

UNTERSUCHUNG VON WIRBELSTROMVERLUSTEN IN PERMANENTMAGNETEN BEI HOHEN FREQUENZEN

Cornelius Bode, Hardo May, Wolf-Rüdiger Canders

Deutsche Ausarbeitung des Konferenzbeitrages *Optimized reduction of parasitic eddy current losses in high speed permanent magnet motors based on 2D and 3D field calculations*, XV International Symposium on Electromagnetic Fields in Mechatronics, Electrical and Electronic Engineering, Funchal, 1.-3. September 2011

1 MOTIVATION

Permanentmagneterregte Synchronmaschinen (PMSM) sind die Schlüsseltechnologie zur Realisierung leichter und effizienter Antriebe. Sie können entweder mit vergrabenen Magneten oder mit Oberflächenmagneten ausgeführt werden. Durch Nutungsüberwellen und Harmonische im Statorstrombelag werden Wirbelströme im Magnetmaterial erzeugt. Diese führen zu Verlusten und zur Erwärmung der Magnete. Unter ungünstigen Bedingungen kann es zur irreversiblen Entmagnetisierung der Magnete und somit zur Zerstörung der Maschine kommen. Ein übliches Vorgehen zur Reduktion dieser Verluste ist die radiale und axiale Segmentierung der Magnete. Wie gezeigt werden kann, führen diese Unterteilungen nicht in allen Fällen zu einer Reduktion der Verluste. Bei ungünstiger Kombination von Frequenz, Magnetabmessungen und gewählter Teilung ist sogar ein Ansteigen der Verluste statt der gewünschten Abnahme zu beobachten.

2 GRUNDLAGEN

Aufgrund von Nutungseffekten und Harmonischen im Statorstrombelag treten in elektrisch leitfähigen Magneten von Permanentmagneterregten Synchronmaschinen Wirbelstromverluste auf. Ohne genaue Kenntnis dieser Verluste und geeignete Maßnahmen zu ihrer Reduzierung besteht die Gefahr ihrer thermischen Entmagnetisierung und somit der Zerstörung der Maschine. Eine übliche Methode zur Reduzierung dieser Verluste bei kleinen Betriebsfrequenzen stellt die radiale und axiale Segmentierung der Magnete dar [1], [2], [3], [4] (siehe Bild 1). Bei hohen Betriebsfrequenzen führt diese Segmentierung nicht notwendigerweise zu einer Reduzierung der Verluste. Bei ungünstiger Ausführung der Segmentierung kann der gewünschte Effekt ins Gegenteil umschlagen und es kommt zu einer Erhöhung der Verluste statt zur Reduktion [5]. Zur Berechnung der Wirbelstromverluste in massiven oder unterteilten Magneten stehen unterschiedliche analytische Ansätze zur Verfügung: Die vereinfachte Berechnung in [6] basiert auf einer 2D-Feldberechnung in der xy -Ebene von Bild 1. Dabei wird die Rückwirkung der Wirbelströme auf den Feldverlauf berücksichtigt, wohingegen der Einfluss der Segmentierung vollständig vernachlässigt wird. Um den Einfluss der

Segmentierung zu berücksichtigen wird in [1] zunächst eine 2D-Berechnung des Luftspaltfeldes (xy -Ebene) unter Vernachlässigung der Rückwirkung durchgeführt. Im zweiten Schritt wird das Ergebnis dieser Feldberechnung zur Berechnung der 2D-Wirbelstromdichte in der xz -Ebene verwendet. In [2] wird ein Korrekturfaktor zur Berücksichtigung der Segmentierung eingeführt. Dabei bleibt jedoch der Einfluss der Segmentierung auf die Rückwirkung unberücksichtigt. Neben den analytischen Berechnungsansätzen sind auch Verfahren auf Basis der Finite-Elemente-Methode (FEM) bekannt: So beschäftigt sich [3] mit der Untersuchung des Einflusses von Segmentierung bei kleinen Frequenzen. Neben den klassischen analytischen Methoden und FEM basierten Ansätzen ist auch die Kombination beider Methoden möglich [4]. So wird eine analytische 2D-Berechnung des Luftspaltfeldes mit einer 3D-FEM-Berechnung gekoppelt.

Zur Bestimmung der Wirbelstromverluste unter Berücksichtigung von Segmentierung und Rückwirkung wird an dieser Stelle ein neuer Ansatz basierend auf einer analytischen 3D-Berechnung vorgestellt.

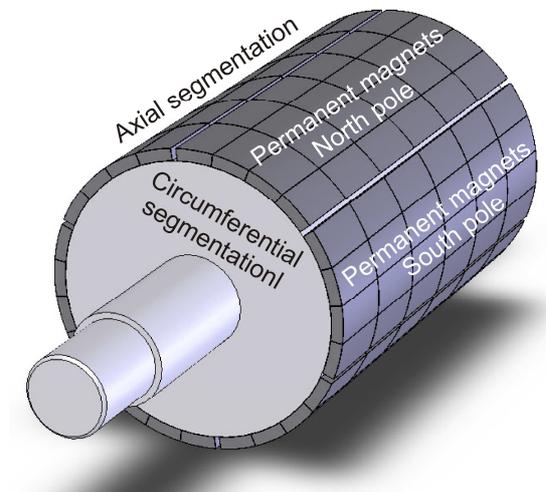


Bild 1: Radiale und axiale Segmentierung bei einem Rotor mit Permanentmagneten

3 ANALYTISCHER ANSATZ

3.1 Annahmen und Voraussetzungen

Zur Berechnung wird das in Bild 2 gezeigte Modell zu Grunde gelegt. Es wird längs der x - und der z -Achse als periodisch angenommen. Die Magnete sind längs der x -Achse in n_x und längs der z -Achse in n_z elektrisch gegeneinander isolierte Bereiche unterteilt. Zur Vereinfachung der Rechnung wird für die Permeabilität des Eisens $\mu \rightarrow \infty$ angenommen. Der Einfluss der Nutung soll im Folgenden nicht untersucht werden, so dass der Stator als magnetisch glatt angenommen werden kann. Die Statorströme werden durch einen äquivalenten Strombelag K_s ersetzt. Weiterhin wird angenommen, dass die Wirbelströme in den Magneten ausschließlich durch die y -Komponente der ortsabhängigen Flussdichte

hervorgerufen werden. Für die Berechnung wird das Modell in zwei Regionen unterteilt. Region I umfasst den mechanischen Luftspalt. Region II ist der Magnetbereich. Der Radius der untersuchten Maschine wird als so groß angenommen, dass Krümmungseffekte vernachlässigt werden können. Somit kann für die Berechnung das in Bild 2 gezeigte kartesische Koordinatensystem verwendet werden. Die relevanten Abmessungen der Anordnung sind die Polteilung τ_p , die Maschinenlänge l_e , die Luftspaltweite δ und die Magnethöhe h_m . Der Polbedeckungsfaktor wird im Folgenden mit α_p bezeichnet. Die Abmessungen einer einzelnen Magnetteilung (also eines gegen den Rest des Magneten isolierten Bereichs) sind längs der x -Achse $\tau_m = \alpha_p \cdot \tau_p / n_x$ und längs der z -Achse $l_m = l_e / n_z$.

