

Zur Modellbildung der Wellenausbreitung in dynamisch belasteten Pfählen

Von der
Fakultät Architektur, Bauingenieurwesen und Umweltwissenschaften
der Technischen Universität Carolo-Wilhelmina
zu Braunschweig

zur Erlangung des Grades eines
Doktoringenieurs (Dr.-Ing.)
genehmigte

Dissertation

von
Maik Fritsch
aus Salzgitter Bad

Eingereicht am 16. Januar 2008

Disputation am 15. Juli 2008

Berichterstatter Prof. Dr.-Ing. Joachim Stahlmann
Prof. Dr.-Ing. Martin Achmus

2008

Vorwort des Verfassers

Die vorliegende Arbeit ist während meiner Tätigkeit als wissenschaftlicher Mitarbeiter am Institut für Grundbau und Bodenmechanik der Technischen Universität Braunschweig entstanden.

Im Zuge des Promotionsverfahrens danke ich Prof. Dr.-Ing. Hocine Oumeraci für die Übernahme des Prüfungsvorsitzes sowie Prof. Dr.-Ing. Sabine Langer in der Funktion des Prüfers. Weiterhin danke ich Prof. Dr.-Ing. Martin Achmus, der das Amt des zweiten Berichterstatters übernommen hat. Herrn Prof. Dr.-Ing. Joachim Stahlmann danke ich für die Übernahme der Berichterstattung und seine kritische Durchsicht dieser Arbeit. Ebenfalls bedanke ich mich für die Unterstützung während meiner Tätigkeit als wissenschaftlicher Mitarbeiter.

In höchstem Maße und in aller Form möchte ich mich bei Dr.-Ing. Karl-Heinz Elmer für die jahrelange Unterstützung und Betreuung bedanken. Besonders hervorzuheben sind die zahlreichen und konstruktiven Fachdiskussionen, die ganz wesentlich zur Motivation dieser Arbeit beigetragen haben.

Bei der Durchführung und Auswertung des in situ Großversuches waren mir Mitarbeiter und studentische Hilfskräfte des Institutes für Grundbau und Bodenmechanik behilflich. Namentlich seien die studentischen Hilfskräfte Jan Fischer, Sven Köster, Steffen Löser und Jörn Zahlmann sowie die Mitarbeiter Eckard Feistel und Henning Lührig erwähnt. Dr.-Ing. Jörg Gattermann danke ich für die messtechnische Betreuung und die kontinuierliche Förderung während meiner Tätigkeit am Lehrstuhl. Dank für die mühevollen Arbeit des Korrekturlesens gebührt Carola Spellier.

Meiner Mutter und meinem Vater danke ich an dieser Stelle für die immerwährende Unterstützung und vielen Hilfestellungen auf meinem gesamten beruflichen Werdegang.

Bremen, im August 2008

Maik Fritsch

Inhaltsverzeichnis

1 Einleitung

1.1	Einführung in die Thematik	1
1.2	Ziele und Struktur der Arbeit	2

2 Theoretische Grundlagen zur Wellenausbreitung

2.1	Allgemeines	4
2.2	Die Wellengleichung	5
2.2.1	Herleitung der eindimensionalen Wellengleichung	5
2.2.2	Einfluss von Impedanzwechseln	11
2.2.3	Lösung der Wellengleichung mit einer Fourierreihenentwicklung	14
2.2.4	Spektrale Beschreibung der Wellengleichung	20
2.3	Wellenarten	23
2.3.1	Raum- und Oberflächenwellen	23
2.3.2	Physikalische Dispersion von Dehnwellen	27
2.3.3	Phasen- und Gruppengeschwindigkeiten von Wellen	30
2.4	Dämpfung	32
2.4.1	Dissipative Dämpfung am Pfahlmantel	33
2.4.2	Abstrahlungsdämpfung am Pfahlmantel	36
2.4.3	Dämpfung an der Pfahlspitze	39
2.5	Die Wellengleichung für den gedämpften Fall	42
2.5.1	Implementierung der Mantelwiderstände	42
2.5.2	Berücksichtigung der Randbedingung am Pfahlfuß	43
2.5.3	Lösung der Wellengleichung in geschlossener Form	45

3 Dynamische Pfahlprobelastungen

3.1	Einleitung	60
3.2	Prüfungsarten	62
3.3	Durchführung von dynamischen Probelastungen	64
3.4	Auswertungsmethoden	67
3.4.1	Direkte Verfahren	67
3.4.2	Indirekte Verfahren	72
3.5	Normative Berücksichtigung von dynamischen Probelastungen	80

4 In situ Großversuch zur Wellenausbreitung in Pfählen

4.1	Allgemeines	83
4.2	Messtechnische Instrumentierung	87
4.3	Rammdaten	91
4.4	Auswertungen im Zeitbereich	93
4.4.1	Plausibilitätskontrolle der Messsysteme	93
4.4.2	Der Wellendurchlauf	95
4.4.3	Grundlagen der Auto- und Kreuzkorrelation	100
4.4.4	Abstandsmessungen mit Hilfe der Kreuzkorrelation	102
4.5	Auswertungen im Frequenzbereich	108

4.5.1	Fourier – Transformation	108
4.5.2	Transiente Erregung	109
4.5.3	Dispersion von Dehnwellen	112
4.6	Ergebnisse der Messungen	117
5	Numerische Untersuchungen zur Wellenausbreitung	
5.1	Ziele der numerischen Untersuchungen	118
5.2	Allgemeines	118
5.3	Lösung der Bewegungsgleichungen in kinetischen Berechnungen	119
5.4	Verwendete Zeitintegrationsschemata	120
5.4.1	Rotationssymmetrisches FEM Modell – Das Newmark Verfahren	120
5.4.2	Dreidimensionales FD Modell - Expliziter paralleler Algorithmus	121
5.5	Stabilität und Genauigkeit von Zeitintegrationsverfahren	124
5.6	Räumliche Diskretisierung	126
5.7	Wahl der Elementgröße und Zeitschrittweite	129
5.8	Gewählte Elementtypen	131
5.9	Das Baugrundmodell	132
5.9.1	Ermittlung der Schubverzerrungsamplitude	132
5.9.2	Ermittlung der Schubmodulverteilung	135
5.10	Dynamische Wirkung von mitbeschleunigten Bodenmassen an der Pfahlspitze	144
5.11	Transiente Erregung am Pfahlkopf	146
5.12	Ergebnisse der rotationssymmetrischen Berechnungen	147
5.13	Ergebnisse der dreidimensionalen Berechnungen	153
6	Fazit	
6.1	Durchgeführte Untersuchungen	156
6.2	Ursachen der Wellengeschwindigkeitsänderung	157
6.3	Beurteilung des Baugrundmodells	158
6.3.1	Ermittlung der Mantelwiderstände	159
6.3.2	Ermittlung der Spitzenwiderstände	160
6.4	Zur Übertragbarkeit der Ergebnisse auf dynamische Probelastungen	161
7	Ausblick	163
8	Literaturverzeichnis	164

Symbolverzeichnis

A	Querschnittsfläche [m ²]
a	Beschleunigung [m/s ²]
A	Amplifikationsmatrix
A ⁿ	Integrationsoperator
A ₀	Pfahlspitzenradius [m]
A _t	Pfahlspitzenfläche [m ²]
b	Dämpfungskonstante [kNs/m ³]
b _{krit}	Kritische Dämpfungskonstante [kNs/m ³]
b _s	Dämpfungskonstante im Mantelbereich [kNs/m ³]
b _t	Dämpfungskonstante unter Pfahlspitze [kNs/m ³]
c	Wellenausbreitungsgeschwindigkeit [m/s]
c*	Mittlere Wellenausbreitungsgeschwindigkeit [m/s]
C	Dämpfungsmatrix
c _g	Gruppengeschwindigkeit [m/s]
C _n	Separationskonstante oder Fourierkoeffizient
c _p	Longitudinale Ausbreitungsgeschwindigkeit [m/s]
c _r	Ausbreitungsgeschwindigkeit der Rayleighwelle [m/s]
c _s	Ausbreitungsgeschwindigkeit der Scherwelle [m/s]
D	Lehr'sches Dämpfungsmaß
D	Funktional D
d'	Geometrieverhältnis eines Rohrpfahles
D _{mx}	Maximale Verschiebung [mm]
D _y	Verschiebungsgröße [mm]
E	Elastizitätsmodul [kN/m ²]
e	Porenzahl
E _v	Elastizitätsmodul [kN/m ²]
F	Kraft [kN]
F(s)	Laplace-transformierte Pfahlkopfverschiebungsfunktion
f(x-t)	Funktion mit zweiter Ableitung [m]
F _b	Widerstandskraft des Bodens [kN]
f _{grenz}	Grenzfrequenz [Hz]
F _i	Inzidente Kraft [kN]
F _k	Elastische Widerstandskraft [kN]
F _r	Reflektierte Kraft [kN]
G	Schubmodul [kN/m ²]
g(x+t)	Funktion mit zweiter Ableitung [m]
G _B	Schubmodul des Bodens
G _d /G _{d0}	Verhältnis des degradierten zum maximalen Schubmodul
G _{d0}	Maximaler Schubmodul [kN/m ²]
H(e ^{jΩ})	Systemübertragungsfunktion

