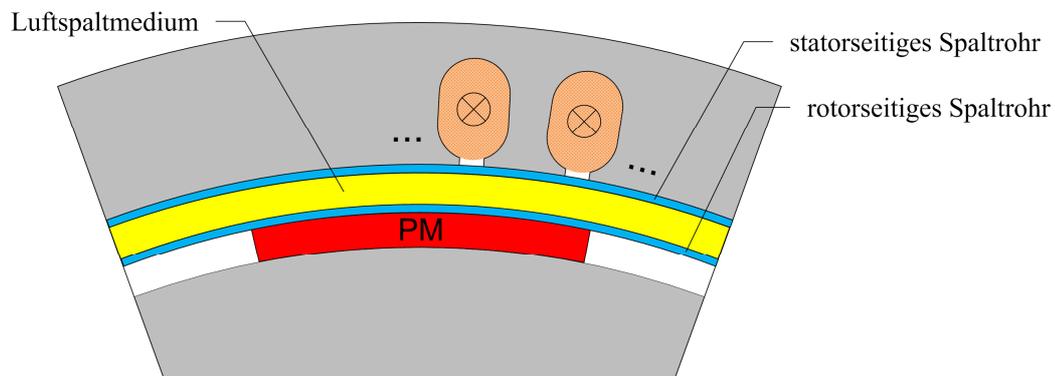


# ABSCHÄTZUNG DER NUTUNGSBEDINGTEN SPALTROHRVERLUSTE IN EINER PMSM

Dennis Hülsmann

## 1 EINLEITUNG

Spezielle antriebstechnische Aufgaben erfordern es, dass die aktiven Maschinenkomponenten, wie Oberflächen-Permanentmagnete oder die Wicklungen in den Stator- oder Rotoruten, durch geeignete Materialien im Luftspalt der Maschine gegenüber aggressiven Medien abgekapselt werden [1], [2]. Als Beispiele für diese Medien seien hier flüssige oder gasförmige Chemikalien genannt. Allerdings ist auch der umgekehrte Fall denkbar, bei dem das Medium zu schützen ist. Solche Anwendungen gibt es im Bereich der Medizintechnik oder der Lebensmittelindustrie, wo für diesen Zweck antiseptische Pumpen zum Einsatz kommen. Dieser Schutz, durch eine meist zylinderartige Struktur, wird auch als *Spaltrohr* bezeichnet. In **Bild 1** ist beispielhaft für eine PMSM mit Oberflächenmagneten eine solche Anordnung schematisch dargestellt.



**Bild 1:** Rotorpol einer PMSM mit Spaltrohren

In vielen Fällen ist man gezwungen auf metallisches Spaltrohrmaterial zurückzugreifen, wie etwa Edelstahl. Damit verbunden ist eine endliche elektrische Leitfähigkeit  $\sigma_s$  des Materials, was aufgrund der umlaufenden Feldwellen im Luftspalt der Maschine zu Wirbelstromverlusten in den Spaltrohren führt. Es besteht daher der Wunsch nach relativ einfachen Modellen zur Abschätzung dieser Verluste, da insbesondere der Auslegungsprozess solcher Maschinen dadurch erleichtert wird.

Zunächst soll eine kurze Übersicht über die wirbelstrombedingten Verlustanteile der Spaltrohre gegeben werden, um anschließend näher auf den Anteil der nutungsbedingten Verluste einzugehen. Dieser ist analytisch nur schwer abzubilden und bedarf daher besonderer Aufmerksamkeit. Das hier vorzustellende Verfahren entspricht im Wesentlichen dem in [3] und [4] beschriebenen.

