

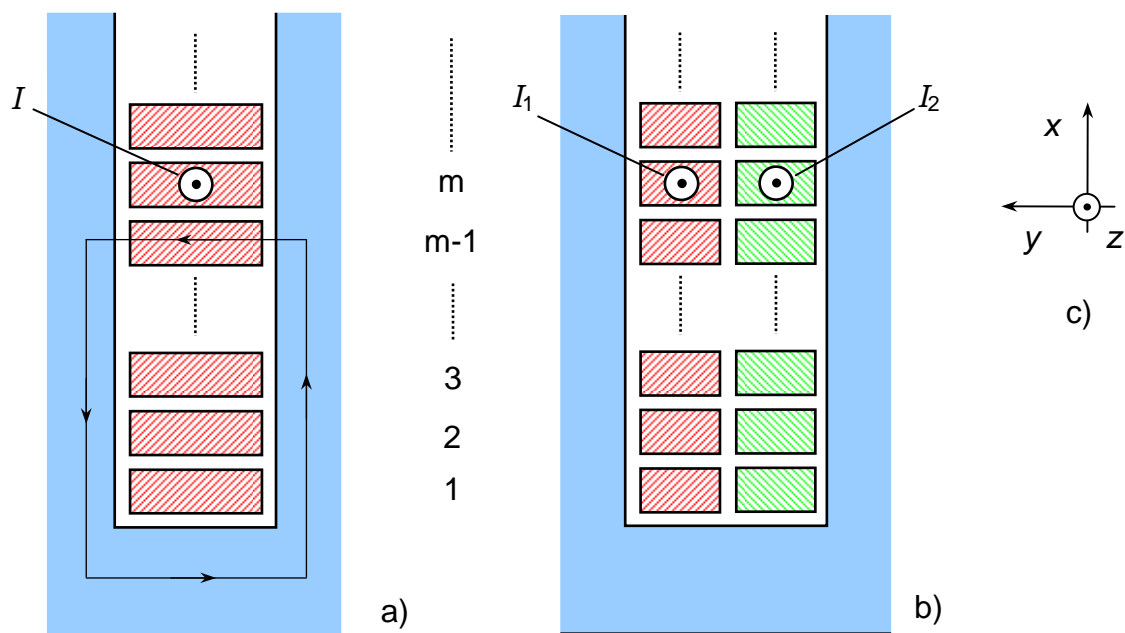
# STROMVERDRÄNGUNGSPROBLEME BEI PPSM

H. Mosebach

## 1 PROBLEMBESCHREIBUNG

Polyphasige Permanentmagneterregte Synchronmaschinen (PPSM) zeichnen sich u. a. wegen der bei ihnen verwendeten preiswert herstellbaren konzentrierten Einzelspulen durch sehr kleine Wickelköpfe und kompakten Aufbau aus. Das übliche Anwendungsspektrum umfasst bisher bürstenlose Antriebe im Automotive-Bereich, Linearantriebe und Torquemotoren. Es zeichnen sich jedoch auch Anwendungen für große Leistungen (Windkraftgeneratoren, besonders schubstarke Linearmotoren, etc.) ab. Um einen guten Nutfüllfaktor und günstige thermische Verhältnisse zu erreichen, ist es dabei zweckmäßig, die Spulen aus Profildrähten zu wickeln. Aufgrund der zu erwartenden größeren Leiterabmessungen sind dann eventuelle Stromverdrängungswirkungen durch das Nutstrefelfeld zu überprüfen.

Die maßgeblichen Verhältnisse in einer Statornut sind in **Bild 1** dargestellt.