$h(k)$	Impulsantwort
i	Wurzel(-1)
$I(t)$	Momentane Intensität [MW/m ² s]
I_0	Modifizierte Besselfunktion 1. Ordnung
J_v	CASE Dämpfungskonstante
k	Wellenzahl
k^*	Mittlere Wellenzahl
K	Kompressionsmodul [kN/m ²]
k	Federsteifigkeit [kN/m ³]
K	Steifigkeitsmatrix
$k(\gamma, I_p)$	Degradationsparameter
K_0	Erdruchdruckbeiwert
k_s	Federsteifigkeit im Mantelbereich [kN/m ³]
k_t	Federsteifigkeit unter Pfahlspitze [kN/m ³]
L	Länge des Pfahles [m]
lag	zeitliche Verschiebungsgröße
L_{element}	Elementkantenlänge [m]
M	Masse [kg]
m	Masse am Pfahlfuß [kg]
M	Massenmatrix
$m(\gamma, I_p)$	Degradationsparameter
$n(I_p)$	Degradationsparameter
OCR	Überkonsolidierungsgrad
P	Umfang des Pfahles [m]
$p(A)$	spektraler Radius
Q	Pfahlspitzenkraft [kN]
$q(x)$	Flächenlast [kN/m]
R	Pfahlspitzenradius [m]
R	Dynamische Gesamtwiderstandskraft [kN]
R	Vektor der äußeren Lasten
$r(z)$	Radius der Bodenmasse unterhalb der Pfahlspitze [m]
r_0	Pfahlradius [m]
$R_{1,k}$	charakteristischer Pfahlwiderstand [kN]
$R_{1m,\min}$	Messwert des Pfahlwiderstandes [kN]
R_b	Statische Spitzendruckkraft [kN]
R_{dyn}	Dynamische Widerstandskraft [kN]
r_g	Geometrieverhältnis
R_m	Mantelwiderstandskraft [kN]
R_s	Spitzendruckkraft (CAPWAP) [kN]
R_s	Statische Mantelreibungskraft [kN]
RS	Rammschlag
R_{stat}	Statische Widerstandskraft [kN]

r_t	Pfahlspitzenradius [m]
R_u	Statische Gesamttragfähigkeit [kN]
s	Variable der Laplacetransformation
S	Courant Zahl
s_N	Variationskoeffizient der Pfahlprobelastungen
t	Zeit [s]
u	Verformung [m]
$U, U(x,s)$	Laplacetransformierte Pfahlverschiebung
$u_{,t}$	Geschwindigkeit [m/s]
$u_{,tt}$	Beschleunigung [m/s ²]
v	Geschwindigkeit [m/s]
v_0	Anfangsgeschwindigkeit [m/s]
V_a	Gasförmige Phase
$v_{Fu\beta}$	Pfahlfußschwinggeschwindigkeit [m/s]
V_T	Feste Phase
V_W	Flüssige Phase
W	zugeführte Energie [kNm]
x	Ortskoordinate [m]
$y(k)$	Frequenzgang
Z	Pfahlimpedanz [kNs/m]
\hat{d}	Manteldämpfung und elastisches Potential
$\hat{F}(s)$	Laplacetransformierte Pfahlkopffunktion
$\hat{f}(t)$	Inverse Laplacetransformierte der Pfahlkopffunktion
\hat{F}_n	Amplitudenspektrum
\hat{G}	Transferfunktion
$\hat{G}(s)$	Laplacetransformierte Pfahlantwortfunktion
$\hat{g}(t)$	Inverse Laplacetransformierte der Pfahlantwortfunktion
U, \dot{U}, \ddot{U}	Verschiebungs-, Geschwindigkeits-, Beschleunigungsmatrix
\hat{X}	Vektor der Lösungsgrößen
\hat{Z}	Besselfunktionsargument für den gedämpften Fall
α, δ	Integrationsparameter
γ	Schubverzerrungsrate
δ	Zeit des vereinfachten Rechteckimpulses [s]
δ_{ij}	Kronecker Delta
Δm	Differentielle Masse [kg]
ΔW	dissipierte Energie [kNm]
Δx	Länge des differentiellen Elementes [m]
ε	Dehnung [$\mu\text{m}/\text{m}$]

$\lambda, \lambda_m, \lambda_n$	Separationskonstante oder Eigenwerte
λ, μ	Lamé Konstanten
λ_{grenz}	Grenzwellenlänge [m]
ξ	Streuungsfaktor
ρ	Rohdichte [kg/m^3]
ρ_B	Rohdichte des anstehenden Bodens [kg/m^3]
σ	Spannung [kN/m^2]
σ'_0	Allseitig, mittlere, effektive Druckspannung [kN/m^2]
σ'_c	Mittlere, allseitige Konsolidierungsspannung [kN/m^2]
σ'_U	Vertikalspannung [kN/m^2]
τ	Variabel für Borel's Theorem [s]
τ	Schubspannung [kN/m^2]
ν	Querdehnzahl
χ_1, h_1	Koeffizienten für den Pfahlkopf
χ_2, h_2	Koeffizienten für die Pfahlspitze
ψ	Dämpfungskapazität
ω	Frequenz [rad/s]
ω_{co}	Cut off Frequenz [rad/s]
$\omega_{h,\text{max}}$	Größte Eigenkreisfrequenz des finiten Elementes [rad/s]
ω_n	Kreisfrequenz [rad/s]
ω^*	Mittlere Frequenz [rad/s]
$\Phi_{xx}(\tau)$	Autokorrelationsfunktion
$\Phi_{xy}(\tau)$	Kreuzkorrelationsfunktion

1 Einleitung

1.1 Einführung in die Thematik

Bei Rammpfählen wird durch den Aufprall des Rammhammers ein mechanischer Spannungsanstieg im Pfahl erzeugt. Aufgrund der kurzen Kontaktzeit und der damit verbundenen Grenzwellenlänge der eingeleiteten Stoßbelastung, entsteht in der Regel ein Wellenausbreitungsproblem. Um das Wellenausbreitungsproblem zu beschreiben, wird im Allgemeinen die eindimensionale Wellengleichung herangezogen. Die Lösungsmethoden für die Wellengleichung unterscheiden sich in direkte und indirekte Verfahren. Bei den direkten Verfahren wird durch direkte Integration der eindimensionalen Wellengleichung das Wellenausbreitungsproblem berechnet. Bei den indirekten Verfahren dagegen wird das zuerst von Smith entwickelte numerische Modell zur Lösung des inversen Problems herangezogen. Der Pfahl wird hierbei als linear-elastisch angenommen, der anstehende Boden dagegen als linear-elastisch-viskoplastisch. In allen Berechnungen wird die longitudinale Ausbreitungsgeschwindigkeit der Welle anhand der Materialparameter des Elastizitätsmoduls und der Rohdichte berechnet und als konstant vorausgesetzt.

Das Institut für Grundbau und Bodenmechanik der Technischen Universität Braunschweig (IGB-TUBS) hat im Zuge der Herstellung des Containerterminals 4 (CT4) in Bremerhaven umfangreiche dynamische Probelastungen durchgeführt. Die aufgezeichneten Messsignale zeigten, bei allen Ergebnissen der Prüfungen entlang der Rammtrasse, eine erhöhte Wellengeschwindigkeit. Dieser Effekt ist bisher lediglich bei Ortbetonpfählen beobachtet worden, weil nach Art und Zusammensetzung des Pfahlbetons und aufgrund der Inhomogenitäten des Baustoffes, die Steifigkeit Schwankungen unterliegt. Die Materialeigenschaften variieren somit. Die Herstellung von Stahlerzeugnissen im Werk unterliegt einem höheren Qualitätsmanagement, so dass die Materialeigenschaften einer sehr viel geringeren Schwankungsbreite unterliegen.

Um das Phänomen der zunehmenden Wellenausbreitungsgeschwindigkeit zu klären, ist der Wellendurchlauf einer Tragbohle in unterschiedlichen Messebenen mit Dehnungsmessstreifen erfasst worden. Darüber hinaus wurde die Beschleunigung im Bereich des Pfahlkopfes gemessen. Mithilfe dieses Messaufbaus konnten die dynamischen Beanspruchungen des Pfahles für über 500 Schläge der Pfahlrammung erfasst werden.

Die Versuche belegen, dass im Interaktionsbereich zwischen Pfahl und Boden eine erhöhte Geschwindigkeit der Wellenfront auftritt. Dies bedeutet, dass die angesetzte theoretische Wellengeschwindigkeit nur im nichteingebundenen Pfahlbereich Gültigkeit besitzt.

1.2 Ziele und Struktur der Arbeit

Ziel dieser Arbeit ist es, die Ursache für das aufgezeigte Phänomen der Wellengeschwindigkeitszunahme der induzierten Kompressionswelle physikalisch zu begründen. Mithilfe von Untersuchungen im Zeit- und Frequenzbereich soll nachgewiesen werden, dass die Wellengeschwindigkeit keine Materialkenngröße ist, sondern vielmehr eine Funktion der Randbedingung darstellt und frequenzabhängig ist. Zur Klärung der aufgetretenen Phänomene werden physikalische Modelle der Wellenausbreitung diskutiert. Hierzu gehören sowohl der Einfluss der Querdehnungsbehinderung, die physikalische Dispersion als auch der Einfluss von Gruppen- und Phasengeschwindigkeit.