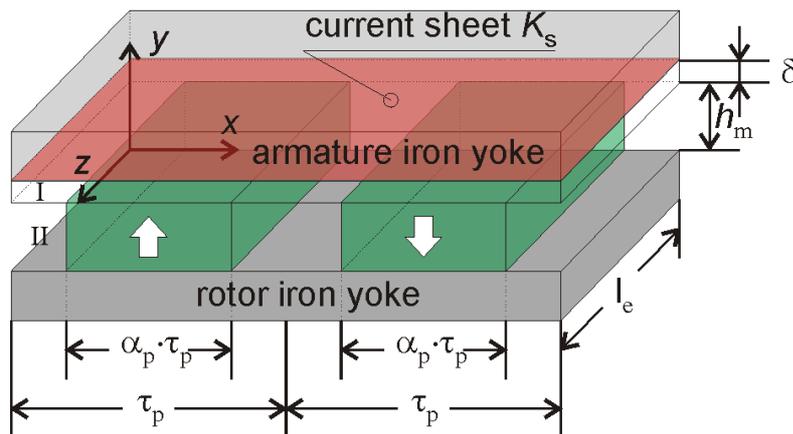


Bild 2: Kartesisches Modell mit Koordinatensystem, Abmessungen und Bereichseinteilungen

3.2 Prinzip

In diesem Abschnitt wird die prinzipielle Funktion des analytischen Ansatzes beschrieben. Im ersten Schritt wird das in der xz -Ebene induzierte elektrische Feld jeder Magnetteilung als Funktion der Ortskoordinaten x , y , z und der y -Komponente der Flussdichte B_y bestimmt. Mit Hilfe des Ohmschen Gesetzes wird daraus die Stromdichte in den Magnetteilungen ermittelt. Im zweiten Schritt wird die Poisson-Gleichung für das Vektorpotential A gelöst. Dabei bildet die im ersten Schritt berechnete Stromdichte in der xz -Ebene die Anregung in Abhängigkeit von B_y . Wird B_y durch einen geeigneten Ausdruck des Vektorpotentials A ersetzt, ergibt sich ein System von partiellen Differentialgleichungen. Dieses wird mit Hilfe eines geeigneten Separationsansatzes gelöst. Aus dem Vektorpotential wird anschließend die Luftspaltflussdichte ermittelt. Die Verluste in den Magneten werden unter Anwendung des Poynting-Vektors ermittelt.

3.3 Berechnung

3.3.1 Ansatz des Vektorpotentials

Da die Anordnung als periodisch angenommen wird, kann der Statorstrombelag als Fourierreihe dargestellt werden:

$$K = \sum_v \hat{K}_v e^{j(\omega t + v a_x x)} \quad (3.1)$$

mit der Wellenzahl a_x für längs der x -Richtung fortschreitende Wellen

$$a_x = \pi / \tau_p \cdot \quad (3.2)$$

Die Magnete verfügen über eine endliche Länge längs der z -Koordinate. Aus mathematischen Gründen ist es jedoch vorteilhaft, die Anordnung längs der z -Achse als periodisch anzusetzen. Der Effekt endlicher Abmessungen in z -Richtung wird dadurch erreicht, dass der Strombelag im interessierenden Bereich ($2 \cdot \tau_p \cdot l_e$) gemäß seiner realen Verteilung angesetzt wird. Außerhalb dieses Bereichs wird er längs der z -Achse antiperiodisch fortgesetzt. Aus mathematischer Sicht entspricht das der Multiplikation des Strombelags mit einer Rechteckfunktion f (in Fourierreihendarstellung)

$$f = \sum_{\lambda} \frac{4}{\pi \lambda} \sin(\lambda a_z z) \quad (3.3)$$

mit der Wellenzahl a_z für längs der z -Richtung fortschreitende Wellen

$$a_z = \pi / l_m \quad (3.4)$$

was zu

$$K_s = \sum_{\lambda} \sum_v \frac{4}{\pi \lambda} \hat{K}_v e^{j(\omega t + v a_x x)} \sin(\lambda a_z z) \quad (3.5)$$

führt. Wird eine 2D-Wirbelstromverteilung in der xz -Ebene angenommen, verfügt das Vektorpotential ausschließlich über x - und z -Komponenten. Für die z -Komponente des Vektorpotentials gilt mit einer anregenden Stromdichte in z -Richtung J_z die Poisson-Gleichung

$$\partial^2 A_z / \partial x^2 + \partial^2 A_z / \partial y^2 + \partial^2 A_z / \partial z^2 = \mu J_z \cdot \quad (3.6)$$

Gemäß der Struktur von (3.5) wird für die z -Komponente des Vektorpotentials A_z ein Separationsansatz der Form

$$A_z = \sum_{\lambda} \sum_v \hat{A}_{z,(v,\lambda)} e^{j(\omega t + v a_x x)} \sin(\lambda a_z z) \quad (3.7)$$

verwendet. Unter Verwendung der Coulomb-Eichung $\text{div} \mathbf{A} = 0$ ergibt sich für die x -Komponente des Vektorpotentials

$$A_x = -\int (\partial A_z / \partial z) dx \quad (3.8)$$

Mit dem oben definierten Vektorpotential kann durch $\mathbf{B} = \text{rot} \mathbf{A}$ die y -Komponente der Flussdichte bestimmt werden. Man erhält

$$B_y = -\sum_{\lambda} \sum_v \underbrace{j \left(\frac{(\lambda a_z)^2}{v a_x} + v a_x \right)}_{\hat{B}_{y,(v,\lambda)}} \hat{A}_{z,(v,\lambda)} e^{j(\omega t + v a_x x)} \sin(\lambda a_z z) \cdot \quad (3.9)$$