**Bild 1:** Mehrere Leiter in einer Nut zur Untersuchung der Stromverdrängung

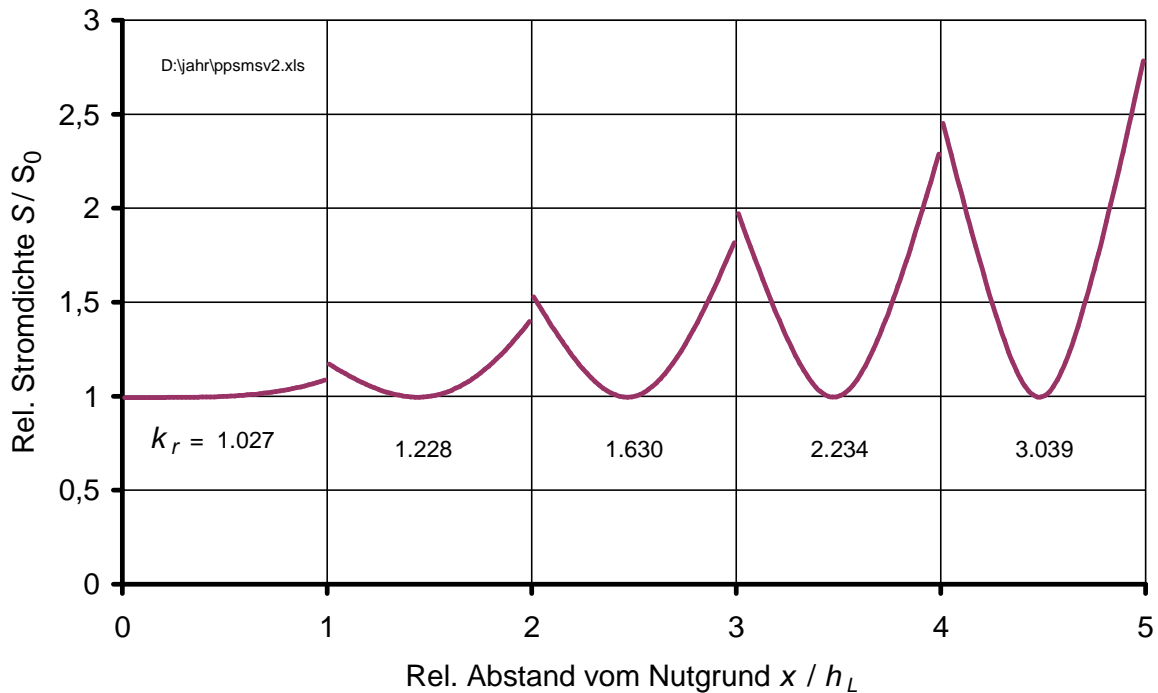
- a) Situation bei klassischer Drehstromwicklung und bei PPSM mit 1 Spulenseite pro Nut
- b) Situation bei PPSM mit 2 Spulenseiten pro Nut
- c) Lokales Koordinatensystem für die m-te Lage

Zur Behandlung der Stromverdrängung in einer Nut wird in der Literatur [1,2,3,4,5] üblicherweise die in **Bild 1a** gezeigte Anordnung herangezogen. Der dafür abgeleitete Formelapparat gilt demnach auch unmittelbar für alle PPSM, bei denen nur eine Spulenseite pro Nut vorhanden ist (Beispiel: Anordnung 10/12 mit 10 Permanentmagneten und 12 Nuten

je Elementarmaschine). In diese Gruppe kann auch die Familie der Segmentstatormaschinen [6,7] eingeordnet werden. Für die Intensität der Stromverdrängung und die Widerstandserhöhung ist stets die Zahl der Leiter übereinander und die sog. reduzierte Leiterhöhe [1,2,3,4]

$$x_{red} = \sqrt{\frac{\omega \mu_0 \sigma a_L}{2b_n}} \cdot h_L \quad (1)$$

entscheidend. Ein Beispiel für die Stromdichteverteilung über der Nuthöhe zeigt **Bild 2**.