## 2 VERLUSTMECHANISMEN UND RECHENMODELL

Zur analytischen Berechnung der Wirbelstromverluste in den Spaltröhren ist es zunächst notwendig, die magnetische Flussdichte  $\vec{B}$  im Luftspalt der Maschine zu bestimmen. Hierzu wird eine 2D-Feldberechnung über das Vektorpotenzial angesetzt, die zur Lösung der DGLn einen Separationsansatz mittels harmonischer Wellen verwendet [5]. Der Einfluss der Nutung bleibt hierbei unberücksichtigt (smooth air-gap model). Sowohl das Leerlauf- als auch das Statorfeld sind somit durch eine endliche Fourier-Reihe zu approximieren. Ist zwischen betrachteter Feldwelle und den Spaltröhren eine Relativgeschwindigkeit vorhanden, so findet ein Induktionsvorgang statt, der Stromwärme-Verluste im Material verursacht (näheres dazu im nächsten Unterkapitel). Die nachfolgende **Tabelle 1** gibt an, wo Relativgeschwindigkeiten - und damit auch Verluste - in Bezug auf die einzelnen Ordnungen der harmonischen Felder vorhanden sind. Die Teilwellen werden durch ihre Ordnungszahl  $\nu$  beschrieben.

**Tabelle 1:** Verlust-Komponenten der Spaltröhre

Komponenten der Feldverteilung		Statorspaltrrohr	Rotorspaltrrohr
Leerlauf Feld	$\nu_{Mf}$	X	-
	$\nu_f$	X	X
	$\nu_{Nf}$	-	X
Statorfeld	$\nu_{Ms}$	X	-
	$\nu_s$	X	X
	$\nu_{Ns}$	-	X

Die Indizes M und N meinen dabei die jeweils drehmomentbildende Welle (Ordnung) bzw. die Nutungsharmonischen, hervorgerufen durch das Leerlauf- oder Statorfeld. Der Einfluss der Nutung auf das Statorfeld und damit auf die Rotor-Spaltrrohrverluste soll an dieser Stelle nicht näher untersucht werden. Im weiteren Verlauf wird der in **Tabelle 1** grau hinterlegte Anteil näher betrachtet.