3.3.2 Bestimmung des induzierten elektrischen Feldes in den Magneten

Die Magnete sind durch radiale und axiale Segmentierung in $n_x \cdot n_z$ elektrisch gegeneinander isolierte Magnetteilungen eingeteilt. Während die Teilung der Magnete längs der z -Richtung durch den Ansatz des Vektorpotentials bzw. die Wahl des Strombelags bereits berücksichtigt ist, muss die Teilung in x -Richtung auf andere Weise in die Rechnung einbezogen werden. Dies ist mit einem geeigneten Ansatz des elektrischen Feldes in den Magnetteilungen möglich. Im nächsten Schritt wird daher das elektrische Feld in der Magnetteilung i (Magnetteilungen längs der x -Achse) bestimmt. Eine geeignete Differentialgleichung erhält man durch Anwendung des Rotationsoperators auf das Faradaysche Induktionsgesetz:

$$\partial^2 E_{z,i} / \partial x^2 + \partial^2 E_{z,i} / \partial z^2 = \partial^2 B_y / \partial x \partial t. \quad (3.10)$$

Das E-Feld wird nach Voraussetzung nur durch die y -Komponente der Flussdichte hervorgerufen. Es kann somit mathematisch in analoger Form zu (3.9) dargestellt werden. Die Fourierreihenentwicklung längs der x -Achse entfällt dabei, da die Begrenzung der Magnetteilung längs der x -Achse als mathematischer Rand berücksichtigt wird. Es wird daher folgender Ansatz gewählt:

$$E_{z,i} = \sum_{\lambda} \sum_n \hat{E}_{z,i,(n,\lambda)} e^{j\omega t} \sin(\lambda a_z z). \quad (3.11)$$

Einsetzen von (3.9), (3.11) in (3.10) führt zu einer gewöhnlichen inhomogenen Differentialgleichung für die z -Komponente des induzierten elektrischen Feldes

$$\partial \hat{E}_{z,i,(n,\lambda)} / \partial x^2 - (\lambda a_z)^2 \hat{E}_{z,i,(n,\lambda)} = -\omega n a_x \hat{B}_{y,(n,\lambda)} e^{jn a_x x} \quad (3.12)$$

mit einer Lösung der Form

$$\hat{E}_{z,i,(n,\lambda)} = A_{(n,\lambda)} e^{\lambda a_z x} + B_{(n,\lambda)} e^{-\lambda a_z x} + C_{(n,\lambda)} e^{jn a_x x}. \quad (3.13)$$

Die zugehörige x -Komponente ergibt sich mit (3.11), (3.13) und der Bedingung, dass es sich um ein Wirbelfeld handelt $\text{div} \mathbf{E} = 0$ zu

$$E_{x,i} = \sum_{\lambda} \sum_n \underbrace{\left(-A_{(n,\lambda)} e^{\lambda a_z x} + B_{(n,\lambda)} e^{-\lambda a_z x} + j \frac{\lambda a_z}{n a_x} C_{(n,\lambda)} e^{jn a_x x} \right)}_{\hat{E}_{x,i,(n,\lambda)}} e^{j\omega t} \cos(\lambda a_z z). \quad (3.14)$$

Die unbekanntenen Konstanten können mit Hilfe von Randbedingungen ermittelt werden. Beschreibt die Magnetteilung i längs der x -Achse den Bereich $x = x_{0,i} \dots x_{0,i} + \tau_m$ mit

$$x_{0,i} = \begin{cases} \frac{1-\alpha_p}{2} \tau_p + (i-1) \tau_m & \text{für } 1 \leq i \leq n_x \\ \frac{3-\alpha_p}{2} \tau_p + (i-1) \tau_m & \text{sonstige.} \end{cases} \quad (3.15)$$

so müssen folgende Randbedingungen erfüllt werden:

$$\hat{E}_{x,i}(x = x_{0,i}) = \hat{E}_{x,i}(x = x_{0,i} + \tau_m) = 0. \quad (3.16)$$

Einsetzen von (3.13) in (3.16) liefert für die gesuchten Konstanten

$$A_{(n,\lambda)} = \hat{B}_{y,(n,\lambda)} a'_{(n,\lambda)} e^{(jn a_x - \lambda a_z) x_{0,i}} \quad (3.17)$$

$$B_{(n,\lambda)} = \hat{B}_{y,(n,\lambda)} b'_{(n,\lambda)} e^{(jna_x + \lambda a_z)x_{0,i}} \quad (3.18)$$

$$C_{(n,\lambda)} = \hat{B}_{y,(n,\lambda)} c'_{(n,\lambda)} \quad (3.19)$$

mit

$$a' = j \frac{\omega_n \lambda a_z}{(na_c)^2 + (\lambda a_z)^2} \left(1 - \frac{e^{\lambda a_z \tau_m} - e^{jna_x \tau_m}}{2 \sinh(\lambda a_z \tau_m)} \right) \quad (3.20)$$

$$b' = -j \frac{\omega_n \lambda a_z}{(na_c)^2 + (\lambda a_z)^2} \frac{e^{\lambda a_z \tau_m} - e^{jna_x \tau_m}}{2 \sinh(\lambda a_z \tau_m)} \quad (3.21)$$

$$c' = \frac{\omega_n na_x}{(na_c)^2 + (\lambda a_z)^2}. \quad (3.22)$$

Mit der Kenntnis des elektrischen Feldes in jeder einzelnen Magnetteilung kann die z-Komponente des gesamten elektrischen Feldes längs der x-Achse angegeben werden. Dieses ist nun nach Voraussetzung periodisch und kann in eine Fourierreihe entwickelt werden:

$$E_z = \sum_{\lambda} \sum_{\nu} \hat{E}_{z,(v,\lambda)} e^{j(\omega t + \nu a_x x)} \sin(\lambda a_z z). \quad (3.23)$$