Ein weiterer Ansatz dieser Untersuchung ist, einen Beitrag zur Parameterbestimmung der bodenmechanischen Kenngrößen infolge der Beanspruchung durch das Rammen hervorgerufenen großen Schubverformungen zu leisten. In der bisherigen Praxis finden die auftretenden bodenmechanischen Mechanismen während der Rammung bei der Auswertung dynamischer Probelastungen noch immer wenig Berücksichtigung. Die in der Literatur standardisierten Richtwerte, z.B. zur Ermittlung der Dämpfungsparameter, sind aus einer Vielzahl von Probelastungen abgeleitet worden und somit rein empirischer Natur. Mit der vorliegenden Arbeit werden diese Kenntnisse auf physikalischer Grundlage erweitert.

Die Arbeit ist in vier Hauptteile gegliedert. In Kapitel 2 werden die notwendigen theoretischen Grundlagen zur Wellenausbreitung vorgestellt. Neben der Herleitung der Wellengleichung werden die Ansätze zur Beschreibung der elastischen Parameter sowie die der Dämpfung herausgearbeitet und deren mathematischen Implementierungen erläutert. Die Herleitung der Wellengleichung erfolgt ebenfalls für die spektrale Formulierung, um die Abhängigkeit der Wellengeschwindigkeit von der Frequenz darzustellen.

Weiterhin werden die zu beachtenden Effekte der Gruppen- und Phasengeschwindigkeit sowie der Dispersion aufgezeigt und diskutiert. Abschließend wird die Leistungsfähigkeit des mathematisch-analytischen Ansatzes anhand eines Berechnungsbeispiels dargestellt.

Das dritte Kapitel gibt einen Überblick über die Verfahren dynamischer Probelastungen. Neben der Messtechnik werden die Auswertemethoden derartiger Messungen beschrieben und diskutiert. Absicht dieses Kapitels ist darüber hinaus, auf die Verfahrensgrenzen hinzuweisen und Empfehlungen für die Praxis zur Durchführung und Interpretation der Messsignale zu formulieren.

Das Kapitel 4 beschreibt den durchgeführten Großversuch, der zur Erfassung der Wellenausbreitung entlang des Pfahlschaftes benutzt wurde. Neben der Messtechnik werden ebenfalls die notwendigen Vorbereitungsmaßnahmen beschrieben, die einen erfolgreichen Einsatz der Messkomponenten garantieren. Die Ergebnisse werden im Anschluss für den Zeit- und den Frequenzbereich dargestellt und ausgewertet. Um die Wellengeschwindigkeitserhöhung für den gesamten Pfahl sowie zwischen den einzelnen Messebenen zu beschreiben, wird das statistische Verfahren der Kreuzkorrelation genutzt.

In Kapitel 5 dienen numerische Berechnungen dazu, den kompletten Wellendurchlauf im Pfahl zu simulieren. Hierbei werden die aufgezeichneten Messsignale adaptiv in rotationssymmetrischen Berechnungen berücksichtigt. Zur Bestimmung der maßgeblichen Bodenparameter sind Ansätze aus der Literatur herangezogen worden, die einen plastischen Bereich um den Pfahlschaft berücksichtigen und somit auf die Pfahlrammung applizierbar sind. Weiterhin werden dreidimensionale Modellberechnungen durchgeführt, die das aufgezeigte Verhalten der Wellenausbreitung abbilden. Das sechste Kapitel beinhaltet die Diskussion der erarbeiteten Ergebnisse und fasst die wichtigsten Erkenntnisse zusammen. Basierend auf diesen Grundlagen, werden Empfehlungen für weiterführende Untersuchungen gegeben.

2 Theoretische Grundlagen zur Wellenausbreitung

2.1 Allgemeines

Pfähle werden in der Regel verwendet, um Bauwerkslasten in axialer Richtung durch Bodenschichten geringer Festigkeiten oder, wie z.B. im Hafengebäude, durch freies Wasser in den tragfähigen Baugrund abzuleiten. Zur Rammung derartiger Gründungselemente werden entweder hydraulische Freifall-, Diesel- oder beschleunigte Rammhämmer eingesetzt. Eine Übersicht über die Einteilung von Rammpfählen ist in Abbildung 2.1 gegeben.

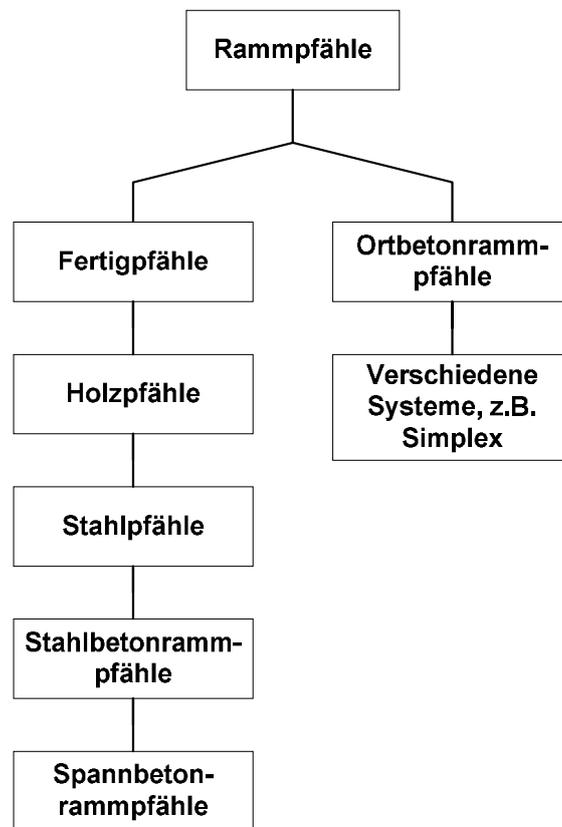


Abb. 2.1: Übersicht über Rammpfähle

Bei allen Rammgeräten trifft eine Masse (Rammhämmer), die entweder allein durch die Erdanziehung oder zusätzlich, z.B. durch Stickstoffzylinder beschleunigt wird, auf ein Schlagstück oder eine Rammhaube auf. Die dabei entstandene kinetische Energie wird in Abhängigkeit des Wirkungsgrades in den Pfahl eingeleitet. Mit dem Auftreffen der Masse ist ein mechanischer Spannungsanstieg im Pfahl verbunden, der sich als Kompressionsfront vom Pfahlkopf zum Pfahlfuß bewegt. Die Ausbreitungsgeschwindigkeit der Welle hängt im Wesentlichen vom Pfahlmaterial und dem angreifenden Bodenwiderstand ab.

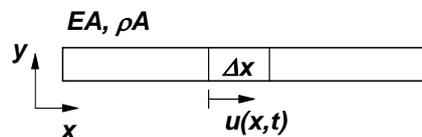
Aufgrund der induzierten Welle werden statische und dynamische Widerstände des Bodens geweckt. Sie können durch die Bewegungsgleichungen beschrieben werden und hängen damit von den Größen der Verschiebung, Geschwindigkeit und Beschleunigung ab. Je nach Auflagerbedingung des Pfahlfußes wird die Welle reflektiert und wandert zum Pfahlkopf zurück. Die Pfahlaullagerbedingung stellt im mathematischen Sinne eine Unstetigkeitsstelle dar. Auf dieses Phänomen wird im Verlaufe der theoretischen Grundlagen näher eingegangen.

Im Folgenden werden die Grundsätze der Wellenausbreitung in Pfählen beschrieben. Dazu ist es hilfreich, zunächst die Wellenausbreitung im nichteingebunden Zustand des Pfahles, d.h. ohne Interaktion zwischen Boden und Pfahl, zu erläutern.

2.2 Die Wellengleichung

2.2.1 Herleitung der eindimensionalen Wellengleichung

Zur Herleitung der Wellengleichung können unterschiedliche Modellfälle herangezogen werden. Der Ansatz der hier gewählt wird, stellt eine der elementarsten Herleitungen dar.



mit: E: Elastizitätsmodul
A: Querschnittsfläche
 ρ : Rohdichte

Abb. 2.2: Modellfall – Stab

Betrachtet wird ein Stab, der als schlank und unendlich lang angenommen wird. Laterale Kontraktionen aufgrund der Querkontraktion treten nicht auf, so dass der Stab lediglich axiale Dehnungs- und Spannungszustände besitzt (vgl. Abbildung 2.2 und 2.3). Auftretende Verschiebungen werden als klein vorausgesetzt.

