve 3 auf Kurve 2 bezogen)

Die Position $x = 0$ von **Bild 6** bedeutet für die Gegeninduktivitäten, dass der linke Teil der betrachteten Wicklung genau zwischen den Erregerpolen liegt. Es gilt also: $x_{Ph1,1} = 0$ und $x_{Ph1,2} = T_p$ für die konventionelle Durchmesserwicklung nach **Bild 5** oben rechts und $x_{Ph1,1} = 0$ und $x_{Ph1,2} = 2/3T_p$ für die Zahnwicklung der Anordnung nach **Bild 5** unten rechts (32-Topologie).

Legt man die physikalische Definition der Gegeninduktivität gemäß Gleichung (5) zu Grunde, so kann die Integration des Flusses durch eine Spule mit der Weite W_{Sp} gemäß Gleichung (6) auch in zwei Teilintegrale aufgespalten werden, wobei jedes Teilintegral den Fluss angibt, der mit einer Spulenseite verkoppelt ist (der Rückleiter jeder Spulenseite muss dann im feldfreien Raum sein). Gleichung (7) kann also folgendermaßen geschrieben werden:

$$M_{1,PM(x)} = \frac{l}{i_{PM}} \left(\int_x^{T_{p,Rotor}} B_{PM(x)} dx \pm \int_{x+W_{Sp}}^{T_{p,Rotor}} B_{PM(x)} dx \right) \quad (8)$$

Hierbei ist $B_{PM(x)}$ die von der Position x abhängige Flussdichte, deren Integration einmal von der linken Spulenseite bis zum feldfreien Raum in der Pollücke bei $T_{p,Rotor}$ und das andere Mal von der rechten Spulenseite zur Pollücke bei $T_{p,Rotor}$ geht.

Bemerkung: Mit dem \pm Zeichen in Gleichung (8) wird berücksichtigt, ob die beiden Teilleiter parallel geschaltet (+ Zeichen) oder, wie bei einer Spule, in Reihe ($-$ Zeichen) geschaltet sind. Leitet man nun diesen zusammengesetzten Ausdruck für die Gegeninduktivität gemäß Gleichung (3) nach der Ortskoordinate ab, so erhält man die Kraft zu:

$$F = \frac{\partial M_{1,PM(x)}}{\partial x} \cdot i_1 i_{PM} = \frac{l}{i_{PM}} \left(B_{PM(x)} \pm B_{PM(x+W_{Sp})} \right) \cdot i_1 i_{PM} = l \left(B_{PM(x)} - B_{PM(x+W_{Sp})} \right) i_1 \quad (9)$$

Das Minuszeichen bei der Flussdichte an der Stelle $x+W_{Sp}$ muss auf Grund der Annahme verwendet werden, dass die beiden Spulenseiten in Reihe geschaltet sind.

Diese allein aus Energieüberlegungen abgeleitete Kraftbeziehung ist natürlich mit der bekannten Lorentz-Kraftbeziehung identisch. Hier wurde nur stillschweigend angenommen, dass die Flussdichte nur eine z - und der Strom nur eine y -Komponente aufweist. Aus dieser Beziehung kann man sich natürlich viel einfacher erklären, warum die Maschine mit konzentrierter Zahnwicklung im Bereich von $x = 0$ bis $x = T_{p,Rotor}/3$ keine Kraft erzeugt. Beide Spulenseiten liegen im Bereich identischer Flussdichte und weisen entgegengesetzte Stromrichtungen auf. Auf jede Teilspule wirkt dadurch natürlich eine gleiche, aber entgegengesetzte Kraft.