Die Fourierkoeffizienten erhält man durch Summation der $2 n_x$ Teilintegrale über die einzelnen Magnetteilungen. Somit ergibt sich

$$\hat{E}_{z,(v,\lambda)} = \frac{1}{2\tau_p} \sum_{i=1}^{2n_x} \left(\int_{x_{0,i}}^{x_{0,i} + \tau_m} \sum_n \hat{E}_{z,i,(n,\lambda)}(x) e^{-j\nu a_x x} dx \right). \quad (3.24)$$

Einsetzen von (3.11), (3.13), (3.15), (3.17) - (3.19) in obige Gleichung und Ausrechnen der Summe über die $2 n_x$ Magnetteilungen mit Hilfe einer geometrischen Reihe führt zu

$$\hat{E}_{z,(v,\lambda)} = \sum_n R_{(n,v,\lambda)} \cdot \hat{B}_{y,(v,\lambda)} \quad (3.25)$$

mit

$$R_{(n,v,\lambda)} = \frac{1}{2\tau_p} \left(1 + e^{j(n-\nu)\pi} \right) \left(e^{j(n-\nu)(1-\alpha_p)\pi/2} \frac{1 - e^{j(n-\nu)\pi a_x \tau_m}}{1 - e^{j(n-\nu)\pi a_x \tau_m}} \left(a' \frac{e^{(\lambda a_z - j\nu a_x)\tau_m} - 1}{\lambda a_z - j\nu a_x} + b' \frac{e^{-(\lambda a_z + j\nu a_x)\tau_m} - 1}{\lambda a_z + j\nu a_x} + c' \frac{e^{j(n-\nu)a_x \tau_m} - 1}{(n-\nu)a_x} \right) \right). \quad (3.26)$$

3.3.3 Differentialgleichungssystem für Vektorpotential

Einsetzen von (3.7), (3.9), (3.23), (3.17) - (3.19) in (3.6) und Anwendung des Ohmschen Gesetzes $J = sE$ liefert

$$\partial^2 \hat{A}_{z,(v,\lambda)} / \partial y^2 = \left((\nu a_x)^2 + (\lambda a_z)^2 \right) \hat{A}_{z,(v,\lambda)} - j\mu_0 \mu_p \sigma_m \sum_n \left(\frac{(\lambda a_z)^2}{na_x} + na_x \right) R_{(n,v,\lambda)} \hat{A}_{z,(n,\lambda)}. \quad (3.27)$$

Dabei handelt es sich um eine Zeile eines linearen homogenen Differentialgleichungssystems für das Vektorpotential in Region II. Wenn kein elektrisch leitfähiges Material vorhanden ist (mechanischer Luftspalt, Region I), entfällt der Summenterm entsprechend. Schreibt man das DGL-System in Matrixschreibweise erhält man

$$\partial^2 \underline{\hat{A}}_{z,\lambda} / \partial y^2 = \underline{\underline{S}} \underline{\hat{A}}_{z,\lambda} \quad (3.28)$$

mit der Systemmatrix $\underline{\underline{S}}$, deren Einträge sich entsprechend (3.27) ergeben. Die Lösung von (3.28) ist durch

$$\hat{\underline{\underline{A}}}_{z,\lambda} = \underline{\underline{G}} \sinh(\underline{\underline{\gamma}} y) \underline{\underline{D}} + \underline{\underline{G}} \cosh(\underline{\underline{\gamma}} y) \underline{\underline{E}}. \quad (3.29)$$

gegeben. Darin ist $\underline{\underline{G}}$ die Matrix der Eigenvektoren der Systemmatrix $\underline{\underline{S}}$ und $\underline{\underline{\gamma}}$ die Diagonalmatrix der zugehörigen Eigenwerte. $\underline{\underline{D}}$ und $\underline{\underline{E}}$ sind Konstanten, die durch Anpassung an Randbedingungen zu ermitteln sind. Mit Hilfe der bekannten Rand- und Übergangsbedingungen für die magnetische Flussdichte erhält man ein lineares Gleichungssystem zur Bestimmung der Konstanten:

$$\begin{bmatrix} \underline{\underline{G}}_{\underline{\underline{I}}\underline{\underline{I}}} \underline{\underline{\gamma}} \cosh(\underline{\underline{\gamma}}_{\underline{\underline{I}}} (h_m + \delta)) & \underline{\underline{G}}_{\underline{\underline{I}}\underline{\underline{I}}} \underline{\underline{\gamma}} \sinh(\underline{\underline{\gamma}}_{\underline{\underline{I}}} (h_m + \delta)) & \underline{\underline{0}} & \underline{\underline{0}} \\ \underline{\underline{0}} & \underline{\underline{0}} & \underline{\underline{G}}_{\underline{\underline{II}}\underline{\underline{II}}} \underline{\underline{\gamma}}_{\underline{\underline{II}}} & \underline{\underline{0}} \\ \mu_p \underline{\underline{G}}_{\underline{\underline{I}}\underline{\underline{I}}} \underline{\underline{\gamma}} \cosh(\underline{\underline{\gamma}}_{\underline{\underline{I}}} h_m) & \mu_p \underline{\underline{G}}_{\underline{\underline{I}}\underline{\underline{I}}} \underline{\underline{\gamma}} \sinh(\underline{\underline{\gamma}}_{\underline{\underline{I}}} h_m) & \underline{\underline{G}}_{\underline{\underline{II}}\underline{\underline{II}}} \underline{\underline{\gamma}} \cosh(\underline{\underline{\gamma}}_{\underline{\underline{II}}} h_m) & \underline{\underline{G}}_{\underline{\underline{II}}\underline{\underline{II}}} \underline{\underline{\gamma}} \sinh(\underline{\underline{\gamma}}_{\underline{\underline{II}}} h_m) \\ \underline{\underline{G}}_{\underline{\underline{I}}\underline{\underline{I}}} \underline{\underline{\gamma}} \sinh(\underline{\underline{\gamma}}_{\underline{\underline{I}}} h_m) & \underline{\underline{G}}_{\underline{\underline{I}}\underline{\underline{I}}} \underline{\underline{\gamma}} \cosh(\underline{\underline{\gamma}}_{\underline{\underline{I}}} h_m) & \underline{\underline{G}}_{\underline{\underline{II}}\underline{\underline{II}}} \underline{\underline{\gamma}} \sinh(\underline{\underline{\gamma}}_{\underline{\underline{II}}} h_m) & \underline{\underline{G}}_{\underline{\underline{II}}\underline{\underline{II}}} \underline{\underline{\gamma}} \cosh(\underline{\underline{\gamma}}_{\underline{\underline{II}}} h_m) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \underline{\underline{D}}_{\underline{\underline{I}}} \\ \underline{\underline{E}}_{\underline{\underline{I}}} \\ \underline{\underline{D}}_{\underline{\underline{II}}} \\ \underline{\underline{E}}_{\underline{\underline{II}}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mu_0 \underline{\underline{K}}_s \\ \underline{\underline{0}} \\ \underline{\underline{0}} \\ \underline{\underline{0}} \end{bmatrix}. \quad (3.30)$$

