

# WIRBELSTROMVERLUSTE IN LITZLEITERN

G. Bühler

## 1 EINLEITUNG

In vielen Bereichen der Produktions- und Verkehrstechnik ist die Übertragung von Energie auf bewegliche Fahrzeuge erforderlich, einerseits, um beispielsweise die Antriebsleistung bereitzustellen, andererseits, um den zusätzlichen Leistungsbedarf für die fertigungs-spezifischen Prozesse zu decken. Bezüglich der Vor- und Nachteile kann auf die bisher im Rahmen der Jahresberichte des IMAB erschienenen Veröffentlichungen verwiesen werden.

Das physikalische Prinzip der CPS<sup>®</sup> (Contactless Power Supply) bzw. im Falle des Transrapid IPS<sup>®</sup> (Inductive Power Supply) genannten Technologie beruht auf der Nutzung des magnetischen Wechselfeldes eines Primärteils zur Übertragung elektrischer Energie auf einen mobilen Träger. Während die längs des Fahrweges installierte Primärleiterschleife im Wesentlichen eine Luftspule mit vergleichsweise geringem Induktivitätsbelag darstellt, kommt bei den Pick-Ups zur Verbesserung der magnetischen Kopplung ferrimagnetischer Werkstoff zum Einsatz (aus Gründen der Minimierung der Verluste vorzugsweise weich-ferritisches Material). Bei großen Längen (> 50 m) ist der primärseitige Induktivitätsbelag in Bezug auf den erforderlichen Blindleistungsbedarf des Primärwechselrichters allerdings nicht mehr zu vernachlässigen, so dass aufgrund der maximal zulässigen Spannung im Primärleiter in festgelegten Abständen periodisch Kompensationskondensatoren geschaltet werden. Für die Grundwelle lässt sich die Primärstrecke damit zu einem rein ohmschen Verbraucher abgleichen.

## 2 SKIN- UND PROXIMITYEFFEKT

Aufgrund der hohen Betriebsfrequenzen des CPS<sup>®</sup>-Systems ist die Berücksichtigung der widerstandserhöhenden Wirbelstromeffekte, des so genannten Skineffektes und des Proximityeffektes, bei der Kabelbestromung erforderlich. Unter erst genanntem versteht man im Allgemeinen die Erscheinung, dass der Strom bei hohen Frequenzen innerhalb des Leiters aufgrund seines *eigenen* magnetischen Feldes dazu neigt, bevorzugt an der Leiteroberfläche zu fließen. Das bedeutet, dass der gesamte Leiterquerschnitt nicht mehr vollständig zur Stromleitung beiträgt, was schließlich einen erhöhten ohmschen Wechselstrom-Wirkwiderstand zur Folge hat.

Der Proximityeffekt als unter Umständen dominierende Erscheinung im Bereich der Wirbelstromeffekte berücksichtigt hingegen die Beeinflussung der Stromdichteverteilung durch *externe* Magnetfelder. Das können beispielsweise Streufelder in Transformatoren bzw. Drosseln sein, aber auch die Magnetfelder der stromführenden Nachbarleiter bei Litzleitern. Ähnlich wie die Kernverluste (nicht die Sättigung) die maximale Flussdichte im Ferrit bei gegebener Frequenz begrenzen, so ist die zulässige Stromdichte im Leiter durch die

Proximityeffekte begrenzt und nicht etwa durch den DC-Widerstand. Allgemein wird unter der Bezeichnung Proximityverluste die Differenz zwischen den wirbelstrombedingten Gesamtverlusten abzüglich der reinen Skineffektverluste verstanden.