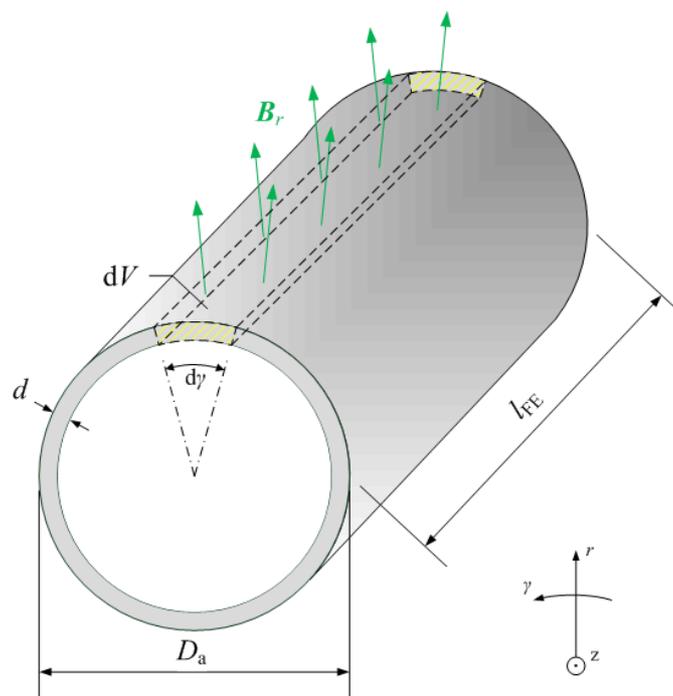
### 2.1 Aufstellen der Verlustgleichung

Sowohl für das stator- als auch für das rotorseitige Spaltrrohr wird eine relative Permeabilität von etwa 1 angenommen, was bedeutet, dass aus magnetischer Sicht die Spaltröhre dem Luftspalt zugeordnet werden können. Beide Spaltröhre "sehen" darin die umlaufenden Feldwellen, hervorgerufen durch die Überlagerung der Einzelfelder. Das elektrisch leitend angenommene Spaltrohrmaterial wird nun durch Wirbelströme erwärmt, die von der induzierten Spannung im Material getrieben werden. Diese Kreisströme werden als *rückwirkungsfrei* angesehen, d. h. es geschieht keine Abschwächung des induzierenden magnetischen Feldes im Sinne der Lenzschen Regel. Ein Ansatz, der die vollständig gekoppelten Gleichungen (mit Rückwirkung) berücksichtigt, wäre ebenfalls denkbar und gegebenenfalls mit dem Ansatz aus [6] zu entwickeln. Allerdings ist dieser Weg mit erheblichem Rechenaufwand verbunden.

Weiterhin wird zunächst angenommen, dass die Spaltrohre unendlich lang ausgedehnt sind, woraus sich ein eindimensionaler elektrischer Feldstärkevektor  $\vec{E}$  ergibt. Für die Verluste eines Volumenelementes  $dV$  nach **Bild 2** gilt für harmonische Größen:

$$p_v = \frac{1}{2} \sigma_s \hat{E}_z^2 \quad (1)$$

In der Darstellung ist bereits angedeutet, dass lediglich die radiale Flussdichtekomponente  $B_r$  für die weitere Rechnung betrachtet wird. Das ist in soweit zulässig, da die tangentielle Flussdichtekomponente in der Regel dem Betrag nach deutlich geringer ist. Zudem beträgt die Spaltrohrrdicke  $d$  in der praktischen Ausführung meist nur wenige Zehntelmillimeter, woraus sich eine sehr kleine Fläche für den Induktionsvorgang in Umfangsrichtung ergibt.



**Bild 2:** Modell zur Herleitung der Verlustgleichung

Die gesuchte Amplitude des elektrischen Feldes in Gl. (1) erhält man durch Anwendung des *Faradayschen Induktionsgesetzes* unter Zuhilfenahme des Satzes von Stokes. Aus

$$\iint_{(A)} (\nabla \times \vec{E}(\gamma, t)) \cdot d\vec{A} = - \frac{\partial}{\partial t} \iint_{(A)} \vec{B}(\gamma, t) \cdot d\vec{A} = \oint_{S(A)} \vec{E}(\gamma, t) \cdot d\vec{l} \quad (2)$$

folgt unter Berücksichtigung von  $d\vec{A}$  in Zylinderkoordinaten:

$$E_z(\gamma, t) = - \frac{\partial}{\partial t} \int B_r(\gamma, t) \cdot r \cdot d\gamma. \quad (3)$$

In den Gleichungen (2) und (3) wird vereinfacht davon ausgegangen, dass über  $d$  weder die Flussdichte noch das elektrische Feld eine Abhängigkeit vom Radius  $r$  aufweisen. Genau

genommen müsste daher das  $\bar{B}$ -Feld auf einem mittleren Radius bestimmt werden, worauf an dieser Stelle verzichtet wird und stattdessen der jeweils äußere Spaltröhrl-Radius  $r_a$  für die weitere Rechnung verwendet wird. Mit der allgemeinen Beschreibung einer Feldwelle durch

$$B_r(\gamma, t) = \hat{B}_r \cdot \sin(p\gamma - \omega t), \quad (4)$$

mit  $p$  als Polpaarzahl, erhält man nach Ausführung der Integration und Differentiation in Gl. (3):

$$E_z(\gamma, t) = \underbrace{\frac{\omega}{p} r_a \cdot \hat{B}_r}_{\hat{E}_z} \cdot \sin(p\gamma - \omega t) \quad (5)$$

Die Integrationskonstante in Gl. (3) muss sich aufgrund der Quellenfreiheit der magnetischen Flussdichte zu Null ergeben. Unter Verwendung der Bezeichnungen aus **Bild 2** gilt für das Volumen eines Hohlzylinders:

$$V = \pi l_{FE} d \cdot (D_a - d) \approx \pi l_{FE} d D_a \quad (6)$$

Hierbei wurde angenommen, dass  $D_a \gg d$  ist. Die Wirbelstromverluste erhält man nun aus den Gleichungen (1), (5) und (6) zu