Für die Grundsatzuntersuchungen wurden an den Modellen mit magnetisch glatten Luftspalten gemäß **Bild 5** folgende Annahmen getroffen:

$$\begin{array}{ll} T_{p,Rotor} = 20 \text{ mm}, & \text{Maschinenlänge } l = 1 \text{ m}, \\ h_M = 1 \text{ mm}, & \text{Luftspalt } \delta = 0,1 \text{ mm}, \\ \mu_{rp} = 1,0 & \text{magnetische Remanenz } B_r = 1,2 \text{ T}. \end{array}$$

Aus dem Maxwell'schen Durchflutungsgesetz stellt sich mit obigen Daten und der Annahme, dass die Feldlinien nur orthogonal zu den Luftspaltbegrenzungsflächen verlaufen, im Luftspalt folgende Flussdichte auf Grund der PM-Erregung ein:

$$B_{\delta,PM} = \frac{\mu_0 \cdot \frac{B_r}{\mu_0} \cdot h_M}{h_M + \delta} = \frac{B_r}{1 + \frac{\delta}{h_M}} = 1,091T \quad (10)$$

Unter der Annahme des in **Bild 6** gezeigten Flussdichteverlaufs und einem konstanten Ankerstrom von $i_A = 100$ A erhält man mit der konventionellen Synchronmaschine eine mittlere Kraft pro Rotorperiode von:

$$\bar{F} = 2 \frac{l}{T_{p,Rotor}} \int_{x=0}^{T_{p,Rotor}} i_{A(x)} \cdot B_{\delta,PM(x)} dx = 2 \frac{l}{T_{p,Rotor}} \int_{x=0}^{T_{p,Rotor}} i_A \frac{B_r}{1 + \frac{\delta}{h_M}} dx = 2 \cdot 100 \cdot 1,0909 \cdot T_{p,Rotor} = 2 \cdot 109,09N \quad (11)$$

Hier nur der Hinweis, dass die Quellen der beiden Hauptterme der Lorentzkraftformel: i und B vertauscht werden können. Allgemein üblich – so auch in Gleichung (11) – ist die Annahme, dass als i der Ankerstrom und als B das Erregerfeld vom PM-Magneten genommen wird. Nimmt man im Gegensatz dazu als i den fiktiven PM-Strom gemäß Gleichung (4) und als B das Erregerfeld vom Ankerstrom an, so erhält man eine zu Gleichung (11) identische Beziehung:

$$\bar{F} = 2 \frac{l}{T_{p,Rotor}} \int_{x=0}^{T_{p,Rotor}} i_{PM(x)} \cdot B_{\delta,A(x)} dx = 2 \frac{l}{T_{p,Rotor}} \int_{x=0}^{T_{p,Rotor}} \frac{B_r}{\mu_0} \cdot h_M \cdot \frac{\mu_0 \cdot i_A}{h_M + \delta} dx = 2 \frac{l}{T_{p,Rotor}} \int_{x=0}^{T_{p,Rotor}} B_r \cdot \frac{i_A}{1 + \frac{\delta}{h_M}} dx \quad (12)$$

Die Ermittlung der mittleren Kraft für die Maschine mit konzentrierter Zahnwicklung erfolgt sinnvoller Weise für die linke und rechte Teilwicklung getrennt. Man erhält hierfür folgenden Zusammenhang:

$$\begin{aligned} \bar{F} &= \frac{l}{T_{p,Rotor}} \left(\int_{x=0}^{T_{p,Rotor}} i_{(x)} \cdot B_{\delta(x)} dx + \int_{x=W_{Sp}}^{T_{p,Rotor}} -i_{(x)} \cdot B_{\delta(x)} dx + \int_{x=T_{p,Rotor}}^{W_{Sp}+T_{p,Rotor}} -i_{(x)} \cdot (-B_{\delta(x)} dx) \right) \\ &= \frac{1}{T_{p,Rotor}} \left(109,09 - \frac{1}{3} 109,09 + \frac{2}{3} 109,09 \right) T_{p,Rotor} = \frac{4}{3} 109,09N \end{aligned} \quad (13)$$

Wie auch bereits oben aus dem Verlauf der Gegeninduktivität ermittelt, liefert natürlich der Kraftansatz nach Lorentz die gleichen Kraftwerte. Festzuhalten ist, dass die natürliche Energieumwandlung der Topologie mit einer auf Grund der Zahnwicklung um 1/3 verkürzten Wicklungsweite auch nur 2/3 der Kraft einer konventionellen Maschinentopologie mit Durchmesserspulen erzeugt. Dieser Kraftabfall wurde bereits mit der Kraftbeziehung (3) und dem Verlauf der Gegeninduktivitäten gemäß **Bild 6** ermittelt.