**Bild 2:** Typische Verteilung der Stromdichte bei 1 Spulenseite pro Nut  
(Reduzierte Leiterhöhe  $x_{red} = 0,74$ )

Die in **Bild 1b** dargestellte Situation mit zwei zumindest in der Phase unterschiedlichen Leiterströmen in den beiden Spulenseiten wurde dagegen in der Literatur offenbar noch nicht behandelt (Beispiele: PPSM-Anordnungen 2/3 und 4/3). Schließlich sind Mischformen bekannt, bei denen die beiden Spulenseiten nach **Bild 1b** bereichsweise gleichartige oder unterschiedliche Ströme aufweisen (Beispiel: PPSM-Anordnung 8/9).

## 2 ANALYTISCHE BEHANDLUNG

Zur analytischen Behandlung wird von sinusförmigen Strömen

$$i_{1,2}(t) = \text{Re} \left\{ \hat{I}_{1,2} e^{j\omega t} \right\} \quad (2)$$

in den beiden Spulenseiten ausgegangen. Das Nutzenstrefeld an einer Stelle  $x$  wird von der Summe der unterhalb von  $x$  liegenden Teilströme getrieben. Allgemein ist im Bereich  $m$

$$H_{ym}(x, t) = \text{Re} \left\{ \hat{H}_{ym}(x) e^{j\omega t} \right\} \quad (3)$$

Die Ortsabhängigkeit der magnetischen Feldstärke wird durch eine gewöhnliche Differentialgleichung 2. Ordnung erfasst. Lässt man im Folgenden zur besseren Übersichtlichkeit das

Amplitudenzeichen  $\hat{\phantom{x}}$ , den Index  $ym$ , den Unterstrich ("komplex") und die Abhängigkeit  $(x,t)$  weg, so lautet sie

$$\frac{d^2 H}{dx^2} - \alpha^2 H = 0 \quad , \quad (4)$$

mit

$$\alpha^2 = j \frac{\omega \mu_0 (a_{L1} \sigma_1 + a_{L2} \sigma_2)}{b_n} \quad . \quad (5)$$

Für die Differentialgleichung (4) eignet sich der Lösungsansatz

$$H = H_a e^{\alpha x} + H_b e^{-\alpha x} \quad . \quad (6)$$

Die beiden Unbekannten in (6) sind über Randbedingungen an den Stellen  $x = 0$  und  $x = h_L$  zu bestimmen. Mit dem Durchflutungsgesetz erhält man

$$\begin{array}{l} x = 0: \\ x = h_L: \end{array} \quad \begin{array}{|c|c|} \hline 1 & 1 \\ \hline e^{\alpha h_L} & e^{-\alpha h_L} \\ \hline \end{array} \cdot \begin{array}{|c|} \hline H_a \\ \hline H_b \\ \hline \end{array} = \frac{l_1 + l_2}{b_n} \cdot \begin{array}{|c|} \hline m-1 \\ \hline m \\ \hline \end{array} \quad (7)$$

mit den Lösungen

$$H_a = \frac{m - (m-1)e^{-\alpha h_L}}{2 \sinh \alpha h_L} \cdot \frac{l_1 + l_2}{b_n} \quad (8)$$

$$H_b = \frac{(m-1)e^{\alpha h_L} - m}{2 \sinh \alpha h_L} \cdot \frac{l_1 + l_2}{b_n} \quad . \quad (9)$$

Das Nutzenstreufeld ist für beide Spulenseiten das gleiche, da es wie üblich eindimensional und quer zur Nutwand angenommen wurde. Für die weitere Berechnung der Wirbelströme und der Verluste ist jetzt jedoch zwischen den beiden Leitergruppen 1 und 2 zu unterscheiden. Aus dem Induktionsgesetz folgen die elektrischen Feldstärken

$$E_{1,2} = \int j \omega \mu_0 H \, dx = \frac{j \omega \mu_0}{\alpha} (H_a e^{\alpha x} - H_b e^{-\alpha x}) + C_{1,2} \quad . \quad (10)$$