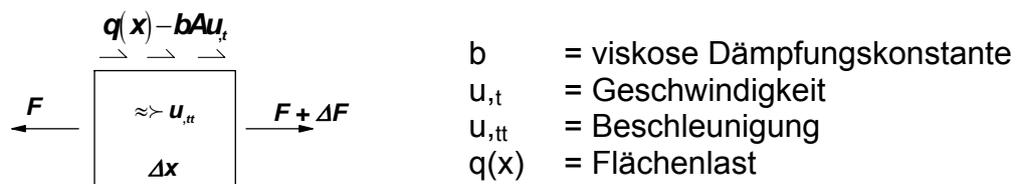


Abb. 2.3: Modellfall – Kräfte am differentiellen Element

Unter Zugrundelegung der Vereinfachungen nur einer Verschiebung $u(x)$, folgt für die axiale Dehnung in x-Richtung:

$$(2.1) \quad \varepsilon_{xx} = \frac{\partial u}{\partial x}$$

Unter Annahme eines linear elastischen Materialverhaltens nach Hooke, ergibt sich für die Spannung:

$$(2.2) \quad \sigma_{xx} = E\varepsilon_{xx} = E \frac{\partial u}{\partial x}$$

Die Konstante E in (2.2) steht für den Elastizitätsmodul des betrachteten Stabes. Es resultiert die Kraft:

$$(2.3) \quad F = \int \sigma_{xx} dA = EA \frac{\partial u}{\partial x}$$

Die Last $q(x,t)$ stellt eine aufgebrachte Last pro Längeneinheit dar. Die Querschnittsfläche wird als quadratisch eingeführt, so erhält man anhand des Kräftegleichgewichts in Abbildung 2.3:

$$(2.4) \quad -F + [F + \Delta F] + q\Delta x - bA\Delta x \frac{\partial u}{\partial t} = \rho A\Delta x \frac{\partial^2 u}{\partial t^2}$$

ρA ist die Massenträgheit pro Einheitslänge des Stabes, b stellt die viskose Dämpfung je Volumeneinheit dar. Unter der getroffenen Annahme kleiner Verschiebungen und Elimination von Δx kann die Bewegungsgleichung wie folgt formuliert werden:

$$(2.5) \quad \frac{\partial F}{\partial x} = \rho A \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} + bA \frac{\partial u}{\partial t} - q$$

Die unabhängigen Variablen in dieser partiellen Differentialgleichung sind x und t . Substituiert man die Kraft in einer Verschiebungsformulierung, so erhält man:

$$(2.6) \quad \frac{\partial}{\partial x} \left[EA \frac{\partial u}{\partial x} \right] = \rho A \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} + bA \frac{\partial u}{\partial t} - q$$

Im speziellen Fall von homogenen Stabparametern und keinen Dämpfungserscheinungen, besitzen alle abhängigen Variablen (Spannungen, Verzerrungen,...) eine Gleichung der Form:

$$(2.7) \quad c^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} - \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = 0, \quad c \equiv \sqrt{\frac{EA}{\rho A}}$$

Eine klassische Lösungsmöglichkeit dieser partiellen Differentialgleichung (PDG) zweiter Ordnung vom hyperbolischen Typ wurde im Jahre 1747 von d'Alembert entwickelt.

Sei f eine mindestens zweimal stetig differenzierbare Funktion einer Variablen, dann erhält man über den Ansatz:

$$(2.8) \quad u(x, t) = f(x + ct)$$

eine Lösung der Wellengleichung. Aufgrund der Kettenregel ist:

$$(2.9) \quad u_{,xx}(x, t) = f''(x + ct) \quad \text{und} \quad u_{,tt}(x, t) = c^2 f''(x + ct)$$

In die PDG eingesetzt resultiert:

$$(2.10) \quad c^2 f''(x + ct)$$

Setzt man c analog zur vorangehenden Definition, dann ist sowohl $f(x+ct)$ als auch $f(x-ct)$ eine Lösung der PDG. Zur Deutung der Lösung können die Funktionen wie folgt interpretiert werden. Die Funktion $f(x+ct)$ beschreibt eine Welle, die mit der Ausbreitungsgeschwindigkeit c in negative x -Richtung läuft. Dagegen beschreibt die Funktion $f(x-ct)$ eine mit der Ausbreitungsgeschwindigkeit c in positive x -Richtung wandernde Welle. In Abbildung 2.4 ist dieser Vorgang im Ort- Zeitdiagramm dargestellt. Diese Lösung lässt sich z.B. anhand einer schwingenden Saite darstellen, welche waagrecht im Raum angeordnet und an beiden Enden gehalten ist. Wird die Saite zum Zeitpunkt $t = 0$ mit einer Amplitude von 1 in der Mitte nach unten ausgelenkt und aus der Ruhelage losgelassen, wandern die resultierenden Wellenanteile jeweils mit der halben Amplitude in negative und positive x -Richtung.

Anhand der Darstellung lässt sich weiterhin erkennen, dass die Wellenausbreitung anhand charakteristischer Linien stattfindet, die gegenüber der Zeitachse um den positiven oder negativen Wert der Wellenausbreitungsgeschwindigkeit geneigt sind. Die Integrationsmethode von D'Alembert für die Wellengleichung wird daher auch als Methode der Charakteristiken (Method of Images) bezeichnet.

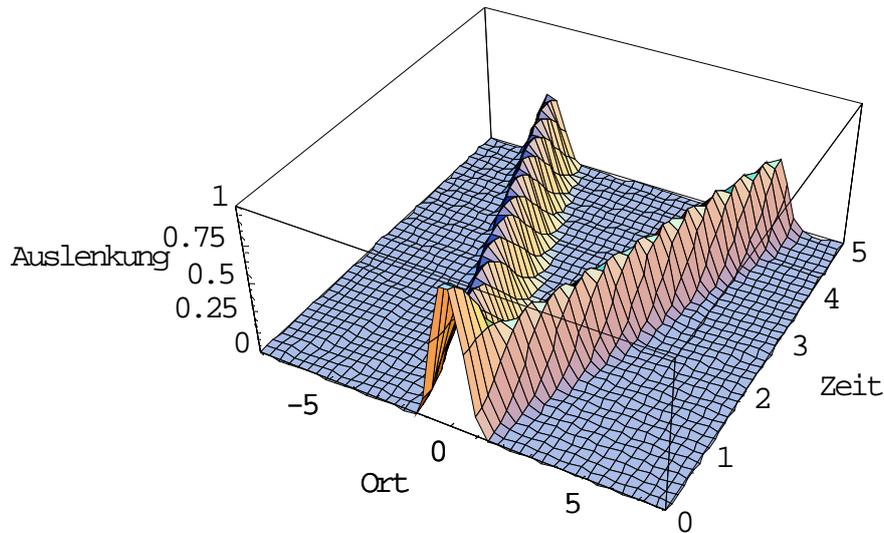


Abb. 2.4: Wellenausbreitung im Ort - Zeitdiagramm

Die allgemeine Lösung der PDG lautet somit:

$$(2.11) \quad u(x, t) = f_1(x + ct) + f_2(x - ct) \Leftrightarrow u(x, t) = f(x - ct) + g(x + ct)$$

Für den Rammvorgang von Pfählen sind weiterhin die Verformungs- oder Schwinggeschwindigkeit $v(x, t)$ und die Längskraft $F(x, t)$ im Pfahl am betrachteten Punkt $u(x, t)$ von entscheidender Bedeutung. Es sei an dieser Stelle nochmals explizit darauf hingewiesen, dass die Verformungs- bzw. Schwinggeschwindigkeit nicht die Wellenausbreitungsgeschwindigkeit ist.

Anhand der allgemeinen Lösung der Wellengleichung lassen sich die Verformungsgeschwindigkeit und die Längskraft in axialer Pfahlrichtung wie folgt formulieren:

a. Verformungsgeschwindigkeit

$$(2.12) \quad v(x, t) = \frac{\partial u(x, t)}{\partial t} = \frac{\partial f}{\partial t} + \frac{\partial g}{\partial t} = -c \frac{\partial f}{\partial x} + c \frac{\partial g}{\partial x} = v_i + v_r$$

b. Längskraft

$$(2.13) \quad F(x, t) = -EA \frac{\partial u(x, t)}{\partial x} = -EA \frac{\partial f}{\partial x} - EA \frac{\partial g}{\partial x} = F_i + F_r$$

Die Indizierungen i und r in den vorangegangenen Differentialgleichungen haben die Bedeutung inzident, d.h. i ist abwärts gerichtet und r reflektiert für aufwärts gerichtet. Da die Wellengleichung linear ist, ist das Superpositionsgesetz uneingeschränkt gültig. Ebenso ist die Summation von abwärts und aufwärts gerichteten Wellenanteilen möglich.

Betrachtet man die Einzelanteile der Kraft und Geschwindigkeit, so ergibt sich:

$$(2.14) \quad v_i = -c \frac{\partial f}{\partial x} \quad \text{und} \quad F_i = -EA \frac{\partial f}{\partial x}$$

Zusammengefasst gilt:

$$(2.15) \quad F_i = \frac{EA}{c} \times v_i = Z \times v_i$$

Analog gilt für die reflektierten Anteile:

$$(2.16) \quad v_r = c \frac{\partial g}{\partial x} \quad \text{und} \quad F_r = -EA \frac{\partial g}{\partial x}$$

$$(2.17) \quad F_r = -\frac{EA}{c} \times v_r = -Z \times v_r$$

Der in den Gleichungen eingeführte Parameter Z wird als Impedanz des Pfahlquerschnittes bezeichnet. Er kann als Proportionalitätsfaktor aufgefasst und, wie in (2.18) dargestellt, berechnet werden. Der Term $c\rho$ beschreibt die so genannte Schallimpedanz.

$$(2.18) \quad Z = \frac{EA}{c} = \frac{EA\rho}{c\rho} = \frac{c^2 A\rho}{c} = c\rho A = A\sqrt{E\rho} \quad \text{mit} \quad c = \sqrt{\frac{E}{\rho}}$$

Fasst man die Gleichungen (2.15) und (2.17) zusammen, so ergibt sich gemäß Gleichung (2.12) und (2.13):

$$(2.19) \quad F(x,t) = Z(v_i - v_r) \quad \text{und} \quad v(x,t) = \frac{1}{Z}(F_i - F_r)$$

Unter Berücksichtigung der Einzelanteile der Kraft folgt:

$$(2.20) \quad F_i = \frac{F(x,t) + Zv}{2} \quad \text{und} \quad F_r = \frac{F(x,t) - Zv}{2}$$

Anhand dieser Formulierung wird deutlich, dass, solange keine reflektierten Wellenanteile im Pfahl auftreten, aus Gleichung (2.20) auf die Proportionalität der Wellenanteile geschlossen werden kann [Timoshenko u. Goodier, 1970].