Eine genaue Analyse der Feldverläufe (analytisch oder numerisch) und eine darauf basierende Berechnung des Kraftverlaufs zeigt gemäß **Bild 7**, dass die Maximalwerte der Kräfte für beide Topologien identisch sind, die Topologie mit verkürzter Wicklungsweite aber – in

diesem Fall für ca. 1/3 Rotorperiode – keine Kraft liefert. Man beachte, dass der Kraftverlauf für die Anordnung mit Zahnwicklung auf eine Rotorperiode bezogen ist.

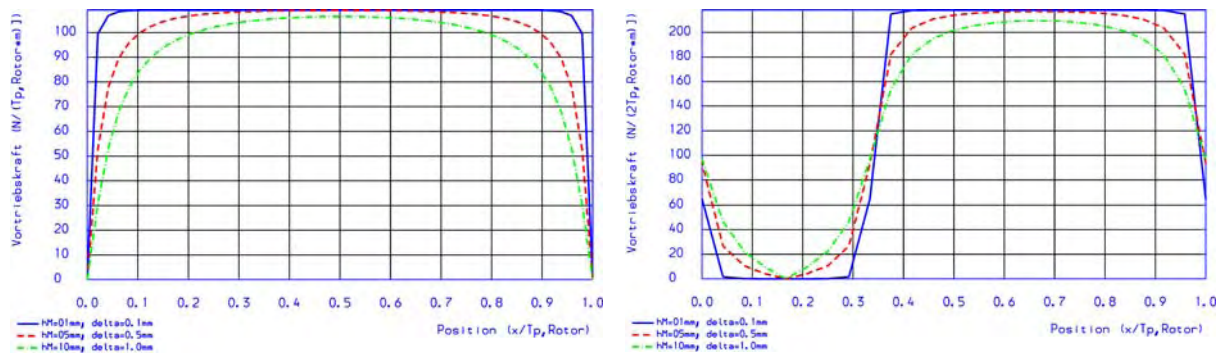


Bild 7: Links: Kraftverlauf für die PM-erregte Synchronmaschine mit Durchmesserwicklung mit einer Topologie gemäß **Bild 5** oben, jedoch mit magnetisch glattem Luftspalt
Rechts: Kraftverlauf für die PM-erregte Synchronmaschine mit kompakter Zahnwicklung mit einer Topologie gemäß **Bild 5** unten, jedoch mit magnetisch glattem Luftspalt

Weiterhin ist festzuhalten, dass, so lange nur δ/h_M gleich bleibt, auch gemäß Gleichung (10) die Luftspaltflussdichte konstant und damit die Kraftdichte konstant bleiben müsste. Im Gegensatz dazu zeigen jedoch die mit den tatsächlichen Feldverläufen ermittelten Kräfte (**Bild 7**), dass sie ortsabhängig sind und ihre Mittelwerte stark von der tatsächlichen Magnethöhe abhängen.

Tabelle 2: Aus **Bild 7** ermittelte mittlere Kräfte \bar{F} pro $T_{p,Rotor}$

Konventionelle Maschine (Bild 7 links)	h_M (mm)	\bar{F} (N/m)
	1	108,6
	5	102,4
	10	93,9
Maschine mit Zahnwicklung (Bild 7 rechts)		
	1	72,5
	5	72,0
	10	69,0

Hierbei ist bemerkenswert, dass auch bei Berücksichtigung der Zweidimensionalität des Luftspaltfeldes die mittlere Kraft der Topologie mit Zahnwicklung beim kleinen Luftspalt von 1 mm praktisch exakt 2/3 von der der konventionellen SM-Topologie beträgt. Die mittlere Kraftdichte der konventionellen SM-Topologie fällt jedoch stärker mit steigender Magnethöhe (und gleichzeitig steigendem Luftspalt) ab als bei der Topologie mit Zahnwicklung.