Dabei ist es wichtig, die Integrationskonstanten  $C_{1,2}$  einzuführen. Zu ihrer Bestimmung wird genutzt, dass das Integral über die Stromdichte dem jeweiligen Leiterstrom entsprechen muss,

$$l_{1,2} = a_{L1,2} \int_{x=0}^{h_L} S_{1,2} \, dx = a_{L1,2} \int_{x=0}^{h_L} \frac{E_{1,2}}{\sigma_{1,2}} \, dx \quad . \quad (11)$$

Man erhält schließlich

$$C_1 = \frac{1}{h_L} \cdot \frac{a_{L2} \sigma_2 l_1 - a_{L1} \sigma_1 l_2}{a_{L1} \sigma_1 (a_{L1} \sigma_1 + a_{L2} \sigma_2)} \quad , \quad C_2 = \frac{1}{h_L} \cdot \frac{a_{L1} \sigma_1 l_2 - a_{L2} \sigma_2 l_1}{a_{L2} \sigma_2 (a_{L1} \sigma_1 + a_{L2} \sigma_2)} \quad . \quad (12)$$

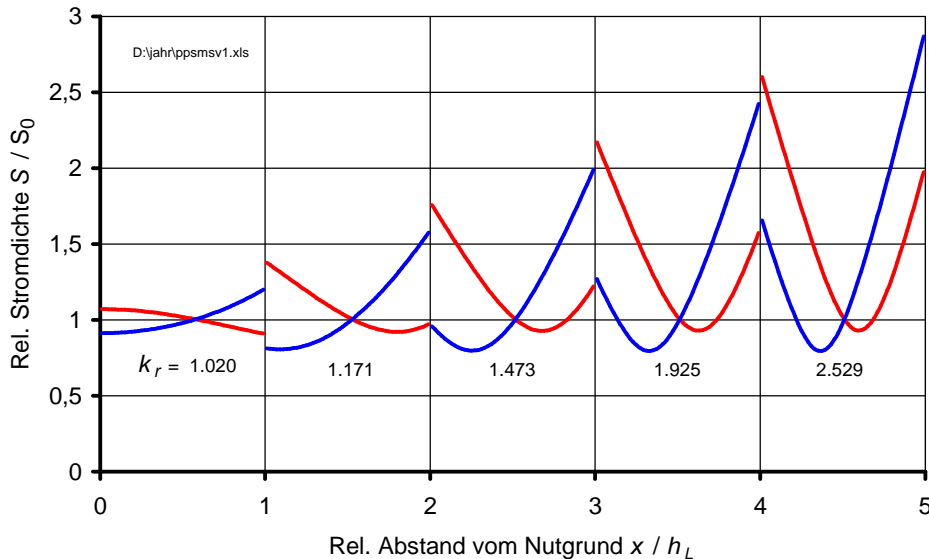
Die Integrationskonstanten  $C_{1,2}$  sind offenbar für alle Lagen  $m$  gleich. Im häufigsten Fall mit gleichen Leiterabmessungen und -materialeigenschaften ist  $a_{L1} = a_{L2} = a_L$  ,  $\sigma_1 = \sigma_2 = \sigma$  . Die Konstanten sind dann bei entgegengesetztem Vorzeichen betragsmäßig gleich,

$$C_1 = \frac{1}{a_L \sigma h_L} \cdot \frac{l_1 - l_2}{2} = -C_2 \quad , \quad (13)$$

und erwartungsgemäß nur dann gleich null, wenn gleiche Ströme, d. h.  $I_1 = I_2$  , vorliegen!