Die Herleitung der aufgeführten Formeln beinhaltet Konventionen, die im Folgenden kurz beschrieben werden [Balthaus, 1986]:

- Die Größen der Verschiebung, Geschwindigkeit und Beschleunigung werden nach unten positiv angenommen.
- Druckspannungen werden als positiv vereinbart.
- Die Spannungen sind konstant über den Querschnitt verteilt.
- Querschnittsänderungen des Pfahles bleiben ohne Einfluss auf die am Pfahlmantel wirkenden Kräfte.
- Die durch die Rammung auftretende Beschleunigung des Pfahlkopfes ist so groß, dass auf die Erdbeschleunigung verzichtet werden kann.
- Im Pfahl existieren keine eingepprägten Verschiebungen, Dehnungen oder Geschwindigkeiten vor der Stoßbelastung durch den Rammhären.
- Die Querschnitte bleiben unter der Belastung eben und parallel zueinander.
- Die vorhergehende Herleitung umfasst keine Dämpfungserscheinungen.

Die Forderung der Parallelität und Ebenheit der Querschnitte wird nach [Balthaus, 1986] von genügend schlanken Pfählen erfüllt. Die Obergrenze wird hier mit einem Verhältnis von Länge zu Durchmesser $L/D \geq 10$ angegeben.

Durch die heutige Rammtechnik und die Führung des Rammhärens auf den Pfahl durch eine Rammhaube, wird die Forderung der konstanten Spannung über den Querschnitt in der Regel eingehalten. Weiterhin ist davon auszugehen, dass eventuelle Spannungsspitzen der Kompressionswellenfront nach Einleitung des Stoßimpulses, aufgrund des Prinzips von St. Venant, nach einem Weg, der größer ist als das zweifache des Pfahldurchmessers, als eben angesehen werden können.

Der Einfluss von Querschnittswechseln wird im folgenden Kapitel näher erläutert. Auf die Formulierung und den Einfluss der Dämpfung wird in späteren Kapiteln eingegangen.

2.2.2 Einfluss von Impedanzwechseln

Die eindimensionale Wellengleichung gilt für den freien, unendlich ausgedehnten Stab. Bei Pfählen handelt es sich jedoch grundsätzlich um endliche Körper, bei denen die Wellenausbreitung im Pfahl an den jeweiligen Enden beeinflusst wird. Eine Beeinflussung der Wellenausbreitung findet nicht nur am Pfahlkopf und an der Spitze statt, sondern ebenfalls bei Impedanzwechseln. Diese Impedanzänderungen können nach Gleichung (2.18) sowohl aus einer Änderung des Querschnitts als auch aus einer Veränderung der Materialeigenschaften im Hinblick auf den Elastizitätsmodul oder der Rohdichte resultieren. An Orten mit unterschiedlichen Impedanzen sind daher Übergangsbedingungen der Kraft und Verschiebung zu definieren. Anhand dieser Übergangsbedingungen werden Beziehungen für die Reflexion und Transmission von Wellenanteilen bestimmt. In Abbildung 2.5 ist die Übergangsbedingung der Wellenanteile dargestellt.

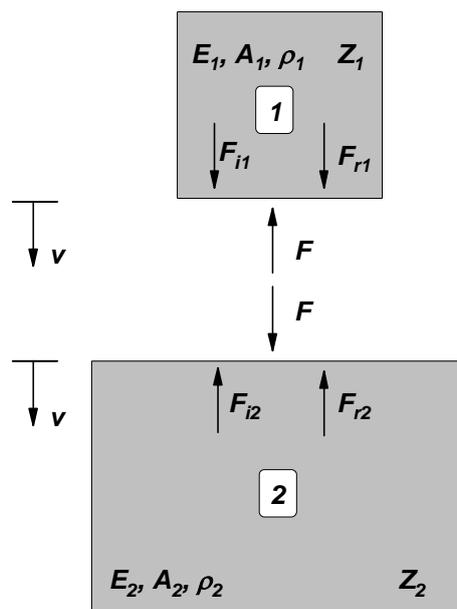


Abb. 2.5: Kraftübergangsbedingungen bei Impedanzwechseln

Anhand der Gleichung (2.19) lassen sich folgende Kräfte- und Verformungsgleichgewichte formulieren:

$$(2.21) \quad \begin{aligned} F(x, t) &= F_{i1} + F_{r1} = F_{i2} + F_{r2} \\ v(x, t) &= \frac{1}{Z_1}(F_{i1} - F_{r1}) = \frac{1}{Z_2}(F_{i2} - F_{r2}) \end{aligned}$$

Das unter (2.21) formulierte Gleichgewicht lässt sich als lineares Gleichungssystem nach [Balthaus, 1986] wie folgt definieren:

$$(2.22) \quad \begin{bmatrix} F_{r1} \\ F_{i2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} F_{i1} \\ F_{r2} \end{bmatrix}$$

Die Indizierung der Koeffizienten a bezieht sich auf die Zielrichtung (erster Index) sowie die Ursprungsrichtung (zweiter Index). Daher werden a_{11} und a_{22} als Reflexionsfaktoren und a_{12} und a_{21} als Transmissionsfaktoren bezeichnet. Sie können anhand von (2.21) formuliert werden. Die Wellenanteile sind in Abbildung 2.6 skizziert.

$$(2.23) \quad \begin{aligned} a_{11} &= \frac{1 - Z_1/Z_2}{1 + Z_1/Z_2} \\ a_{12} &= \frac{2 \times Z_1/Z_2}{1 + Z_1/Z_2} = 1 - a_{11} \\ a_{21} &= \frac{2}{1 + Z_1/Z_2} = 1 + a_{11} = 1 - a_{22} \\ a_{22} &= \frac{Z_1/Z_2 - 1}{1 + Z_1/Z_2} = -a_{11} \end{aligned}$$

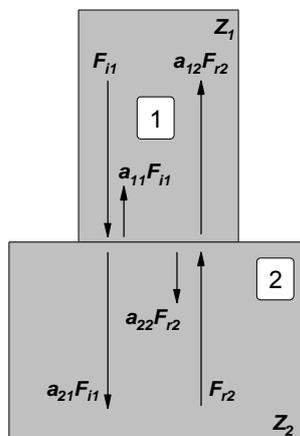


Abb. 2.6: Wellenanteile der Kraft F bei Impedanzwechsell

Analog können die Übertragungsgleichungen für die Geschwindigkeit formuliert werden:

$$(2.24) \quad \begin{bmatrix} v_{r1} \\ v_{i2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} \\ b_{21} & b_{22} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} v_{i1} \\ v_{r2} \end{bmatrix}$$

Ausgedrückt mit den Koeffizienten b:

$$(2.25) \quad \begin{aligned} b_{11} &= -a_{11} = a_{22} = \frac{Z_1/Z_2 - 1}{1 + Z_1/Z_2} \\ b_{12} &= \frac{Z_1}{Z_2} a_{12} = a_{21} = \frac{2}{1 + Z_1/Z_2} \\ b_{21} &= \frac{Z_1}{Z_2} a_{21} = a_{12} = \frac{2 \times Z_1/Z_2}{1 + Z_1/Z_2} \\ b_{22} &= -a_{22} = a_{11} = \frac{1 - Z_1/Z_2}{1 + Z_1/Z_2} \end{aligned}$$

Anhand der linearen Gleichungssysteme lassen sich ebenfalls die Grenzfallbetrachtungen einer freien und einer festen Auflagerung im Pfahlspitzenbereich ableiten. Für das freie Pfahlende gilt $F_{r2} = 0$, $Z_2 = 0$ und somit $Z_1/Z_2 = \infty$. In die Übertragungsgleichung eingesetzt, folgt:

$$(2.26) \quad \begin{aligned} \begin{bmatrix} F_{r1} \\ F_{i2} \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} -1 \\ 0 \end{bmatrix} \times F_{i1} \\ \begin{bmatrix} v_{r1} \\ v_{i2} \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix} \times v_{i1} \end{aligned}$$

Aus Gleichung (2.26) resultiert, dass am freien Pfahlende die Kraft vollständig mit umgekehrten Vorzeichen reflektiert wird. Die Geschwindigkeit an der Grenzfläche v_{i2} ist doppelt so groß wie der einfallende Anteil. Dies entspricht ebenfalls dem Grundsatz der technischen Mechanik. Solange keine Kraft am freien Ende angreift, muss die Kraft Null sein. Die Geschwindigkeit verdoppelt sich, um so das dynamische Gleichgewicht herzustellen.