3.3.4 Bestimmung der Verluste

Die Verluste werden unter Anwendung des Poyntingvektors bestimmt. Aufgrund der erwähnten Periodizität und Symmetriebedingungen beschränkt sich die Integration zur Bestimmung der Verluste auf die Integration über die xz -Ebene bei $y = h_m$. Daher wird nur die y -Komponente des Poyntingvektors benötigt. Ihren zeitlichen Mittelwert erhält man mit

$$\bar{S}_y = E_z H_x^* - E_x H_z^*. \quad (3.31)$$

Die Verluste in den Magneten ergeben sich daraus mit

$$P = \int_A S_y \, dA. \quad (3.32)$$

3.4 Berechnungsergebnisse

Für die im Folgenden dargestellten Ergebnisse werden die in Tabelle 1 zusammengefassten Daten zu Grunde gelegt. Für die Felderregung wird ein sinusförmiger Statorstrombelag $K_s = \hat{K}_s e^{j(\omega t + \nu a_s x)}$ angenommen. Die Amplitude des Strombelags K_s wird konstant gehalten, während die Ordnungszahlen im Bereich $\nu = 1 \dots 3$ variiert werden.

Tabelle 1: Daten für Berechnungsbeispiel

Symbol	Bedeutung	Wert
τ_p	Polteilung	50 mm
l_e	axiale Länge des ungeteilten Magneten	200 mm
h_m	Magnethöhe	5.0 mm
δ	Luftspaltweite	1.0 mm

α_p	Polbedeckungsfaktor	1.0
σ	Elektrische Leitfähigkeit des Magnetmaterials	$1.0 \cdot 10^6$ S
μ_{rp}	Rel. Permeabilität der Permanentmagnete	1.05
K_s	Amplitude des Strombelags	$1.0 \cdot 10^6$ A/m

3.4.1 Validierung der analytischen Berechnungsmethode

In diesem Abschnitt wird die entwickelte analytische Berechnungsmethode validiert. Dazu wird der analytisch berechnete Flussdichteverlauf mit dem Ergebnis einer 3D-FEM-Berechnung (ANSYS) verglichen. Da der Strombelag längs der z -Richtung bei der realen Maschine konstant ist, im analytischen Berechnungsmodell jedoch zur Befriedigung der Randbedingung ein alternierender Strombelag verwendet wird, sollen im ersten Schritt die daraus resultierenden Abweichungen betrachtet werden. Dazu wird die Normalkomponente der Flussdichte längs der z -Achse bei $x = \tau_p/2$ und $y = h_m/2$ betrachtet. Ihr Verlauf ist in Bild 3 gezeigt. Als weitere Daten wurden $\nu = 1$, $f = 100$ Hz, $n_x = n_z = 1$ angenommen. Wie man erwartet, ergeben sich an den Magnetkanten bei $z = 0$, $z = l_m$ kleine Abweichungen zwischen analytischer und numerischer Lösung. Diese Abweichung führt lediglich zu einem kleinen Fehler bei der Berechnung der Verluste, solange $l_m \gg 2\delta$ gewährleistet ist.

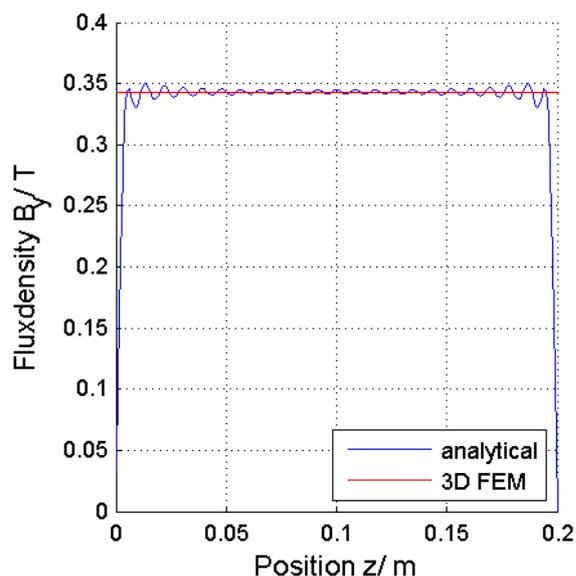


Bild 3: Normalkomponente der Flussdichte über z -Koordinate ($y = h_m/2$, $x = \tau_p/2$, $\omega t = 0$, $f = 100$ Hz)

Im nächsten Schritt wird der Flussdichteverlauf (Normalkomponente) bei $y = h_m/2$ und $z = l_m/2$ ($\nu = 1$, $f = 1000$ Hz, $n_z = 1$) bei unterschiedlicher Anzahl Magnetteilungen längs der x -Achse $n_x = 1$ und $n_x = 2$ betrachtet. Die Verläufe sind in Bild 4 dargestellt. Der Einfluss der elektrisch gegeneinander isolierten Teilungen auf den Flussdichteverlauf ist deutlich erkennbar. Die analytisch berechneten Verläufe bestimmen mit den numerisch berechneten Verläufen sehr gut überein.