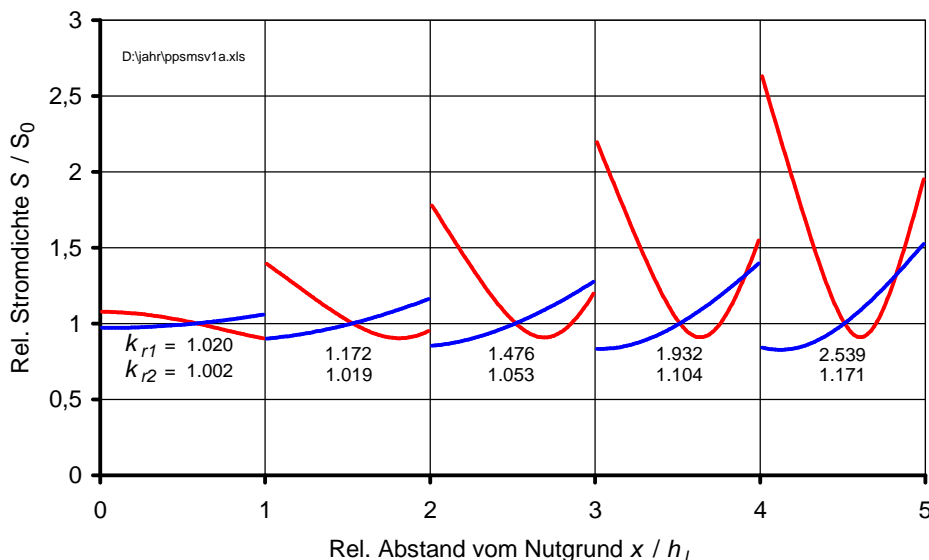
### 3 AUSWERTUNG UND BEISPIEL

Die nunmehr auftretende typische Stromdichteverteilung sei durch **Bild 3** für um  $60^\circ$  phasenverschobene Ströme illustriert. Ein direkter Vergleich mit **Bild 2** ist dadurch möglich, dass das Leitfähigkeitsangebot in der Nut und die Frequenz in beiden Fällen gleich groß sind.



**Bild 3:** Verteilung der Stromdichte bei um  $60^\circ$  phasenverschobenen Strömen (Leitergruppen 1 und 2 mit gleichem  $x_{red} = 0,53$ )

**Bild 4** zeigt (zur Vertrauensbildung in das Rechenmodell), wie sich eine unterschiedliche Leitfähigkeit in den beiden Spulenseiten (Beispiel  $\sigma_2 = \sigma_1 / 3$ ) auswirkt.



**Bild 4:** Verteilung der Stromdichte bei um  $60^\circ$  phasenverschobenen Strömen (Leitergruppe 1 mit  $x_{red} = 0,53$ , Leitergruppe 2 mit  $x_{red} = 0,30$ )

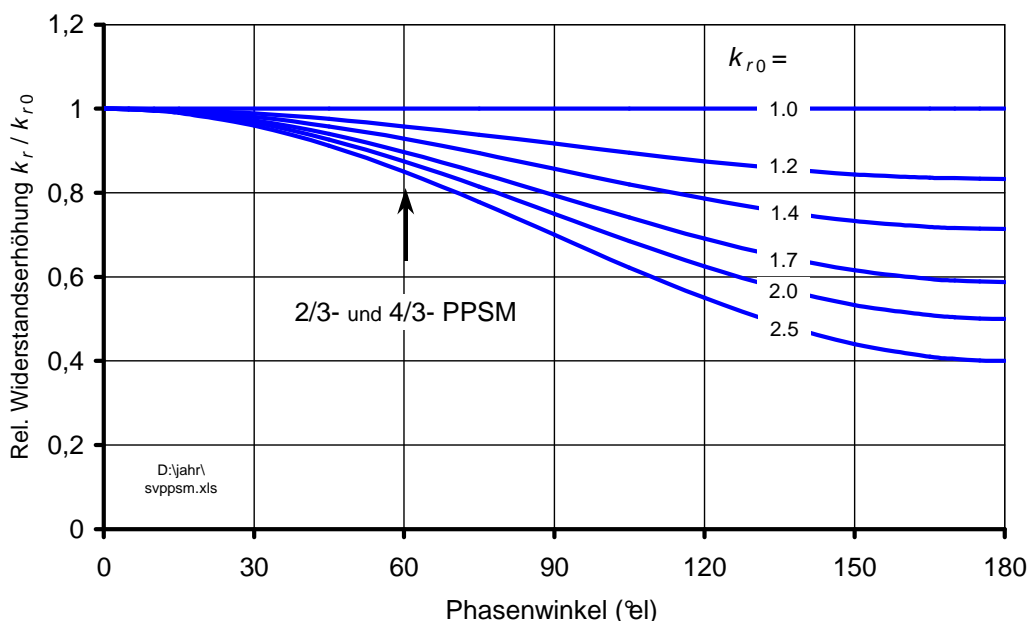
Die Stromdichte in der Leitergruppe 2 ist nun bereits wesentlich homogener verteilt und nähert sich dort mit weiter abnehmender Leitfähigkeit stetig dem Gleichstromfall.