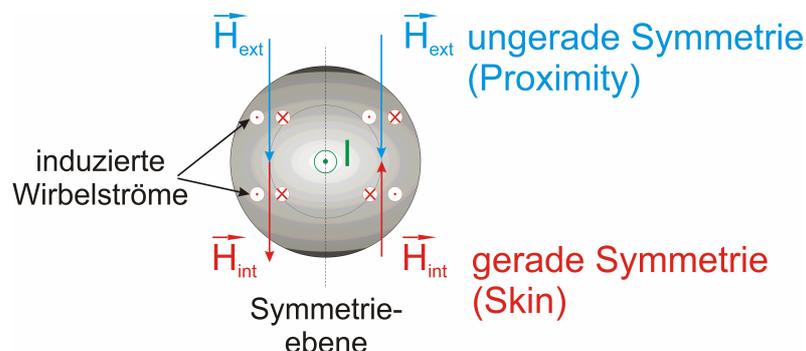
Um ein System optimal auslegen zu können, ist die Kenntnis der zu erwartenden Verluste zwingend. Grundsätzlich lassen sich vier Mechanismen bzgl. der Widerstandserhöhung bei Litzen unterscheiden:

- Skineffekt innerhalb der Einzelader eines Litzkabels,
- Skineffekt innerhalb eines Bündels, falls die Adern unverdrillt sind und/oder kein Kupferlackdraht verwendet wird,
- interner Proximityeffekt zwischen den Einzeladern und
- externer Proximityeffekt zwischen unterschiedlichen Bündeln.

Letztgenannter Effekt ist allerdings nur im Zusammenhang mit Wicklungen, innerhalb derer sich mehrere Litzbündel in unmittelbarer Nachbarschaft befinden, zu berücksichtigen. Es ist deshalb zwischen den Systemen Primärteil (PT) und Pick-Up (PU) zu unterscheiden, so dass er in den lang gestreckten Leitern des Primärteils mit ausreichend großem Abstand zwischen Hin- und Rückleiter nicht berücksichtigt werden muss.

## 2.1 Berechnung des kombinierten Skin- und Proximitywiderstandes im primärseitigen Litzleiter

Skin- und Proximityeffekt wirken gleichzeitig innerhalb der betrachteten Litze und eine analytische Berechnung scheint zunächst sehr schwierig. Wenn nachgewiesen würde, dass beide Effekte voneinander entkoppelt sind, so ließen sich die Anteile jeweils getrennt voneinander bestimmen und müssten zur Ermittlung des Gesamteffektes lediglich addiert werden. Eine ausreichende Bedingung dafür, dass die Summe zweier Verlustanteile identisch ist mit den Gesamtverlusten, ist zum Einen die Existenz einer geometrischen Symmetrieebene und zum Anderen, dass die skineffektbedingte Stromdichteverteilung eine gerade Symmetrie, die proximityeffektbedingte Stromdichteverteilung dagegen eine ungerade Symmetrie bzgl. dieser Ebene aufweist (**Bild 1**).



**Bild 1:** Orthogonalitätsprinzip - Symmetrieverhältnisse der inneren und äußeren Feldstärkekomponenten

Die vollständige, sämtliche Teileffekte berücksichtigende Beschreibung der Stromverteilung in einem Litzleiter ist ein überaus komplexes Unterfangen, so dass gewisse Annahmen bzw. Näherungen gemacht werden müssen. So muss ein echter Litzleiter vorausgesetzt werden, d. h. jede Einzelader nimmt statistisch gesehen innerhalb der betrachteten Kabellänge jede Position mindestens einmal ein, so dass alle Einzelimpedanzen letztendlich identisch sind. Das führt schließlich zu einer gleichmäßigen Stromverteilung, so dass man sich bei der Bestimmung der Gesamtverluste zunächst auf die Berechnung der Verluste in einer einzelnen Ader beschränken kann, um das Ergebnis mit der Gesamtzahl der Einzeladern  $n_0$  zu multiplizieren. Für die Gesamtverlustleistung  $P_{v,ges}$  gilt somit:

$$P_{v,ges} = P_{v,skin} + P_{v,prox,int} + P_{v,prox,ext} \quad (1)$$

In der hier betrachteten Leiteranordnung des Primärleiters kann aufgrund der vergleichsweise großen Entfernung (ca. 160 mm) zwischen Hin- und Rückleiter von einem externen Magnetfeld der jeweiligen Nachbarlitze abgesehen werden, so dass deren Einfluss unberücksichtigt bleiben kann. Da somit eine Unterscheidung der internen und externen Ursache entfällt, soll fortan der interne Proximityeffekt schlicht als Proximityeffekt bezeichnet werden, so dass schließlich gilt:

$$P_{v,ges} = P_{v,skin} + P_{v,prox} \quad (2)$$

Wird weiterhin angenommen, dass der den Skineffekt hervorrufende sinusförmige Strom gleichzeitig für die Proximityverluste verantwortlich ist, so kann man rechnerisch den beiden Effekten Widerstandswerte zuordnen:

$$P_{v,ges} = (R_{skin} + R_{prox}) \cdot I_{eff}^2 = \frac{(R_{skin} + R_{prox}) \cdot \hat{I}^2}{2} = \frac{R_{AC} \hat{I}^2}{2} \quad (3)$$

$\hat{I}$  sei dabei die Amplitude des durch sämtliche Einzeladern fließenden Gesamtstromes und  $R_{AC}$  der Wechselstrom-Wirkwiderstand, welcher ausgehend von den Maxwell-Gleichungen für quasistationäre Felder innerhalb elektrischer Leiter aus einer Bessel'schen Differentialgleichung folgt und sich mittels des nachstehend dargestellten Formelsatzes berechnen lässt:

$$R_{AC} = \frac{1}{\pi \delta \kappa r_0} \cdot \frac{1}{n_0 \sqrt{2}} \cdot \Phi_{skin} - \frac{1}{\pi \delta \kappa r_0} \cdot \frac{k \sqrt{2}}{3} \cdot \Phi_{prox} \quad \left[ \frac{\Omega}{m} \right] \quad (4)$$

mit

$$\Phi_{skin} = \frac{ber_0(\nu) \cdot bei_0'(\nu) - ber_0'(\nu) \cdot bei_0(\nu)}{ber_0^2(\nu) + bei_0^2(\nu)}$$

$$\Phi_{prox} = \frac{ber_2(\nu) \cdot ber_0'(\nu) + bei_2(\nu) \cdot bei_0'(\nu)}{ber_0^2(\nu) + bei_0^2(\nu)}$$

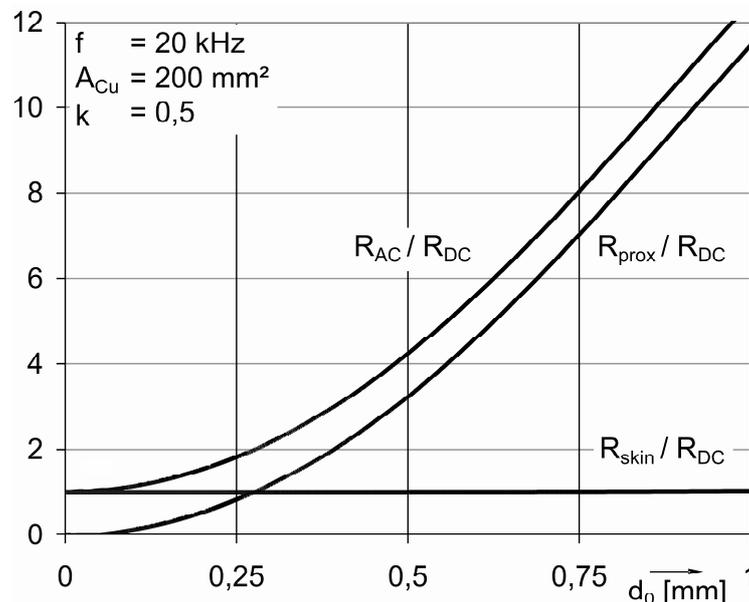
$$\nu = \frac{\sqrt{2}}{\delta} \cdot r_0$$

$$\delta = \sqrt{\frac{2}{\omega \kappa \mu}} = \frac{1}{\sqrt{\pi \kappa \mu f}} \quad : \text{ Eindringtiefe}$$

$$k = n_0 \frac{r_0^2}{r_{\text{Kabel}}^2} \quad : \text{Kupferfüllfaktor der Litze}$$