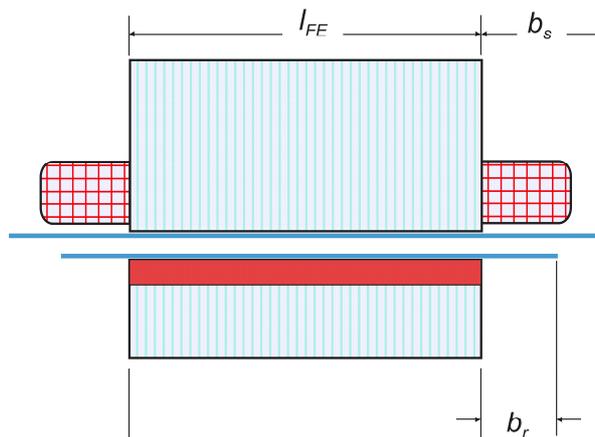
$$P_v = p_v \cdot V \approx \frac{1}{8} \frac{\omega^2}{p^2} \cdot D_a^3 \hat{B}_r^2 \pi l_{FE} d \sigma. \quad (7)$$

Der Quotient  $\left(\frac{\omega}{p}\right)^2$  entspricht dabei dem Quadrat der mechanischen Winkelgeschwindigkeit  $\Omega$ . Diese ist stets in Relation zum jeweils betrachteten Spaltröhrl (stillstehendes Statorspaltröhrl oder mit  $\Omega_M$  rotierendes Rotorspaltröhrl) und der zu betrachtenden Ordnungszahl  $\nu$  neu zu bestimmen. Alle - für eine hinreichend genaue Abschätzung notwendigen - Flussdichte-Komponenten  $\hat{B}_{r,\nu}$  sind mittels der zuvor erwähnten analytischen Feldberechnungsmethode zu bestimmen. Die Gl. (7) stellt die Grund-Verlustgleichung für alle weiteren Betrachtungen dar.

## 2.2 Einfluss der Nutung auf die Spaltröhrlverluste

In diesem Abschnitt wird eine Abschätzung der nutungsbedingten Spaltröhrlverluste vorgestellt, die auf Basis einer Finite-Elemente-Rechnung relativ allgemeingültige Aussagen über die entstehenden Verluste zulässt.

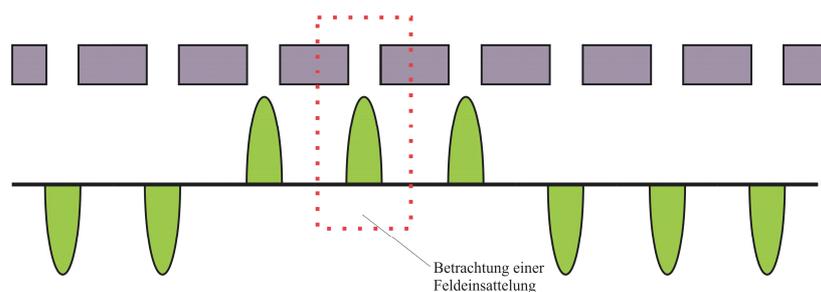
Zunächst soll jedoch kurz auf den Einfluss der seitlichen Spaltröhrlüberhänge eingegangen werden. Die obige Herleitung der Gl. (7) ging davon aus, dass die axialen Spaltröhrlenden ideal kurzgeschlossen sind, was jedoch nicht den tatsächlichen Gegebenheiten in einer realen Maschine entspricht. So wird der Hohlzylinder aus **Bild 2** in der praktischen Ausführung deutlich über den aktiven Bereich hinaus verlängert sein. Diese Modellerweiterung ist schematisch in **Bild 3** dargestellt.