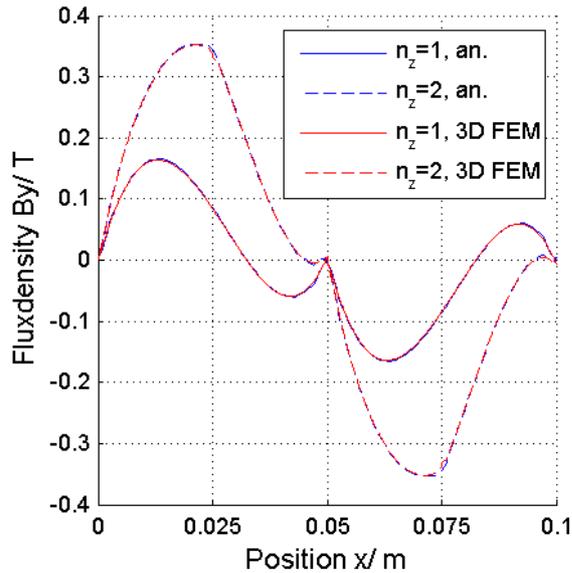


Bild 4: Normalkomponente der Flussdichte über x -Koordinate ($y = h_m/2$, $z = l_m/2$, $\omega t = 0$, $f = 1000$ Hz)

3.4.2 Magnetverluste bei verschiedenen Ordnungszahlen und Frequenzen

In diesem Abschnitt werden Magnetverluste betrachtet, die mit dem vorgestellten analytischen Verfahren berechnet wurden. Dabei interessiert insbesondere der Einfluss der Magnetteilungen. Die Verluste wurden bei verschiedenen Frequenzen und bei unterschiedlicher Anzahl von Teilungen n_x und n_z für die Ordnungszahlen $\nu = 1..3$ berechnet. Bild 5 bis Bild 8 zeigen den Verlauf der Verluste in Abhängigkeit der Teilungen in z -Richtung ($n_z = 1..10$) bei Teilungen in x -Richtung $n_x = 1..4$ bei den Frequenzen $f = 100, 1000, 2000, 4000$ Hz.

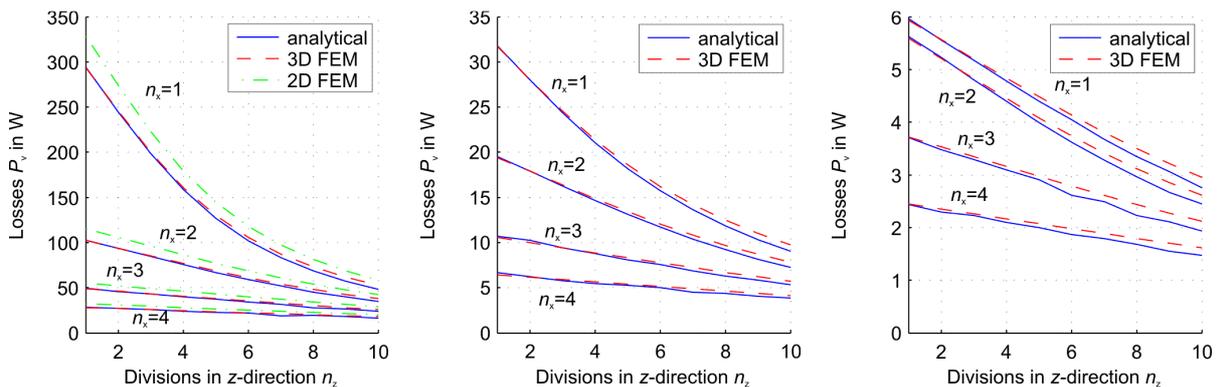


Bild 5: Wirbelstromverluste P_v in Abhängigkeit der Segmentierung in z -Richtung n_z ($f = 100$ Hz, Variation der Ordnungszahl $\nu = 1, 2, 3$ von links nach rechts)

Für kleine Frequenzen bis etwa 1000 Hz nehmen die Verluste hyperbolisch mit der Anzahl der Teilungen in x - und z -Richtung ab. Weiterhin nehmen die Verluste deutlich mit größer werdender Ordnungszahl ab. Die Verluste wurden mit Hilfe von 3D-FEM-Rechnungen (Ansys) und 2D-FEM-Rechnungen (eigenes Programm, 1D-Flussdichte, 2D-E-Feld) verifiziert. Die Rückwirkung der Wirbelströme ist dabei inhärent berücksichtigt.

Die zwischen analytischer und numerischer Berechnung auftretenden Abweichungen können wie folgt erklärt werden:

- Wie erwähnt wird der im analytischen Modell angesetzte Strombelag längs der z -Koordinate aufgrund der geforderten Randbedingung antiperiodisch fortgesetzt. Dies führt zu Abweichungen im Bereich der Endzone.
- Die Vernachlässigung der Streuung bei der 2D-FEM-Rechnung führt gegenüber den 3D-Rechnungen zu einer erhöhten Flussdichte, wodurch die Wirbelstromverluste zu hoch berechnet werden.

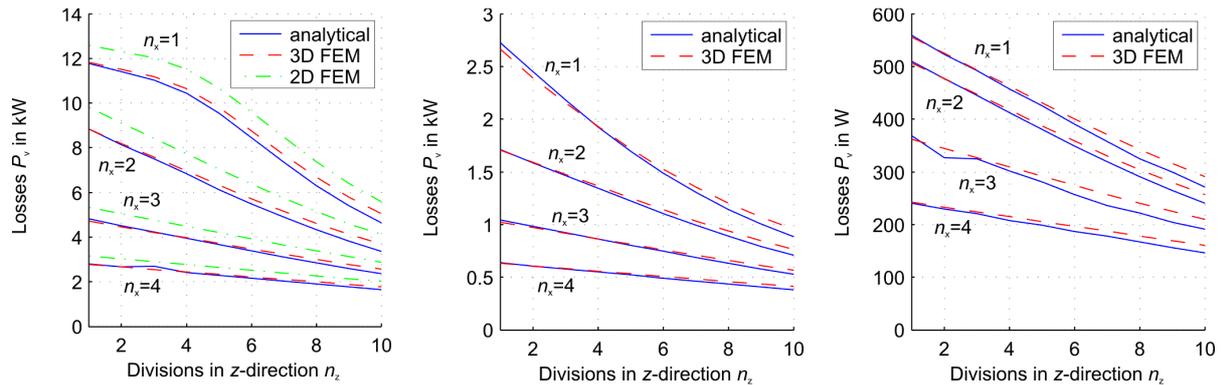


Bild 6: Wirbelstromverluste P_v in Abhängigkeit der Segmentierung in z -Richtung n_z ($f = 1000$ Hz, Variation der Ordnungszahl $\nu = 1, 2, 3$ von links nach rechts)