Die weitere Auswertung basiert auf der nunmehr bekannten Feldstärke- bzw. Stromdichteverteilung und hat zum Ziel, die ohmschen Verluste je Leiter zu bestimmen. Hieraus können wie üblich sowohl der maximale als auch der mittlere Widerstandserhöhungsfaktor abgeleitet werden. Im klassischen Fall mit nur einer Spulenseite pro Nut können die Verluste wie in [1] durch Integration der spez. Verluste  $S^2/\sigma$  oder - wesentlich eleganter und ohne Integration - mit Hilfe des POYNTING-Vektors [2] aus dessen Differenz zwischen Leiterober- und unterseite berechnet werden.

Wie anhand einfacher Rechenmodelle gezeigt werden kann, ist die elegante Methode über den POYNTING-Vektor für Anordnungen nach **Bild 1b** nicht anwendbar. Die Methode versagt hier, da das Streufeld von mehr als einem Strom erzeugt wird und jedem Leiter außer dem Eigenfeld auch ein externes Feld aufgeprägt wird. Es verbleibt somit nur die Methode der Integration. Für die Verluste je Längeneinheit ([W/m]) gilt:

$$P'_{V1,2} = \frac{a_{L1,2}}{2\sigma_{1,2}} \int_{x=0}^{h_l} \hat{S}_{1,2}^2 dx \quad \rightarrow \quad k_{r1,2} \quad (14)$$

Leider ist es im allgemeinen Fall nicht gelungen, geschlossene analytische Ausdrücke für die Stromverdrängungsfaktoren  $k_{r1,2}$  anzugeben, so dass man auf eine numerische Lösung von (14) angewiesen ist. Die numerische Auswertung zeigt jedoch, dass immerhin die Wirkung der Phasenlage zwischen den Strömen bei gleichartigen Spulenseiten darstellbar ist (**Bild 5**).



**Bild 5:** Resultierender mittl. Widerstandserhöhungsfaktor in Abhängigkeit vom Phasenwinkel (bezogen auf den Wert bei Gleichphasigkeit)

Die bei PPSM-Anordnungen der Bauart 2/3 und 4/3 anzutreffenden Verhältnisse sind durch einen Pfeil markiert. Die Unterschiede sind natürlich um so deutlicher, je stärker die Stromverdrängungswirkungen bereits im gleichphasigen Fall sind. Man muss sich darüber hinaus im Klaren sein, dass das Rechenmodell mit zunehmendem Phasenwinkel weniger zuverlässig wird, weil die Voraussetzung des eindimensionalen Nutstreufeldes - vor allem bei breiten