Da weiterhin mit analytischen Berechnungsmethoden niemals die mit der Statornutung und eventueller Sättigung verbundenen Effekte wie Kraftreduktion und Vortriebskraftschwankungen erfasst werden können, werden im Folgenden nur noch Vergleiche der Energieumwandlung auf der Basis von numerischen Rechenmethoden durchgeführt.

5.2 Vergleich der Energieumwandlung auf Grund numerischer Rechenmethoden

5.2.1 Grundlagen

In [9] wurden sehr umfangreiche Untersuchungen von PM-Synchronmaschinen unterschiedlichster Topologien durchgeführt. Sie bezogen sich nicht nur auf die spezifische Energieumwandlung, sondern auch auf weitere Qualitätsmerkmale, wie Momenten- und Radialkraftschwankungen sowie Scheinleistungsbedarf usw. Für die Untersuchungen wurden jeweils sechs verschiedene Stromverläufe angenommen, die zum Teil mit dem in [15] erwähnten Verlustminimierungsprogramm ermittelt wurden. Im Einzelnen sind dies:

- Wirkungsgradoptimaler Stromverlauf ohne Nebenbedingungen, Zielfunktion: $\bar{f}_v = 10 \text{ kN/m}^2$
- Wirkungsgradoptimaler Stromverlauf [16] mit Nebenbedingungen: Stromsumme in jedem Augenblick = 0, Zielfunktion: $\bar{f}_v = 10 \text{ kN/m}^2$
- Wirkungsgradoptimaler Stromverlauf ohne Nebenbedingungen, Zielfunktion: Vortriebskraft konstant [16] $f_v = 10 \text{ kN/m}^2$
- Wirkungsgradoptimaler Stromverlauf mit Nebenbedingungen: Stromsumme in jedem Augenblick = 0 [16], Zielfunktion: Vortriebskraft konstant $f_v = 10 \text{ kN/m}^2$
- Sinusförmiger Stromverlauf mit gleichem Effektivwert wie erster Stromverlauf ohne Nebenbedingungen. Bei diesem Stromverlauf erzielt man natürlich nicht die gewünschte mittlere Vortriebskraftdichte von 10 kN/m^2 . Da im Rotor keine Reluktanz auftritt, ist die Phasenlage von Stromverlauf 1 gleich Null bezüglich der Felderregerkurve. Darum wurde auch bei sinusförmiger Stromspeisung der Phasenwinkel auf 0 eingestellt.
- \pm Rechteckförmiger Stromverlauf über jeweils 180° el.

5.2.2 Untersuchte Maschinentopologien

Aus der Vielzahl der in [9] untersuchten Maschinen werden in diesem Bericht nur die Leistungsdaten folgender Topologien bei wirkungsgradoptimaler Stromspeisung verglichen.

- 1- (**Bild 8** links), 3- (**Bild 5** oben) und 5-strängige (**Bild 8** rechts) Maschinen mit konventionellen Durchmesserwicklungen