**Bild 3:** Spaltrohrüberhänge

Die induzierten Wirbelstrombahnen schließen sich jetzt im Bereich der seitlichen Überstände, was einer Widerstandserhöhung gleichkommt. Da die *EMK* im aktiven Bereich gleich bleibt, werden die Verluste demnach geringer ausfallen, als zuvor berechnet. Nach [3] lässt sich eine modifizierte Leitfähigkeit  $\sigma^*$  bestimmen, die für jede Ordnungszahl eine Leitfähigkeitsminderung berücksichtigt. Diese fällt umso größer aus, je größer die Wellenlänge (Polteilung) der jeweiligen Harmonischen ist. Für die nachfolgende Betrachtung der NutungsOberwellen, hervorgerufen durch das Leerlauf Feld, darf aufgrund sehr kleiner Wellenlängen angenommen werden, dass keine Reduzierung der Verluste eintritt. Die Annahme ist im Sinne einer Worst-case Betrachtung allemal zulässig.

Bei der bisherigen analytischen Betrachtungsweise der magnetischen Flussdichteverläufe blieb die Nutung unberücksichtigt. Tatsächlich jedoch wird dem idealen Verlauf der Leerlaufflussdichte (ohne Nutung) der in **Bild 4** gezeigte Verlauf überlagert.



**Bild 4:** Feldeinsattelungen gegenüber den Nuten

Das Feld erfährt also im Bereich einer jeden Nutöffnung eine Einsattelung, die bezogen auf das Statorspaltrohr stillsteht und relativ zum Rotorspaltrohr mit der mechanischen Drehzahl umläuft. Betrachtet man die Ausdehnung der Einsattelung als klein gegenüber der Nutteilung, so genügt es, das Feld innerhalb einer einzigen Nutteilung zu untersuchen, um eine Aussage über die entstehenden Verluste abzuleiten.

Gemäß den vorherigen Überlegungen wird der Verlauf nach **Bild 4** in eine Fourier-Reihe der Art

$$\Delta B_r(r, \gamma) = \sum_{v=1,3,5,\dots}^{\infty} \Delta \hat{B}_{r,v} \cdot \cos(v p \gamma) \quad (8)$$

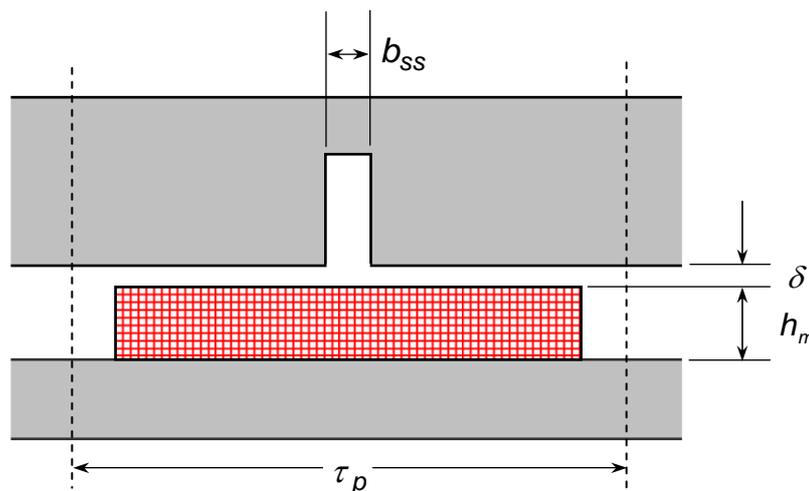
entwickelt. Nach Gl. (7) ergeben sich demnach folgende Verluste:

$$\Delta P_N = \frac{1}{8} \Omega_M^2 \cdot D_a^3 \pi l_{FE} d \sigma \cdot \sum_{v=1,3,5,\dots}^{\infty} \Delta \hat{B}_{r,v}^2 \quad (9)$$