$\mu$  : Permeabilität  
 $\kappa$  : elektrische Leitfähigkeit  
 $r_0$  : Einzeladerradius  
 $r_{\text{Kabel}}$  : Kabelradius  
 $n_0$  : Anzahl Einzelleiter  
 $f$  : Frequenz

**Bild 2** zeigt die graphische Auswertung von Gl. (4) für ein Litzkabel mit 200 mm<sup>2</sup> Kupferquerschnitt bei der Betriebsfrequenz des Transrapid-CPS<sup>®</sup> von 20 kHz. Die Größen  $R_{\text{skin}}$ ,  $R_{\text{prox}}$  und  $R_{\text{AC}}$  wurden mit dem ohmschen Gleichstromwiderstand normiert, so dass direkt abgelesen werden kann, um wie viel sich der Widerstand bei 20 kHz / 20 °C in Abhängigkeit vom Einzelerdurchmesser  $d_0$  vergrößert.

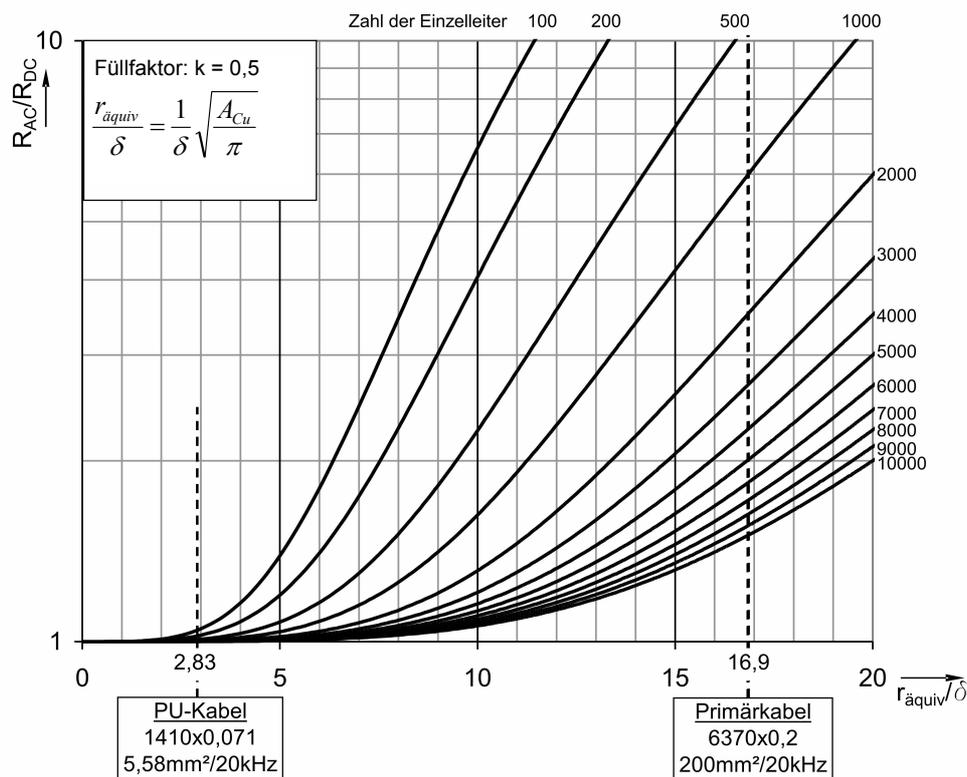


**Bild 2:** Auf den Gleichstromwiderstand  $R_{\text{DC},20^\circ\text{C}}$  bezogene Größen  $R_{\text{skin}}$ ,  $R_{\text{prox}}$  und  $R_{\text{AC}}$