Für das starr aufgelagerte Pfahlende gilt $F_{r2} = 0$, $Z_2 = \infty$ und $Z_1/Z_2 = 0$. Eingesetzt in das lineare Gleichungssystem folgt somit:

$$(2.27) \quad \begin{aligned} \begin{bmatrix} F_{r1} \\ F_{i2} \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix} \times F_{i1} \\ \begin{bmatrix} v_{r1} \\ v_{i2} \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} -1 \\ 0 \end{bmatrix} \times v_{i1} \end{aligned}$$

Anhand des Vergleiches von (2.26) und (2.27) ergibt sich für die feste Einspannung genau die entgegengesetzte Situation zur freien Auflagerung. Die Kraft wird mit gleichem Vorzeichen und einer Amplitudenverdopplung an der Grenzfläche reflektiert. Die Geschwindigkeit kehrt ihr Vorzeichen um.

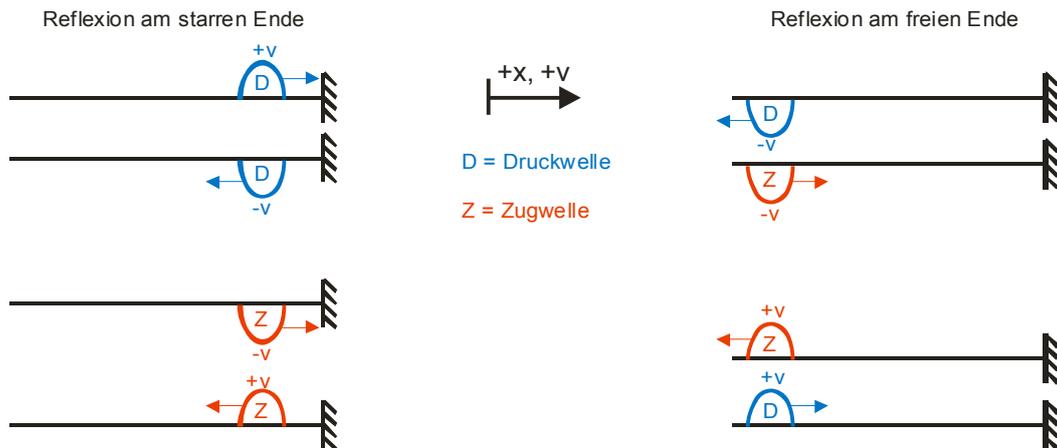


Abb. 2.7: Reflexion von Wellen am freien und festen Ende

In Abbildung 2.7 sind die Reflexionen für die Randbedingungen des freien und des eingespannten Endes dargestellt.

2.2.3 Lösung der Wellengleichung mit einer Fourierreihenentwicklung

Eine der elementarsten Lösungen der eindimensionalen Wellengleichung stellt die Lösung über eine Fourierreihenentwicklung dar. Die Fourierreihenentwicklung nutzt eine infinite Serie von orthogonalen Eigenfunktionen, um die Bewegung des Pfahles zu beschreiben. In Abbildung 2.8 ist das mechanische System dargestellt, das zuerst von [Prescott, 1924] vorgestellt wurde und später von [Laura et. al., 1974] numerisch untersucht worden ist. [Warrington, 1997] greift diesen Ansatz wieder auf, um eine geschlossene Lösung der Wellengleichung zu erhalten.

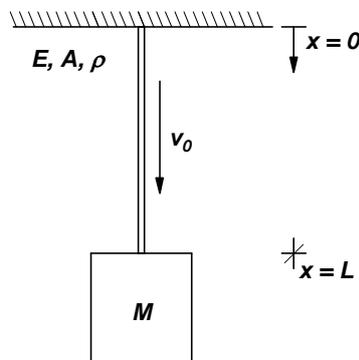


Abb. 2.8: Das Prescott - Laura Problem

Das betrachtete System besteht aus einer Masse, die an einem Kabel mit der Länge L befestigt ist und sich mit der Geschwindigkeit v_0 fortbewegt. Zum Zeitpunkt $t = 0$ wird das Kabel plötzlich gestoppt. Zur Ermittlung der Verschiebungen, Geschwindigkeiten und Spannungen wird die eindimensionale Wellengleichung erneut herangezogen.

$$(2.28) \quad u_{,tt}(x,t) = c^2 u_{,xx}(x,t)$$

Anhand des mechanischen Systems können folgende Randbedingungen definiert werden:

$$(2.29) \quad u(0,t) = 0$$

$$(2.30) \quad -EAu_{,x} = Mu_{,tt}(L,t)$$

Die Masse M kann hierbei als Masse des Rammjägers oder als angehängte Masse an das Kabel aufgefasst werden.

Als Initialbedingung für das Anfangswertproblem gilt, dass die Anfangsgeschwindigkeit v_0 entspricht:

$$(2.31) \quad u_{,t}(x,0) = g(x) = v_0$$

$$(2.32) \quad u(x,0) = f(x) = 0$$

Zur Lösung wird der Ansatz der Separation der Variablen gewählt, wobei $X(x)$ der Ortsfunktion und $T(t)$ der Zeitfunktion entspricht:

$$(2.33) \quad u(x,t) = X(x)T(t)$$

Durch Substitution von (2.32) in (2.28) und Separation von Orts- und Zeitfunktion erhält man:

$$(2.34) \quad \frac{\frac{\partial^2}{\partial x^2} X(x)}{X(x)} = \frac{\frac{\partial^2}{\partial t^2} T(t)}{c^2 T(t)}$$

Unter Verwendung der Separationskonstante $k = -\lambda^2$ ergibt sich für die Ortsfunktion:

$$(2.35) \quad X(x) = C_1 \sin(\lambda x) + C_2 \cos(\lambda x)$$

mit: C_1, C_2, \dots, C_n Separationskonstanten bzw. Fourierkoeffizienten

$\lambda, \lambda_m, \lambda_n$ Separationskonstanten bzw. Eigenwerte

In Anlehnung an die in (2.29) formulierte Randbedingung folgt $C_2=0$. Als Lösung für die Zeitfunktion erhält man:

$$(2.36) \quad T(t) = C_3 \sin(c\lambda t) + C_4 \cos(c\lambda t)$$

Unter Verwendung der Anfangsbedingung aus (2.32) folgt $C_4=0$. Somit ergibt sich für die Bewegungsgleichung:

$$(2.37) \quad u(x, t) = C_1 \sin(\lambda x) C_3 \sin(c\lambda t) = C_n \sin(\lambda x) \sin(c\lambda t)$$

Die Differentiation von (2.37) nach der Zeit liefert für die Geschwindigkeit:

$$(2.38) \quad u_{,t}(x, t) = c\lambda C_n \sin(\lambda x) \cos(c\lambda t)$$

Des Weiteren sind die noch fehlenden Anfangs- und Randbedingungen zu berücksichtigen.

Setzt man $t = 0$ in (2.38), so ergibt sich eine Sinusfunktion für die Anfangsgeschwindigkeit v_0 . Solange die Anfangsgeschwindigkeit eine gleichförmige Gestalt besitzt, kann die Fourierreihe wie in (2.39) formuliert werden:

$$(2.39) \quad u_{,t}(x, t) = v_0 = c \sum_{n=1}^{\infty} \lambda_n C_n \sin(\lambda_n x)$$

mit: n, m Indizes für Fourier- und Potenzreihe

Als letzte Randbedingung muss die unter (2.30) aufgestellte Gleichung erfüllt werden. Hierzu wird (2.30) in (2.37) eingesetzt.

$$(2.40) \quad -EAC_1 \lambda_n \cos(\lambda_n x) C_3 \sin(c\lambda_n t) = -MC_1 \sin(\lambda_n x) C_3 c^2 \lambda_n^2 \sin(c\lambda_n t)$$

Die Eliminierung der Fourierkoeffizienten liefert:

$$(2.41) \quad -EA \lambda_n \cos(\lambda_n x) \sin(c\lambda_n t) = -M \sin(\lambda_n x) c^2 \lambda_n^2 \sin(c\lambda_n t)$$

Vereinfacht sowie Substitution von $x = L$:

$$(2.42) \quad \frac{EA}{Mc^2} \frac{1}{\lambda_n} = \frac{\sin(\lambda L)}{\cos(\lambda L)} = \tan(\lambda L)$$

Diese Randbedingung impliziert zwei grundlegende Probleme. Erstens ergibt sich eine transzendente Gleichung, die sich nur in impliziter Form darstellen lässt. Die Gleichung (2.42) muss somit für jedes Intervall gelöst werden. Dies führt zu einer unendlichen Anzahl von Eigenfunktionen.

$$(2.43) \quad \pi\left(n - \frac{3}{2}\right) < \lambda_n L < \pi\left(n - \frac{1}{2}\right), \quad n = 1, 2, \dots, \infty$$

Das zweite, grundlegendere Problem resultiert aus dem Sturm-Liouville Problem und der Forderung, dass die Eigenfunktionen zu unterschiedlichen Eigenwerten orthogonal sein müssen. Anhand dieser Problemstellung müssen die Randbedingungen folgende Form haben:

$$(2.44) \quad \kappa_1 u(0, t) + h_1 u_x(0, t) = 0$$

$$(2.45) \quad \kappa_2 u(L, t) + h_2 u_x(L, t) = 0$$

mit: κ_1, h_1 : Koeffizienten für den Pfahlkopf, ungleich Null

κ_2, h_2 : Koeffizienten für den Pfahlfuß, ungleich Null

Aufgrund der Randbedingung (2.30) kann keine Lösung für die Konstanten gefunden werden, die die Gleichung (2.45) erfüllt. Damit die vollständige Berücksichtigung der Initialbedingungen gegeben ist, wird eine weitere Reihe für die Lösung herangezogen. Um die Eigenwerte und Eigenfunktionen zu ermitteln, müssen alle möglichen Kombinationen von m und n (vgl. 2.39) berücksichtigt werden. Die Fallunterscheidung $m = n$ als auch $m \neq n$ sind hierbei ebenso zu beachten. Dieser Aspekt ist erfüllt, wenn die Werte für C_n (2.39) für jedes Reihenglied bestimmt werden. Beide Seiten von (2.39) werden dazu vorerst mit folgendem Sinusterm (vgl. 2.46) erweitert.