Die Summe in dieser Gleichung lässt sich offenbar durch den Effektivwert des Feldverlaufes  $\Delta B_r$  ausdrücken. Wird weiterhin berücksichtigt, dass keine durchgängige Magnetschicht am Umfang vorhanden ist ( $\alpha < 1$ ), d. h. keine Einsattelung ohne Magneten stattfindet, können die nutungsbedingten Verluste mit

$$\Delta P_N \approx \frac{1}{4} \Omega_M^2 \cdot D_a^3 \pi l_{FE} d \sigma \cdot \Delta B_{r,eff}^2 \cdot \alpha \quad (10)$$

abgeschätzt werden. Offensichtlich genügt es, aufgrund der Symmetrie der Feldverteilung, den Effektivwert  $\Delta B_{r,eff}$  aus dem Verlauf des Feldes im Bereich einer einzigen Nutteilung zu bestimmen. Dazu wurde das lineare FE-Modell nach **Bild 5** untersucht.



**Bild 5:** FE-Modell zur Effektivwert-Berechnung

Um eine möglichst allgemeingültige Aussage über die Abhängigkeit des Effektivwertes aus Gl. (10) von den oben aufgeführten Parametern zu erhalten, wurde das FE-Modell parametrierbar aufgebaut. Den Differenz-Flussdichteverlauf  $\Delta B_r$  nach **Bild 4** erhält man, indem vom gerechneten radialen Flussdichteverlauf entlang der oberen Magnetschicht der Wert

$$B_{\infty} = B_{rem} \frac{h_m}{h_m + \mu_{PM} \delta} \quad (11)$$

abgezogen wird.  $B_{\infty}$  stellt hierbei den ungestörten Feldverlauf ohne Nutung dar, bei  $B_{rem}$  handelt es sich um die Remanenzflussdichte des Magnetmaterials. Nach zahlreichen

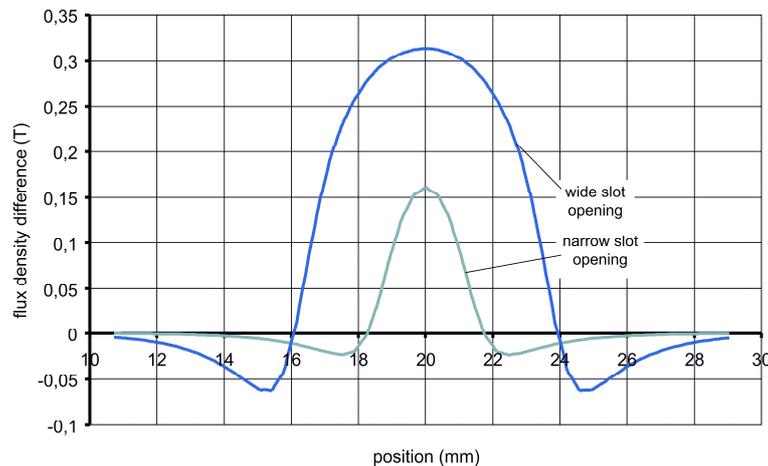
Parametervariationen stellten sich folgende Parameterverhältnisse als dominant für die Effektivwertberechnung heraus:

$$\frac{b_{ss}}{\tau_N} : \text{Verhältnis Nutschlitzbreite zu Nutteilung}$$

$$\frac{b_{ss}}{\delta} : \text{Verhältnis Nutschlitzbreite zu Luftspalt}$$

$$\frac{h_m}{\delta} : \text{Verhältnis Magnethöhe zu Luftspalt.}$$

Typische Feldverteilungen, die sich aus der FE-Rechnung ergaben, sind in **Bild 6** dargestellt. Sie bestätigen unter anderem die zu erwartende Tendenz der massiveren Einsattelung bei breiteren Nutschlitzen. Der Effektivwert  $\Delta B_{r,eff}$  wurde aus den diskret vorhandenen Wertepaaren der FE-Rechnung mittels linearer Interpolation und anschließender Summation der entsprechenden Flächenbeiträge der  $N$  Teilflächen gebildet (Näheres hierzu siehe [3]).