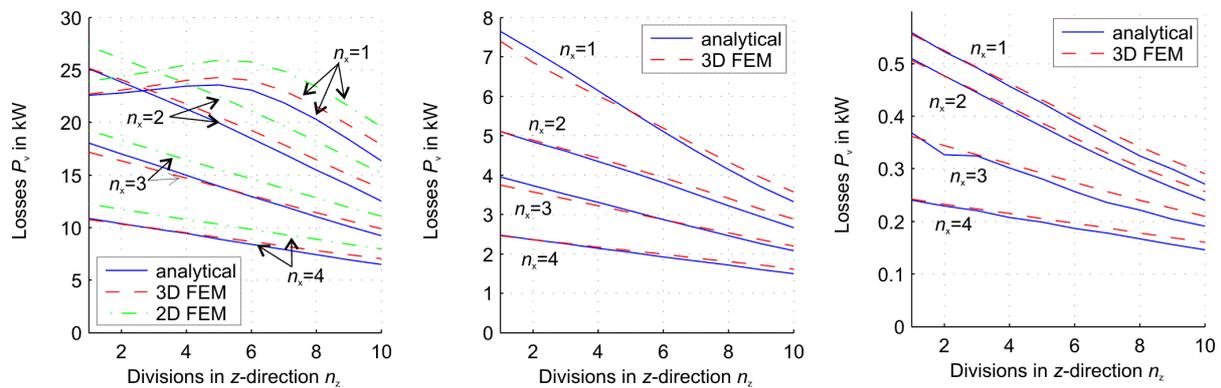


Bild 7: Wirbelstromverluste P_v in Abhängigkeit der Segmentierung in z -Richtung n_z ($f = 2000$ Hz, Variation der Ordnungszahl $\nu = 1, 2, 3$ von links nach rechts)

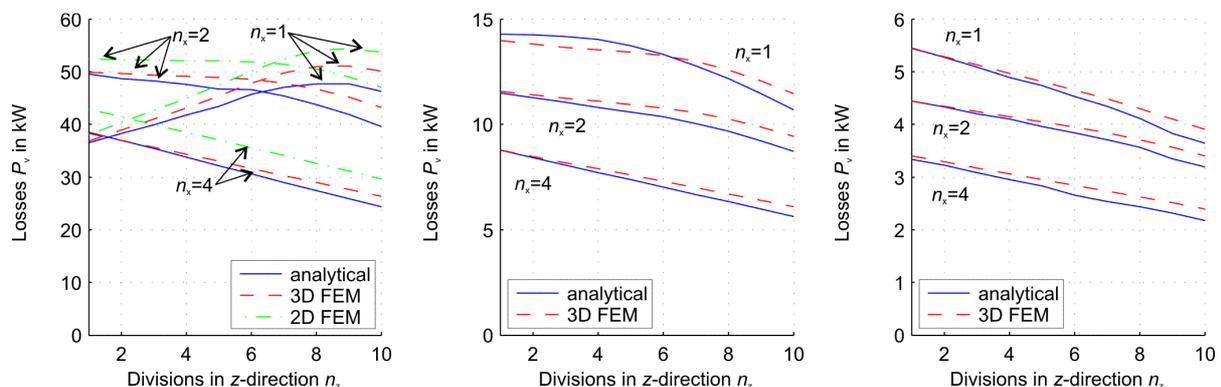


Bild 8: Wirbelstromverluste P_v in Abhängigkeit der Segmentierung in z -Richtung n_z ($f = 4000$ Hz, Variation der Ordnungszahl $\nu = 1, 2, 3$ von links nach rechts)

Bei $f = 1000$ Hz hat sich die Charakteristik der Verluste über n_z verändert. Der Verlauf ist nun nicht mehr für alle untersuchten Fälle hyperbolisch. Ein deutliches Abnehmen der Verluste ist erst ab $n_z \geq 5$ gewährleistet. Diese Verläufe lassen bereits erwarten, dass mit steigender Frequenz auch anomales Verhalten der Verluste über der Anzahl der Teilungen n_z möglich ist. Dies wird für $f = 2000$ Hz (Bild 7) und $f = 4000$ Hz (Bild 8) bestätigt. Das zunächst unerwartete Ansteigen der Verluste mit zunehmender Anzahl an Teilungen n_z konnte sowohl mit dem analytischen Modell als auch mit den FEM-Berechnungen nachgewiesen werden.

Bild 9 zeigt den Einfluss der Teilungen auf die normierten Verluste. Berechnet wurden die Verluste für verschiedene Frequenzen und Teilungen n_z ($n_x = 1$) für den Fall vernachlässigter Rückwirkung und unter voller Berücksichtigung der Rückwirkung. Um einen sinnvollen Vergleich für verschiedene Frequenzen zu ermöglichen wurden als Bezugsgrößen jeweils die Verluste bei ungeteiltem Magnet (d. h. $n_x = 1$, $n_z = 1$) gewählt. Der Verlauf ohne Berücksichtigung der Rückwirkung entspricht der Kurve, die man bei Verwendung der Modelle nach [1] und [2] erhalten würde.

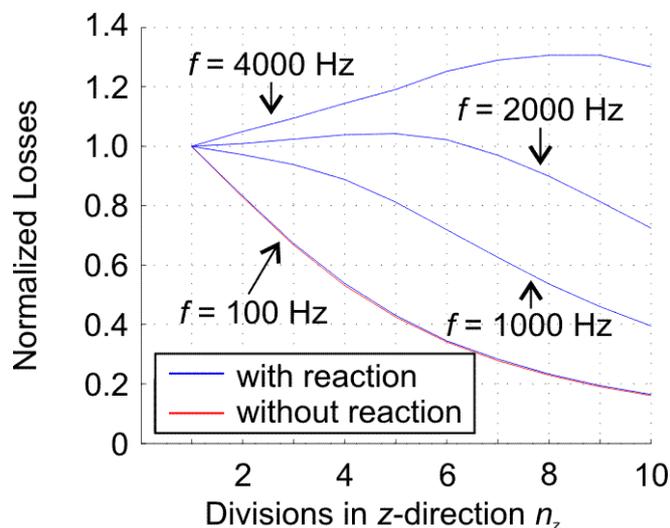


Bild 9: Normierte Wirbelstromverluste in Abhängigkeit der Teilung n_z ($n_x = 1$) bei verschiedenen Frequenzen

In Bild 10 ist der Verlauf der Feldlinien des induzierten elektrischen Feldes im Magneten für die Frequenzen $f = 100$ Hz und $f = 4000$ Hz bei $n_z = 2$ und $n_x = 4$ dargestellt. Aufgrund der Stromverdrängung sind bei $f = 4000$ Hz die Feldlinien im Randbereich der Magnetteilungen deutlich stärker konzentriert als bei $f = 100$ Hz. Zu beachten ist, dass zur besseren Darstellung eine unterschiedliche Skalierung gewählt wurde.