Als erstes wird der Fall $m \neq n$ gelöst:

$$(2.46) \quad v_0 \sin(\lambda_m x) = c \sin(\lambda_m x) \sum_{n=1}^{\infty} \lambda_n C_n \sin(\lambda_n x)$$

Anschließend werden beide Seiten nach der Ortskoordinate x integriert:

$$(2.47) \quad \int_0^L v_0 \sin(\lambda_m x) dx = c \int_0^L \sin(\lambda_m x) \sum_{n=1}^{\infty} \lambda_n C_n \sin(\lambda_n x) dx$$

Die Integration der rechten Seite ergibt sich zu:

$$(2.48) \quad \int_0^L v_0 \sin(\lambda_m x) dx = c \sum_{n=0}^{\infty} C_n \lambda_n \left(-\frac{\lambda_n \cos(L\lambda_n) \sin(L\lambda_m)}{(\lambda_n - \lambda_m)(\lambda_n + \lambda_m)} + \frac{\lambda_m \cos(L\lambda_n) \sin(L\lambda_m)}{(\lambda_n - \lambda_m)(\lambda_n + \lambda_m)} \right)$$

Die Vereinfachung von (2.48) führt auf:

$$(2.49) \quad \int_0^L v_0 \sin(\lambda_m x) dx = c \sum_{n=0}^{\infty} \frac{C_n \lambda_n (\lambda_n \cos(\lambda_n L) \sin(\lambda_m L) - \lambda_m \sin(\lambda_n L) \cos(\lambda_m L))}{(\lambda_n^2 - \lambda_m^2)}$$

Um die entstandenen Kosinusterme zu eliminieren, wird (2.42) in (2.49) substituiert:

$$(2.50) \quad \int_0^L v_0 \sin(\lambda_m x) dx = c \sum_{n=0}^{\infty} \frac{C_n \lambda_n (\lambda_n^2 \sin(\lambda_n L) \sin(\lambda_m L) - \lambda_m^2 \sin(\lambda_n L) \sin(\lambda_m L)) Mc^2}{(\lambda_m^2 - \lambda_n^2) EA}$$

Die Gleichung (2.50) lässt sich vereinfachen zu:

$$(2.51) \quad \int_0^L v_0 \sin(\lambda_m x) dx = -\frac{Mc^3}{EA} \sin(\lambda_m L) \sum_{n=0}^{\infty} C_n \lambda_n \sin(\lambda_n L)$$

Da der Summenterm, multipliziert mit der Wellenausbreitungsgeschwindigkeit c , der Initialbedingung aus (2.31) entspricht, kann folgende Substitution vorgenommen werden:

$$(2.52) \quad \int_0^L v_0 \sin(\lambda_m x) dx = -v_0 \frac{Mc^2}{EA} \sin(\lambda_m L), \quad m \neq n$$

Im Folgenden wird der Fall $m = n$ betrachtet. Nach Einsetzen der Bedingung in Gleichung (2.46) mit anschließender Integration führt dies auf den Zusammenhang:

$$(2.53) \quad \int_0^L v_0 \sin(\lambda_m x) dx = \frac{1}{2} c C_m (-\cos(\lambda_m L) \sin(\lambda_m L) + \lambda_m L)$$

Durch die Substitution von (2.42) in die vorhergehende Gleichung ergibt sich:

$$(2.54) \quad \int_0^L v_0 \sin(\lambda_m x) dx = \frac{1}{2} c C_m \lambda_m \left(\frac{Mc^2}{EA} \sin(\lambda_m L) + L \right), \quad m = n$$

Die Integration der linken Seite führt auf:

$$(2.55) \quad -\frac{v_0(-1 + \cos(\lambda_m L))}{\lambda_m}$$

Durch die Zusammenführung von (2.55), (2.54) sowie (2.52) resultiert:

$$(2.56) \quad -\frac{v_0(-1 + \cos(\lambda_m L))}{\lambda_m} = \frac{1}{2} c C_m \lambda_m \left(\frac{Mc^2}{EA} \sin(\lambda_m L) + L \right) - v_0 \frac{Mc^2}{EA} \sin(\lambda_m L)$$

Die Lösung dieses Gleichungssystems nach C_m und anschließender Vereinfachung, unter Zugrundelegung der Gleichung (2.42), führt dies auf das Resultat (2.57).

$$(2.57) \quad C_m = \frac{2v_0}{c\lambda_m (\cos(\lambda_m L)\sin(\lambda_m L) + \lambda_m L)}$$

Somit ergibt sich für die Verschiebung für jeden Zeitpunkt $t > 0$ folgende Lösung:

$$(2.58) \quad u(x, t) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{2 \sin(\lambda x) v_0 \sin(c\lambda t)}{c\lambda (\cos(\lambda L)\sin(\lambda L) + \lambda L)}$$

Durch eine weitere Differentiation nach der Zeit kann die Geschwindigkeit abgebildet werden:

$$(2.59) \quad v(x, t) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{2 \sin(\lambda x) v_0 \sin(c\lambda t)}{\cos(\lambda L)\sin(\lambda L) + \lambda L}$$

Die Spannungen im Pfahl ergeben sich zu:

$$(2.60) \quad \sigma(x, t) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{2E \sin(\lambda x) v_0 \sin(c\lambda t)}{c(\cos(\lambda L)\sin(\lambda L) + \lambda L)}$$

Diese Herleitung macht deutlich, wie eine Lösung der Wellengleichung über eine Fourierreihe erzeugt werden kann, ohne dass die Randbedingungen eine vollständige Orthogonalität im Hinblick auf das Sturm-Liouville Problem aufweisen. Weiterhin ist deutlich geworden, dass aus dieser Problemstellung transzendente Eigenwerte resultieren können. Die Konvergenz dieser Lösung wurde von [Laura et. al., 1974] numerisch nachgewiesen.

Die größte Vereinfachung stellt Gleichung (2.52) dar, indem die Gleichung durch die Bedingung reduziert wird, dass die Geschwindigkeit v_0 gleichmäßig über das Kabel oder den Stab verteilt ist, und dadurch die Geschwindigkeit v_0 ebenfalls für $x = L$ angenommen wird. Die Forderung nach vollständiger Orthogonalität kann nur dann erreicht werden, wenn z.B. ein Geschwindigkeitsverlauf vorhanden ist, der zum Zeitpunkt $t = 0$ an der Stelle $x = L$ keine Anfangsgeschwindigkeit besitzt, so dass dieser Term vollständig verschwindet.

2.2.4 Spektrale Beschreibung der Wellengleichung

Die spektrale Analyse stellt eine weitere mathematische Beschreibung der Wellengleichung dar. Ihr Vorteil ist, dass mit ihr Phasenwechsel der Welle zwischen zwei örtlichen Positionen ausgedrückt werden können und hierbei auch die zeitliche Variation Berücksichtigung findet [Doyle, 1997]. In den meisten Fällen werden dadurch neue Differentialgleichungen für die Koeffizienten formuliert, die direkt integriert werden können.

Wie bereits gezeigt, beinhaltet ein Wellenausbreitungsproblem grundsätzlich örtliche und zeitliche Abhängigkeiten. Betrachtet man die zeitliche Variation an einem diskreten Ort, kann die spektrale Formulierung für den zweidimensionalen Fall wie folgt vorgenommen werden:

$$(2.61) \quad \underbrace{u(x_1, y_1, t)}_{\text{reel}} = f_1(t) = \underbrace{\sum C_1 e^{i\omega t}}_{\text{komplex}} = \underbrace{\sum \frac{1}{2} \left(\overbrace{C_1 e^{i\omega t}}^{\text{komplex}} + \overbrace{C_1^* e^{-i\omega t}}^{\text{konjugiert komplex}} \right)}_{\text{reel}}$$

Grundsätzlich handelt es sich bei der Verschiebung um eine reelle Größe. Der erste Term in Gleichung (2.61) stellt dagegen eine komplexe Größe dar. Die Überführung der komplexen in die reelle Größe erfolgt über die Addition des konjugiert komplexen Teiles mit anschließender Mittelwertbildung. Da beide mathematischen Formulierungen das gleiche Ergebnis liefern, wird im Folgenden in Anlehnung an die Fachliteratur lediglich die komplexe Größe aufgeführt.

Berücksichtigt man zusätzlich einen weiteren diskreten Ort, so entsteht eine zweite Zeitfunktion $f_2(t)$, die über die Fourierkoeffizienten C_{2n} repräsentiert wird.

$$(2.62) \quad u(x, y, t) = f_2(t) = \sum \hat{u}_n(x, y, \omega_n) e^{i\omega_n t}$$

Die Variable \hat{u}_n stellt die räumlich abhängigen Fourierkoeffizienten dar. Da die Koeffizienten Funktionen der Frequenz darstellen, kann eine Reduzierung der unabhängigen Variablen nicht erzielt werden.