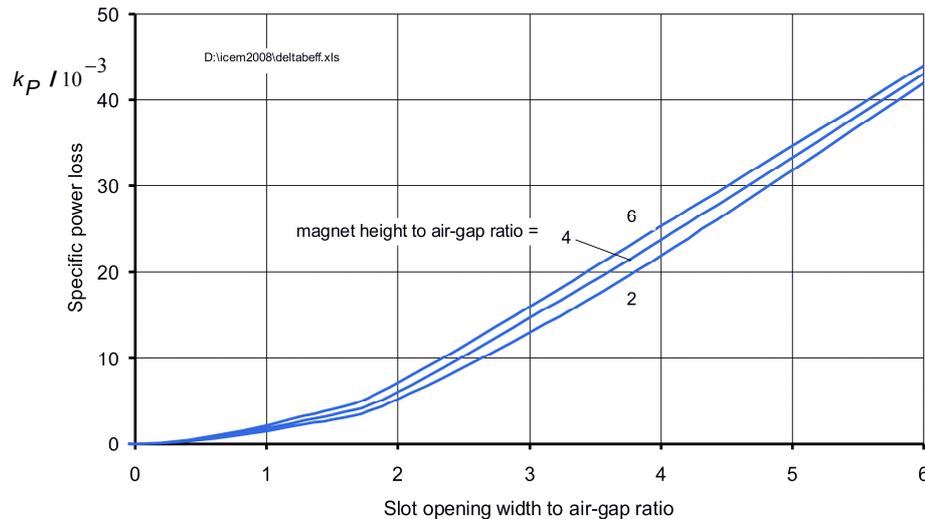


**Bild 6:** Differenz-Flussdichteverteilung über einer Nutteilung

Aufgrund der relativ geringen Anzahl an geometrischen Einflussgrößen ist es möglich, für unterschiedliche Parameterverhältnisse ein Kennlinienfeld abzuleiten. Bei gegebener Geometrie lässt sich daraus in einfacher Weise der benötigte Effektivwert für die Gl. (10) bestimmen. Dazu wird zunächst ein spezifischer Verlustanteil mit

$$k_p = \frac{1}{\frac{b_{ss}}{\tau_N}} \cdot \left( \frac{\Delta B_{r,eff}}{B_{rem}} \right)^2 \quad (12)$$

definiert. Damit ist es möglich,  $k_p$  als Funktion von  $\frac{b_{ss}}{\delta}$  bei verschiedenen Werten für  $\frac{h_m}{\delta}$  darzustellen. Bei der Erstellung des Kennlinienfeldes wurden für die obigen Parameterverhältnisse praktisch relevante Werte gewählt. Das so entstandene Kennfeld ist in **Bild 7** zu sehen.



**Bild 7:** Kennlinienfeld zur Bestimmung von  $k_P$

### 3 ZAHLENBEISPIEL UND ZUSAMMENFASSUNG

Abschließend soll noch ein konkretes Zahlenbeispiel vorgestellt werden, um einen Eindruck über die Größenordnung der entstehenden Spaltrohrverluste zu gewinnen. Die Beispielmachine besitzt eine verteilte Drehstromwicklung und hat darüber hinaus die in der **Tabelle 2** aufgeführten Daten.

**Tabelle 2:** Daten der Beispielmachine

Größe	Zahlenwert mit Einheit
Polpaarzahl $p$	2
Statorinnendurchmesser $D_i$	60 mm
Lochzahl $q$	1
Nutöffnung $b_{ss}$	3 mm
Magnethöhe $h_m$ , Polbedeckung $\alpha$	4 mm ; 0,90
Remanenzflussdichte $B_{rem}$	1,0 T
Relative Permeabilität $\mu_{PM}$	1,0
Luftspalt $\delta$	2 mm
Eisenlänge $l_{FE}$	50 mm
Leitfähigkeitsbelag $d\sigma_s$ (Stator/ Rotor)	300 A/V / 1500 A/V
Max. Statorstrom pro Nut (Amplitude)	600 A
Drehzahl $n$	6000 min <sup>-1</sup>