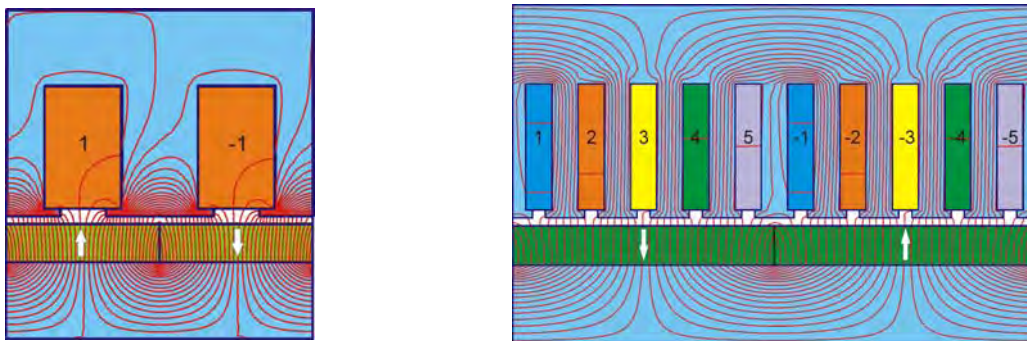


Bild 8: Topologien und Feldverläufe für konventionelle PM-erregte Synchronmaschinen mit Durchmesserwicklungen (es ist jeweils eine Maschinenperiode T_M dargestellt). links: einsträngige Maschine, rechts: fünfsträngige Maschine

- Maschinen mit verkürzter Zahnwicklung. 3-Statorstränge auf 2 Rotorpolteilungen (**Bild 5** unten), 5-Statorstränge auf 6 Rotorpolteilungen (**Bild 9** links) und 9-Statorstränge auf 8 Rotorpolteilungen (**Bild 9** rechts)

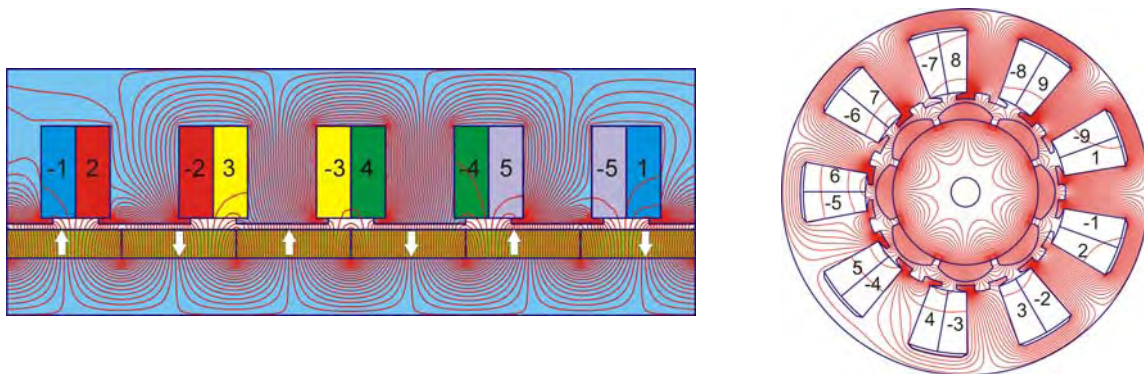


Bild 9: Topologien und Feldverläufe für PM-erregte Synchronmaschinen mit verkürzter Zahnwicklung .

Links: 5-Statorstränge auf 6 Rotorpolteilungen (eine Maschinenpolteilung $T_{P,M}$) verteilt;

Rechts: 9-Statorstränge auf 8 Rotorpolteilungen (eine Maschinenperiode T_M) verteilt.

Falls diese Maschine 3-strängig betrieben werden soll, kann das gemäß Tabelle 1 nur eine Anordnung sein, bei der 3 benachbarte Zähne jeweils mit einer geteilten Nutwicklung umfasst sind.