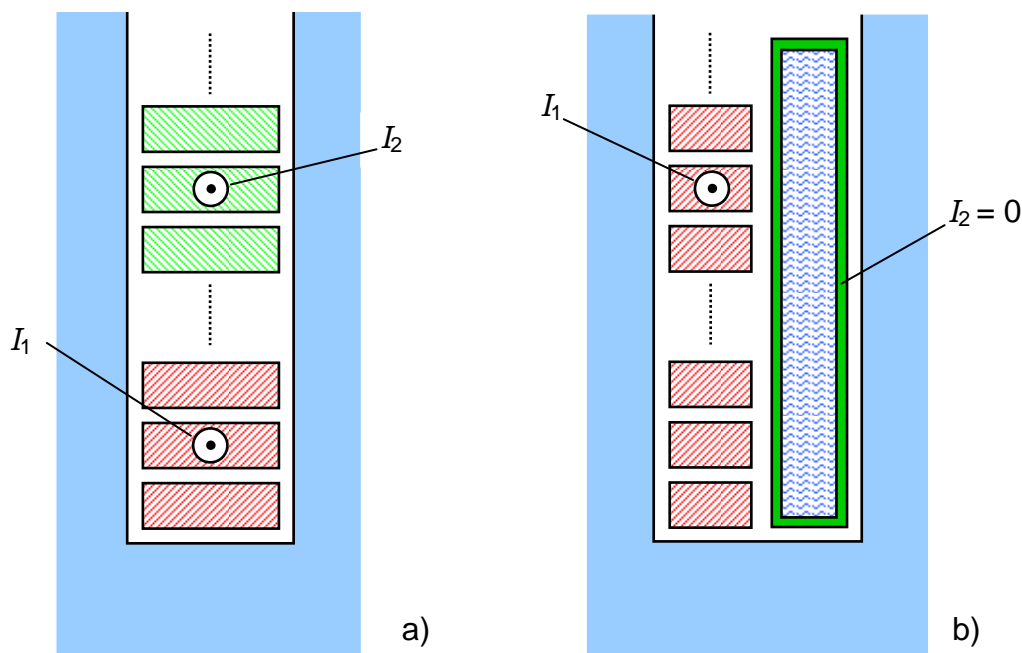
Nuten - progressiv schlechter erfüllt ist. Das numerisch abgeleitete Ergebnis kann, ohne dass dies analytisch formelmäßig direkt möglich gewesen wäre, durch die Beziehung

$$\frac{k_r(\varphi)}{k_{r0}} = \frac{(k_{r0} + 1) + (k_{r0} - 1)\cos\varphi}{2k_{r0}} \quad (15)$$

exakt abgebildet werden.

## 4 ÄHNLICHE PROBLEMSITUATIONEN

Der beschriebene analytische Ansatz ist auch bei einer Reihe ähnlicher Aufgabenstellungen hilfreich. In **Bild 6** sind beispielhaft zwei Vertreter dieser Gruppe skizziert.



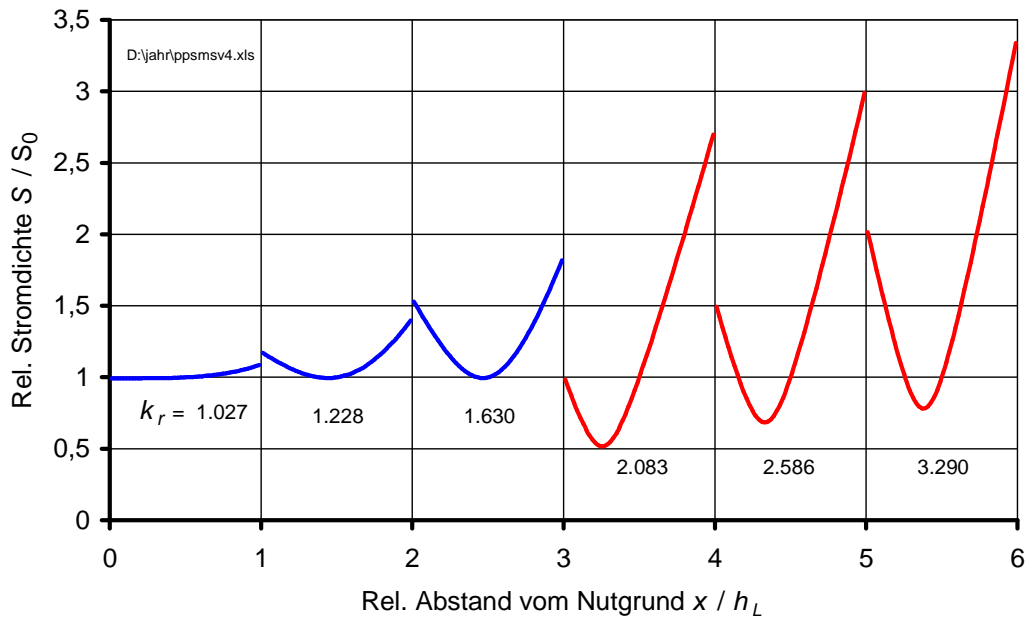
**Bild 6:** Verwandte ähnlich zu behandelnde Problemsituationen