Das Produkt aus Spaltrohrdicke  $d$  und Leitfähigkeit  $\sigma_s$  kann als *Leitfähigkeitsbelag* interpretiert werden. Dieser wurde hier für Stator- und Rotorspaltrohr unterschiedlich hoch

angenommen, da mit Rücksicht auf eine gegebenenfalls hohe Umfangsgeschwindigkeit des Rotors der Maschine andere Materialien oder Materialstärken für das Rotorspaltrohr verwendet werden müssen. Die Berechnung ergab die anteiligen Verluste nach **Tabelle 3**.

**Tabelle 3:** Ergebnisse der Verlustrechnung

Verlust-Ursache	Verluste im Statorspaltrohr	Verluste im Rotorspaltrohr
<i>Leerlaufeld</i>		
Grundwelle	172 W	-
höhere Harmonische	19,2 W	-
Stator-Nutung	-	1,9 W
<i>Statorfeld</i>		
Grundwelle	4,2 W	-
höhere Harmonische	0,07 W	2,6 W
<i>Verlustsumme</i>	$\approx 195$ W	$\approx 5$ W

Der mit Abstand größte Verlustanteil wird durch die Grundwelle des Leerlaufeldes verursacht, gefolgt von den Verlusten durch die höheren Harmonischen des Leerlaufeldes. Letztere können bei Maschinen mit einer *Einzelzahnwicklung* (oder konzentrierten Wicklung) deutlich höher ausfallen, da das Spektrum oberwellenlastiger ist. Die nutungsbedingten Verluste sind in diesem Beispiel mit ca. 1,9 W von eher geringer Bedeutung. Allerdings können sie für ungünstigere Geometrien schnell größer werden. So ergibt sich für z. B. eine Luftspaltlänge von 1 mm mit einer Nutschlitzbreite von 8 mm bereits ein Verlustwert von ca. 115 W. Werte in dieser Größenordnung sind für die beispielhaft gewählte kleine Maschine sicher nicht mehr zu vernachlässigen.

Das vorgestellte Verfahren ermöglicht eine einfache und schnelle Abschätzung der nutungsbedingten Spaltrohrverluste in einer PMSM. Es wurde gezeigt, wie durch Kombination von analytischen Ansätzen mit der Finite-Elemente-Rechnung eine Berechnung auf Basis eines Kennlinienfeldes möglich ist. In [6] wurde dieser Ansatz zur Abschätzung der Magnetverluste durch die Nutung verwendet.

## LITERATUR

- [1] D. Schröder: *Elektrische Antriebe – Grundlagen*, Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 3. Auflage, 2007
- [2] C. Redemann: *Auslegung, Simulation und Aufbau einer lagerlosen Spaltrohrpumpe*, Dissertation, ETH Zürich, Nr. 13736, 2000
- [3] W.-R. Canders, D. Hülsmann, H. Mosebach: *Power Loss Effects in Protection Sleeves of Permanent Magnet Excited Synchronous Machines with Surface Magnets*, XVIII International Conference on Electrical Machines, Paper ID 1108, 2008

- 
- [4] H. Mosebach, D. Hülsmann: *Abschätzung der Spaltröhverluste durch Nutzung bei PM-erregten Synchronmaschinen mit Oberflächenmagneten*, Technischer Bericht des IMAB, TU Braunschweig, Mai 2008
- [5] H. Mosebach: *2D-Modell zur analytischen Behandlung der permanentmagneterregten Synchronmaschine mit Oberflächenmagneten*, Technischer Bericht des IMAB, TU Braunschweig, Oktober 2008
- [6] C. Bode: *Entwicklung und Vergleich unterschiedlicher Rechenmodelle zur Bestimmung von Wirbelstromverlusten in den Permanentmagneten eines Antriebes*, Diplomarbeit, IMAB, TU Braunschweig, Dezember 2008