Der skinbezogene Widerstand für Radien gleich bzw. etwas größer als  $\delta$  bleibt nahezu konstant, was unter Berücksichtigung der Eindringtiefe von  $\delta_{\text{Cu}} = 0,5 \text{ mm}$  bei 20 kHz der Erwartung entspricht. Die Tatsache, dass das Verhältnis  $R_{\text{skin}}/R_{\text{DC}}$  bei 1 und nicht Null liegt, während der proximitybezogene Anteil bei Null beginnt, ist auf den Umstand zurückzuführen, dass der mathematische Ausdruck für  $R_{\text{skin}}$  in Gl. (4) für infinitesimal dünne Einzelleiterdurchmesser in den Wert  $R_{\text{DC}}$  übergeht. Der proximitybedingte Widerstand als rein additive Komponente zum Gesamtwiderstand  $R_{\text{AC}}$  beginnt hingegen bei Null, weil die internen Widerstände für Hin- und Rückstrom innerhalb sehr dünner Einzeladern zu groß werden. Demzufolge macht es bezüglich einer Reduzierung des Proximityeffektes wie beim Skineffekt Sinn, eine möglichst feinadrigte Litze zu verwenden. Die Darstellung endet bei einem Einzelerdurchmesser, welcher bei 200 mm<sup>2</sup> Gesamtfläche einer minimalen Anzahl von  $n_0 = 250$  Einzeladern entspricht. Ansonsten verlöre der Ansatz für eine dem Massivleiter ähnliche, lineare Zunahme der magnetischen Feldstärke innerhalb der Litze seine Gültigkeit.

## 2.2 Auswertung der Berechnungen

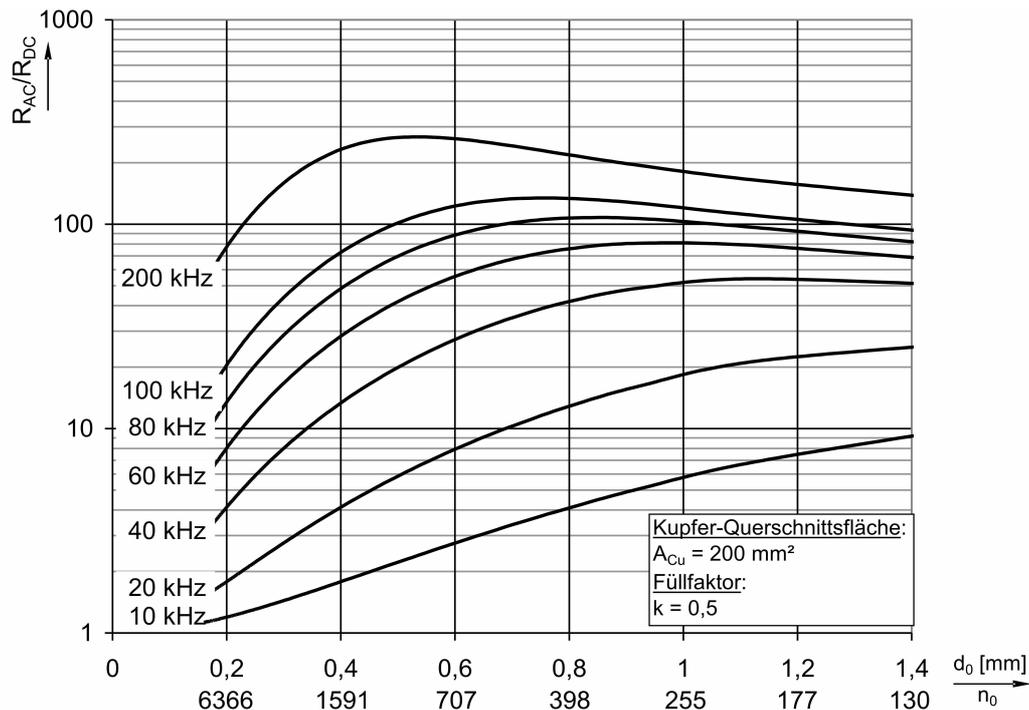
**Bild 3** zeigt den mit dem DC-Widerstand  $R_{DC,20^\circ C}$  normierten Wechselstromwiderstand  $R_{AC}$  für eine unterschiedliche Anzahl von Einzelleitern in Abhängigkeit vom Verhältnis  $\frac{r_{\text{äquiv}}}{\delta} = \frac{1}{\delta} \sqrt{\frac{A_{Cu}}{\pi}}$ . Unter  $r_{\text{äquiv}}$  sei der Radius eines flächengleichen runden, massiven Kupferleiters verstanden, so dass die  $x$ -Achse ein Maß für das Verhältnis von Kupferquerschnitt zur Eindringtiefe ( $\equiv$  Frequenz) darstellt. Im Parameter "Zahl der Einzelleiter" ist bei konstant gehaltener Cu-Querschnittsfläche der Einzelleiterdurchmesser implizit enthalten.