- Maschinen mit gedehnter Zahnwicklung. 3-Statorstränge auf 4 Rotorpolteilungen (**Bild 10**)

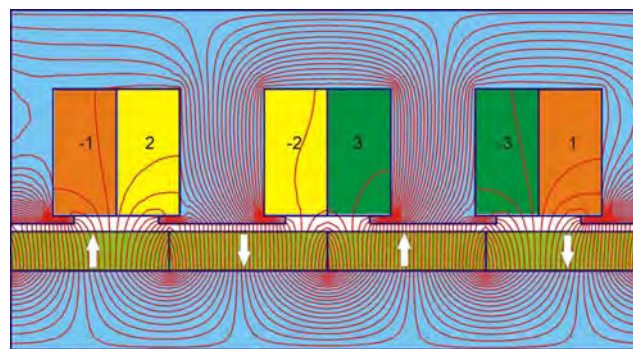


Bild 10: Topologie und Feldverlauf für eine PM-erregte Synchronmaschine mit gedehnter Zahnwicklung. 3-Statorstränge auf 4 Rotorpolteilungen (entspricht einer Maschinenteilung T_M) verteilt.

5.2.3 Ergebnisse**Tabelle 3:** Vergleich der Verluste von Maschinen

Topologie	Strangzahl	Auf SMC1-1f bezogene Verlustleistung	Bemerkungen
-----------	------------	--------------------------------------	-------------

1-Phasenmaschine als Bezugsgröße

Bild 8 links	1	1,0	Halbgeschlossene Nuten (Vollnutwicklung)
---------------------	---	-----	------------------------------------------

Konventionelle permanenterregte Synchronmaschine(Wicklung um $\frac{1}{2}$ Maschinenperiode. Zusatzverluste in den Wickelköpfen)

Bild 5 oben	3	0,895	
Bild 8 rechts	5	0,883	

Maschinen mit homogen verstimmtter Stator-Rotor-Topologie

(Wicklung um den Zahn, reduzierte Baulänge auf Grund verkürzter Wickelköpfe, reduzierte Zusatzverluste in den Wickelköpfen)

Bild 5 unten	3	1,47	Drei Statorstränge pro zwei Rotorpolteilungen (verkürzte Statorwicklung)
Bild 10	3	1,26	Drei Statorstränge pro vier Rotorpolteilungen (gedehnte Statorwicklung)
Bild 9 links	5	1,09	Fünf Statorstränge pro sechs Rotorpolteilungen (verkürzte Statorwicklung)

Die Topologie nach **Bild 9** ist in [17] eingehend untersucht worden.5.2.4 Bemerkungen zu den Ergebnissen

In diesem Bericht ist nur der Wirkungsgrad als Qualitätsbeurteilung verschiedener PM-erregter Synchronmaschinen-Topologien herangezogen worden. Es wurden Maschinen mit Zahnwicklungen mit denen verglichen, welche konventionelle Durchmesserwicklungen aufweisen. Basierend sowohl auf analytischen Überlegungen als auch auf genauen Feldberechnungen zeigt sich bei den hier untersuchten Topologien mit voller Erregerbelegung, dass die Kraftentwicklung praktisch dem Verhältnis der Spulenweite zur Rotorpolteilung entspricht. So zeigen die am häufigsten verwendeten Topologien mit 2- bzw. 4-Rotorpolteilungen pro drei Ankerphasen die größten Reduktionen in der Kraftentfaltung. Ihre Verluste sind im Vergleich zu konventionellen Maschinen bei gleicher Wirkleistung um 47% bzw. 26% größer. Topologien mit den Verhältnissen von 5/6 bzw. 9/8 Statorzähne/Rotorpole nähern sich natürlich auf Grund der geringeren Sehnung stark den Umwandlungswirkungsgraden konventioneller Maschinen.

Bei der Untersuchung dieser Maschinentopologien mit kompakten Zahnwicklungen hat sich aber gezeigt, dass praktisch nicht voraussehbare, topologieabhängige parasitäre Effekte wie Radial- und Normalkraftschwankungen auftreten können, wie sie von konventionellen Maschinen in diesem Maße nicht bekannt sind. Aus diesem Grunde wurde am IMAB im Auftrag von SEW [17] eine groß angelegte Studie bezüglich solcher Zusatzeffekte und ihre Anregungspotentiale von mechanischen Schwingungen (Geräusentwicklung) durchgeführt.