- a) Gesehnte Zweischicht-Wicklung
- b) Kühlrohr aus leitendem Material

Bei **Bild 6a** handelt es sich um eine gesehnte Zweischicht-Drehstromwicklung. Im Unterschied zu **Bild 1b** sind die Spulenseiten hier nicht nebeneinander, sondern übereinander angeordnet. Zwischen Unter- und Oberschicht besteht die übliche Phasenverschiebung. Die in **Bild 6b** gezeigte Konfiguration kann bei hoch ausgenutzten Maschinen auftreten, wenn versucht wird, eine besonders intensive Kühlung durch einen metallischen Kühlkanal mit Wasserdurchströmung zu erreichen. Der Strom  $I_2$  ist hier gleich null.

Beide Situationen wurden in der Literatur bisher offenbar nicht behandelt. Natürlich könnte man einwenden, dass der analytische Ansatz angesichts moderner FEM-Programme beinahe obsolet ist. Die analytische Lösung hat aber dennoch ihren Wert, da man das Problem der Randbedingungen für die Wirbelströme in der Rechenpraxis nicht unterschätzen sollte.

Wie **Bild 7** im Vergleich zu **Bild 2** zeigt, sind die Stromverdrängungswirkungen in der Unterschicht entsprechend der Streufeldverteilung von der Sehnung unberührt. In der Oberschicht zeigen sich jedoch deutliche Abweichungen.



**Bild 7:** Verteilung der Stromdichte bei um  $60^\circ$  phasenverschobenen Strömen einer gesehten Wicklung nach **Bild 6a**  
(Unterschicht und Oberschicht mit gleichem  $x_{red} = 0,74$ )

In Analogie zu (15) kann auch für die gesehte Wicklung eine formelmäßige Abhängigkeit vom Phasenwinkel angegeben werden. Bei  $n$  Leitern übereinander pro Schicht gilt

$$\frac{k_r(\varphi)}{k_{r0}(2n)} = \frac{[k_{r0}(2n) + k_{r0}(n)] + [k_{r0}(2n) - k_{r0}(n)] \cos \varphi}{2k_{r0}(2n)} \quad (16)$$

## LITERATUR

- [1] K. Küpfmüller: *Einführung in die theoretische Elektrotechnik*, Springer-Verlag, Berlin / Heidelberg, 1965
- [2] K. Simonyi: *Theoretische Elektrotechnik*, VEB Deutscher Verlag der Wissenschaften, Berlin, 1966
- [3] H. Schunk: *Stromverdrängung*, Dr. Alfred Hüthig – Verlag, Heidelberg, 1975
- [4] K. Voigt: *Berechnung elektrischer Maschinen*, VCH Verlag, Weinheim, 1996
- [5] A. Lange: *Analytische Methoden zur Berechnung elektromagnetischer und thermischer Probleme in elektrischen Maschinen*, Dissertation Technische Universität Braunschweig, 2000
- [6] W.-R. Canders, F. Laube, H. Mosebach: *High thrust double-sided permanent magnet excited linear synchronous machine with shifted stators*, Proc. LDIA 2001, Nagano, Japan
- [7] W.-R. Canders, F. Laube, H. Mosebach: *PM excited polyphase synchronous machines with single-phase segments featuring simple tooth coils*, Proc. ICEM 2002, Brugge, Belgien