**Bild 3:** Wechselstromwiderstand  $R_{AC}$  nach Gl. (4) für eine Kupferlitze in Abhängigkeit vom Verhältnis  $r_{\text{äquiv}}/\delta$  für unterschiedliche Einzelleiterzahlen

Neben dem im Primärteil verwendeten Litzkabel ist in **Bild 3** auch die PU-Litze mit der Bezeichnung 1410x0,071 eingetragen. Die geringe Cu-Querschnittsfläche von  $A_{Cu} \approx 5,6 \text{ mm}^2$  führt bei 20 kHz zu einem nur minimal überhöhten AC-Widerstand, wenngleich der absolute Widerstand querschnittsbedingt natürlich vergleichsweise hoch ist.

Den Einfluss des Einzelleiterdurchmessers auf das Verhältnis  $R_{AC}/R_{DC}$  bei unterschiedlichen Frequenzen zeigt **Bild 4**. Dabei wurde der Kupferquerschnitt unverändert bei  $200 \text{ mm}^2$  gehalten mit einem angenommenen, praxisnahen Füllfaktor von  $k = 0,5$ . Während der Proximityeffekt für Einzelleiterdurchmesser um  $0,4 \text{ mm}$  bei 20 kHz noch relativ moderat wirkt ( $R_{AC}/R_{DC} \approx 4$ ), so ist der Quotient  $R_{AC}/R_{DC}$  bei Frequenzverdopplung bereits auf rund den dreifachen Wert ( $\approx 13,3$ ) gestiegen, bei 60 kHz gar auf den 7-fachen Wert ( $\approx 28,2$ ).



**Bild 4:**  $R_{AC}/R_{DC}$  ( $\vartheta = 20^\circ\text{C}$ ) in Abhängigkeit vom Einzelleiterdurchmesser  $d_0$  bei unterschiedlichen Frequenzen