LITERATUR

- [1] H. Weh, H. May: *Achievable Force Densities For Permanent Magnet Excited Machines In New Configurations*,
Proc. ICEM '86, 08. - 10.09.1986, Munich, Germany
- [2] H. May, R. Palka: *Topologien von "Switched Reluctance Machines" und ihre Leistungspotentiale*,
Jahresbericht des IMAB, TU Braunschweig, 2001
- [3] H. Bausch, H.-D. Kolletschke: *A Novel Polyphase Permanent-Magnet-Machine For Wheel Drive Applications*,
Proc. ICEM '84, 18. - 21.09.1984, Lausanne, Switzerland
- [4] W.-R. Canders, F. Laube, H. Mosebach: *PM Excited Polyphase Synchronous Machines with Single-Phase Segments Featuring Simple Tooth Coils*,
Proc. ICEM '02, 25. - 28.08.2002, Brugge, Belgium
- [5] J. Cros, P. Viarouge: *Synthesis of High Performance PM Motors with Concentrated Windings*,
IEEE Transactions on Energy Conversion, Vol. 17, No. 2, June 2002
- [6] H. Mosebach: *Systematik dreisträngiger symmetrischer PM-erregter PPSM*,
Jahresbericht des IMAB, TU Braunschweig, 2005
- [7] M. Rezaei: *Auslegung und Optimierung von polyphasigen permanenterregten Synchronmaschinen*,
Dissertation am IMAB, TU Braunschweig, 2006
- [8] H. May: *Vergleich von I) Sinusförmig und "Smart current" gespeisten Permanent-erregten Synchronmaschinen in Flachmagnetbauweise. II) Permanenterregten Synchronmaschinen unterschiedlicher Polbedeckung bezüglich des Wirkungsgrades und des Vortriebskraftverlaufes*,
Technischer Bericht des IMAB, TU Braunschweig, 2001,
- [9] H. May: *Topologien und Leistungspotentiale von "Permanenterregten Synchronmaschinen" mit kompakter Zahn- bzw. Trommelwicklung*,
Technischer Bericht des IMAB, TU Braunschweig, 2001
- [10] H. May: *Potentiale elektromagnetischer Energiewandler, welche die Maxwell'schen Normal- bzw. Tangentialkräfte ausnutzen*,
Technischer Bericht des IMAB, TU Braunschweig, 2006
- [11] H. Weh, A. Lang: *Der Linearmotor mit Ringwicklung und Streufeldabdämpfung*,
ETZ-Archiv, Band 94, 1973
- [12] H. May: *Krafterzeugung, Energieumwandlung, elektromagnetische Dynamik und mechanische Kinematik von Elektrischen Energiewandlern*,
Technischer Bericht des IMAB, TU Braunschweig, 1982

- [13] H. Weh, H. May, M. Shalaby: *Highly effective Magnetic Circuits for Permanent Magnet Excited Synchronous Machines*,
Proc. ICEM '90, 13. - 15.08.1990, Cambridge, Massachusetts, USA
- [14] H. Hofmann: *Das elektromagnetische Feld, Theorie und grundlegende Anwendungen*,
Springer Verlag Wien-New York, 1974, ISBN 3-211-81141-9
- [15] H. May, W.-R. Canders, R. Palka: *Loss reduction in synchronous machines by appropriate feeding patterns*,
Proc. ICEM '98, 02. - 04.09.1998, Istanbul, Turkey
- [16] H. May: *OCMAG: Ein Programm zur Optimierung der Stromverläufe zur Erzielung eines optimalen Wirkungsgrades oder eines bestimmten Kraftverlaufs*,
Technischer Bericht des IMAB, TU Braunschweig, 1985
- [17] W.-R. Canders, H. May, J. Hoffmann, R. Palka: *Analyse und Optimierung eines Servomotors*,
Technischer Bericht des IMAB, TU Braunschweig, 2005