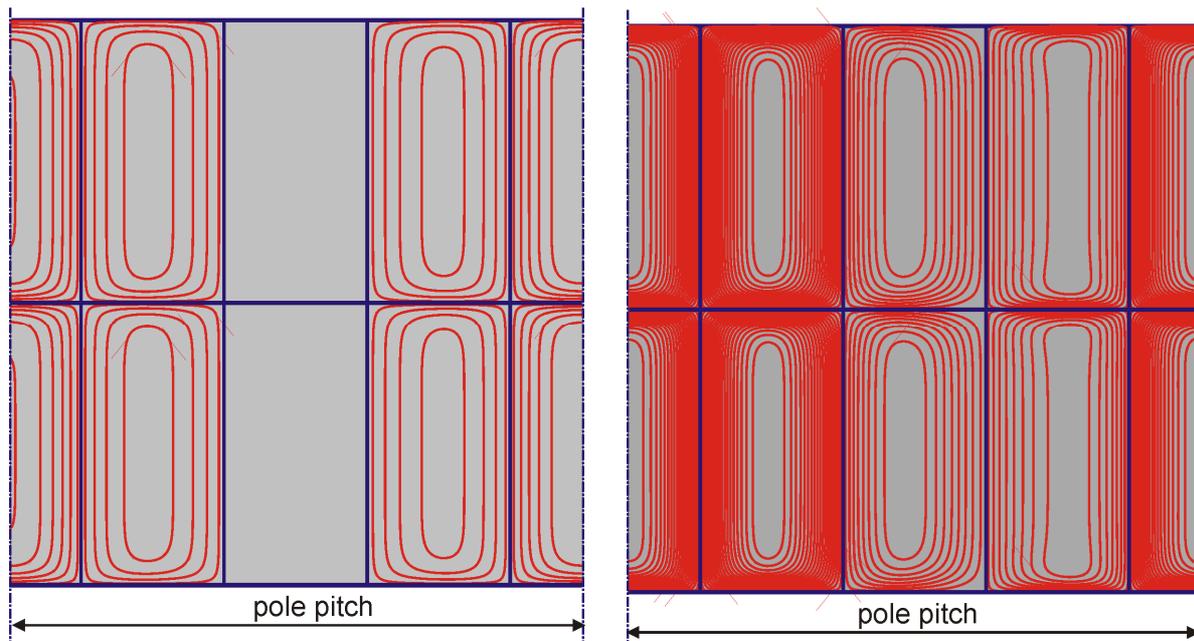


Bild 10: Feldlinien des elektrischen Feldes in der xz -Ebene des Magneten für $f = 100$ Hz (links) und $f = 4000$ Hz (rechts); Zur besseren Darstellung ist der Skalierungsfaktor für $f = 4000$ Hz $1/10$ relativ zu $f = 100$ Hz ($n_x = 4$, $n_z = 2$, $\nu = 1$, $\omega t = 0$)

4 SCHLUSSFOLGERUNG

Wie oben gezeigt werden konnte, können in ungeteilten Magneten erhebliche Verluste auftreten, die durch Erwärmung zur Zerstörung führen können. Dies gilt insbesondere, wenn die Frequenz hoch ist, wie z. B. bei wechselrichtergespeisten Polyphasigen Permanentmagneterregten Synchronmaschinen (PPSM). Die typischerweise zur Reduzierung der Verluste verwendete Teilung der Magnete kann ebenfalls zu einer Erhöhung der Verluste führen. Das vorgestellte analytische Berechnungsmodell ermöglicht die Bestimmung der optimalen Teilungen der Magnete in x - und z -Richtungen für verschiedene Maschinentypen und Arbeitspunkte. Die vorgestellten Ergebnisse beziehen sich auf die in Tabelle 1 erwähnten Maschinenabmessungen. Bei veränderten Abmessungen müssen die notwendigen Teilungen n_x und n_z individuell berechnet werden, um eine sichere Reduktion der Verluste zu gewährleisten.

Das vorgeschlagene analytische 3D-Modell wurde mittels 3D-FEM-Rechnungen verifiziert und liefert Ergebnisse vergleichbarer Genauigkeit bei deutlich geringerer Rechenzeit. Es kann für den kompletten Frequenzbereich von DC bis einigen kHz eingesetzt werden. Es sollte daher vorzugsweise gegenüber den Modellen nach [1], [2] eingesetzt werden.

5 REFERENZEN

- [1] M. Mirzaei, A. Binder, C. Deak: *3D Analysis of Circumferential and Axial Segmentation Effect on Magnet Eddy Current Losses in Permanent Magnet Synchronous Machines with Concentrated Windings*, XIX International Conference on Electrical Machines - ICEM 2010, Rome
- [2] C. Bode, W.-R. Canders: *Advanced Calculation of Eddy Current Losses in PMSM with tooth windings*, XIX International Conference on Electrical Machines - ICEM 2010, Rome
- [3] P. Sergeant, A. v. d. Bossche: *Segmentation of Magnets to Reduce Losses in Permanent-Magnet Synchronous Machines*, IEEE Transactions on Magnetics, Vol. 44, No. 11, November 2008
- [4] J. D. Ede, K. Atallah, G. W. Jewell, J. B. Wang, D. Howe: *Effect of Axial Segmentation of Permanent Magnets on Rotor Loss in Modular Permanent-Magnet Brushless Machines*, IEEE Transaction on Industry Applications, Vol. 43, No. 5, September/ October 2007
- [5] W.-Y. Huang, A. Bettayeb, R. Kactmarek, J.-C. Vannier: *Optimization of Magnet Segmentation for Reduction of Eddy-Current Losses in Permanent Magnet Synchronous Machine*, IEEE Transaction on Energy Conversion, Vol. 35, No. 3, June 2010
- [6] Z. Q. Zhu, K. Ng, N. Schofield, D. Howe: *Improved analytical modeling of rotor eddy current loss in brushless machines equipped with surface-mounted permanent magnets*, IEE Proc.-Electr. Power Appl., Vol. 151, No. 6, November 2004