Neben dem Einzelleiterdurchmesser bietet auch der Kupferfüllfaktor

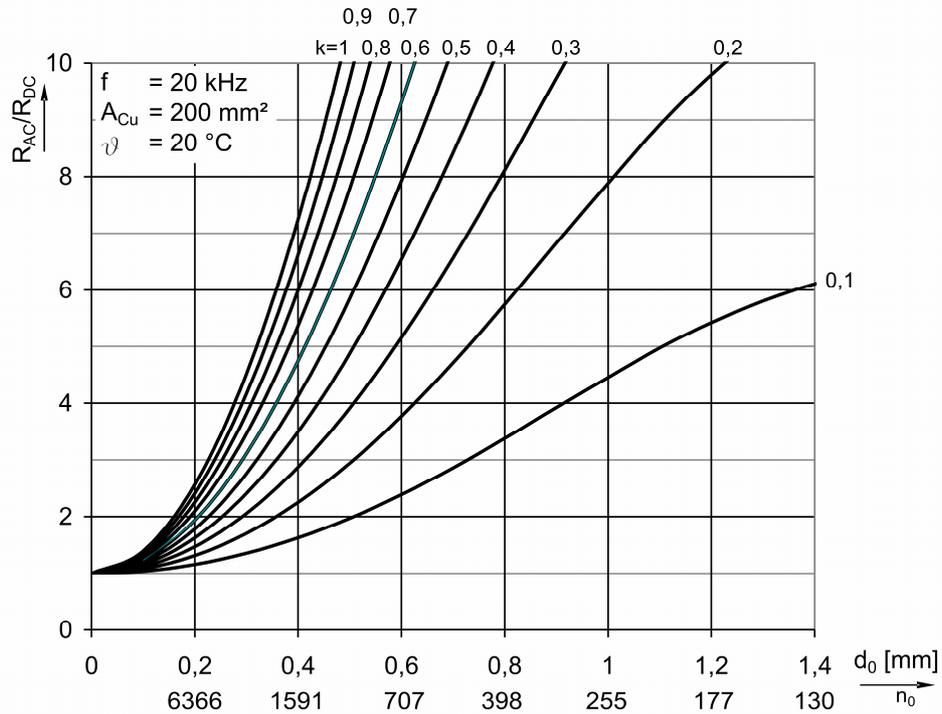
$$k = \frac{A_{Cu}}{A_{Kabel}} = \frac{n_0 \pi r_0^2}{\pi r_{Kabel}^2} = n_0 \frac{r_0^2}{r_{Kabel}^2} \quad (5)$$

der Litze eine Möglichkeit, den Wechselstromwiderstand  $R_{AC}$  zu beeinflussen, wobei die technische Realisierung zunächst keine Rolle spielt. Die Konsequenzen für den Primärleiter bei einer Verminderung von dessen Füllfaktor zeigt **Bild 5**. Demnach könnte ein gegenüber dem Originalkabel ( $A_{Cu} = 200 \text{ mm}^2$ ,  $n_0 = 6366$  Einzelleiter,  $d_0 = 0,2 \text{ mm}$ ,  $k = 0,5$ ) verlustidentisches Kabel auf Basis der gleichen Cu-Querschnittsfläche mit rund  $0,4 \text{ mm}$  Aderdurchmesser realisiert werden, wenn nur der Kupferfüllfaktor auf  $k = 0,1$  reduziert würde, wofür es unterschiedliche Möglichkeiten gibt:

- Verstärkung der Lackschichtdicke aller Kupferlackdrähte oder
- Anordnung des Leiters als Mantelfläche (dem Außenleiter eines Koaxialkabels mit entferntem Innenleiter vergleichbar) bei hoher Packungsdichte  $k = 0,5$ .

Allgemein könnte als Richtlinie zur Herstellung verlustminimierter Kabel gelten: Es ist ein solcher Aufbau zu bevorzugen, der es gestattet, einen größtmöglichen Anteil der durch möglichst dünne Einzelleiter gebildeten Kupferquerschnittsfläche in Bereichen mit verminderter magnetischer Feldstärke anzuordnen, z. B. durch Vergrößerung des Kabeldurchmessers.

Große Füllfaktoren ( $k = 0,8 \dots 1,0$ ) haben in der Darstellung in **Bild 5** nur theoretische Bedeutung und sind technisch schon aufgrund der runden und zudem lackisolierten Einzeladern nicht zu realisieren.



**Bild 5:** Verhältnis  $R_{AC}/R_{DC}$  für eine Kupferlacklitze mit  $200 \text{ mm}^2$  Querschnittsfläche bei 20 kHz