Solange die örtlichen und zeitlichen Ableitungen der Wellengleichung von linearem Charakter sind, kann eine spektrale Schreibweise für jeden Term angewendet werden. Für die zeitliche Ableitung gilt in diesem Fall:

$$(2.63) \quad \frac{\partial u}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial t} \sum \hat{u}_n e^{i\omega_n t} = \sum i\omega_n \hat{u}_n e^{i\omega_n t}$$

In der Fachliteratur wird ebenfalls folgende Kurzschreibweise verwendet:

$$(2.64) \quad \frac{\partial u}{\partial t} = i\omega_n \hat{u}_n$$

Für Ableitungen beliebiger Ordnung gilt somit:

$$(2.65) \quad \frac{\partial^m u}{\partial t^m} \Rightarrow i^m \omega_n^m \hat{u}_n$$

Anhand der vorhergehenden Gleichungen wird deutlich, dass sämtliche zeitliche Ableitungen durch algebraische Ausdrücke ersetzt werden, die den besonderen Vorteil der spektralen Formulierung ausmachen.

Analog zu den zeitlichen Ableitungen kann diese Vorgehensweise auch für die örtlichen Ableitungen aufgestellt werden. Hierbei wird keine Reduzierung erreicht.

$$(2.66) \quad \frac{\partial u}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial x} \sum \hat{u}_n e^{i\omega_n t} = \sum \frac{\partial \hat{u}_n}{\partial x} e^{i\omega_n t} \Leftrightarrow \frac{\partial u}{\partial x} \Rightarrow \frac{\partial \hat{u}_n}{\partial x}$$

Die homogene, eindimensionale und lineare Differentialgleichung macht dieses Vorgehen deutlich [Doyle, 1997].

$$(2.67) \quad u + a \frac{\partial u}{\partial x} + b \frac{\partial u}{\partial t} + c \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + d \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} + e \frac{\partial^2 u}{\partial x \partial t} + \dots = 0$$

Die in Gleichung (2.67) vorhandenen Koeffizienten sollen als zeitlich unabhängig gelten, können jedoch Funktionen des Ortes sein. Somit lautet die spektrale Darstellung:

$$(2.68) \quad u(x, t) = \sum_n \hat{u}_n(x, \omega_n) e^{i\omega_n t}$$

Die Substitution in die Differentialgleichung liefert:

$$(2.69) \quad \sum_n \left\{ \hat{u}_n + a \frac{d\hat{u}_n}{dx} + (i\omega_n) b \hat{u}_n + c \frac{d^2 \hat{u}_n}{dx^2} + (i\omega_n)^2 d \hat{u}_n + (i\omega_n) e \frac{d\hat{u}_n}{dx} + \dots \right\} e^{i\omega_n t} = 0$$

Sofern alle Terme als unabhängig betrachtet werden können, muss die Gleichung für jedes n erfüllt sein.

$$(2.70) \quad [1 + (i\omega_n) b + (i\omega_n)^2 d + \dots] \hat{u}_n + [a + (i\omega_n) e + \dots] \frac{d\hat{u}_n}{dx} + [c + \dots] \frac{d^2 \hat{u}_n}{dx^2} + \dots = 0$$

Durch Gruppierung erhält man:

$$(2.71) \quad A_1(x, \omega) \hat{u}_n + A_2(x, \omega) \frac{d\hat{u}_n}{dx} + A_3(x, \omega) \frac{d^2 \hat{u}_n}{dx^2} + \dots = 0$$

A_1, A_2, \dots hängen sowohl von der Frequenz als auch von der Ortskoordinate ab und sind von komplexer Natur. Derartige Gleichungen müssen für jede Frequenz gelöst werden. Der Vorteil zeigt sich jedoch in der Überführung der partiellen Wellengleichung in lineare Differentialgleichungen in den Fourierkoeffizienten \hat{u}_n .

Betrachtet man den speziellen Fall, dass die Koeffizienten a, b, c, \dots der partiellen Differentialgleichung unabhängig vom Ort sind und sich zudem in ein System von ordinären linearen Differentialgleichungen mit konstanten Koeffizienten überführen lassen, hat die Lösung eine Form von $e^{\lambda x}$, wobei λ aus der homogenen Lösung resultiert:

$$(2.72) \quad A_1 + A_2 \lambda + A_3 \lambda^2 + \dots = 0$$

Nach [Doyle, 1997] ist dieser besondere Fall durchaus gerechtfertigt, weil es immer Bereiche gibt, in denen die Koeffizienten annähernd konstant sind und somit über ihren Mittelwert beschrieben werden können. Bei Wellenbetrachtungen ist λ komplex und somit folgt die Lösung in der Form:

$$(2.73) \quad \hat{u}(x) = C e^{-ikx}$$

Betrachtet man die Differentialgleichung:

$$(2.74) \quad a u + \frac{d^2 u}{dx^2} = 0 \Rightarrow [a - k^2] C = 0$$

so ergibt sich die Wellenzahl k und die Lösung zu:

$$(2.75) \quad k = \pm \sqrt{a}, \quad \hat{u}(x) = C_1 e^{-i\sqrt{a}x} + C_2 e^{+i\sqrt{a}x}$$

Da k von quadratischer Potenz ist, ergeben sich ebenfalls zwei Integrationskonstanten C_n . Unter der Annahme konstanter Koeffizienten resultiert generell die charakteristische Gleichung:

$$(2.76) \quad A_1 + (ik)A_2 + (ik)^2 A_3 + \dots = 0$$

Daraus folgt für die Wellenzahl k :

$$(2.77) \quad k_{mn} = f_m(A_1, A_2, A_3, \dots, \omega_n)$$

Die Beziehung zwischen dem Exponenten k , der so genannten Wellenzahl, und der Frequenz ω wird als spektrale Beziehung (spectrum relation) bezeichnet und ist grundlegend für die Beschreibung von Wellenausbreitungsproblemen.

Die unterschiedlichen Werte von m korrespondieren zu den unterschiedlichen Schwingungsformen der Welle. Die Lösung erhält man durch die Superposition der einzelnen Wellenformen:

$$(2.78) \quad \hat{u}(x) = C_1 e^{ik_1 x} + C_2 e^{ik_2 x} + \dots + C_m e^{ik_m x}$$

Die Anzahl der Schwingungsformen richtet sich dabei nach der Potenz der charakteristischen Gleichung und darf nicht mit der Lösung für die unterschiedlichen Frequenzen verwechselt werden. Die exponentielle Gestalt für alle Terme resultiert aus den konstanten Koeffizienten der Differentialgleichung. Die allgemeine Form lautet:

$$(2.79) \quad u(x, t) = \sum \hat{F}_n \hat{G}(k_{mn}, x) e^{i\omega_n t}$$

mit:

$$\hat{F}_n = \text{Amplitudenspektrum}$$

$$\hat{G} = \text{Transferfunktion}$$

Die partikuläre Lösung für \hat{G} und $k_m(\omega)$ erhält man aus der Berücksichtigung der Randbedingungen in der Differentialgleichung. Die Transferfunktion liefert den Phasenshift bezogen auf den Ort. k fungiert als Skalierungsfaktor der Positionsvariable genauso wie die Frequenz im Hinblick auf die Zeit.

2.3 Wellenarten

2.3.1 Raum- und Oberflächenwellen

Die Ausbreitung von Spannungs- und Verformungszuständen in einem Kontinuum vollzieht sich in Form von Wellen. Neben der Art und Stärke der Erregung hängt dieser Vorgang von den Materialeigenschaften des Körpers, ihrer Verteilung innerhalb des Kontinuums und den Randbedingungen ab. Energie wird bei der Wellenausbreitung transportiert [Haupt, 1986].

Die Wellenarten werden in Oberflächen- und Raumwellen unterschieden. In einem Festkörper ist die Raumwelle die allgemeinste Form einer elastischen Welle. Geht man von einer punktuellen Erregung aus, so breitet sich die Welle, ausgehend von dem Erregungsort, als Kugelwelle aus. Sie besitzt drei eigenständige Modi, die sich vor allem durch die Polarisierungsrichtung unterscheiden und in der Regel gekoppelt sind. Die in Ausbreitungsrichtung schwingende Welle wird als Longitudinal- oder Kompressionswelle bezeichnet.

Da die Longitudinalwelle in der Regel messtechnisch als erstes erfasst wird, wird diese Wellenart in der Geophysik auch als Primärwelle oder P-Welle bezeichnet. Wellenarten, die eine Partikelbewegung quer zur Ausbreitungsrichtung verursachen, werden als Transversal- oder Scherwelle bezeichnet. In der Geophysik nennt man sie auch Sekundärwelle, weil Sie messtechnisch später detektiert wird. Tauchen in dem betrachteten Ausbreitungsmedium Grenzflächen auf, so entstehen ebenfalls Oberflächenwellen. Ihre Unterteilung erfolgt in die so genannte Rayleigh- oder Love-welle. In Abbildung 2.9 sind die unterschiedlichen Wellenarten und die zugehörigen Verschiebungen im Raum dargestellt.

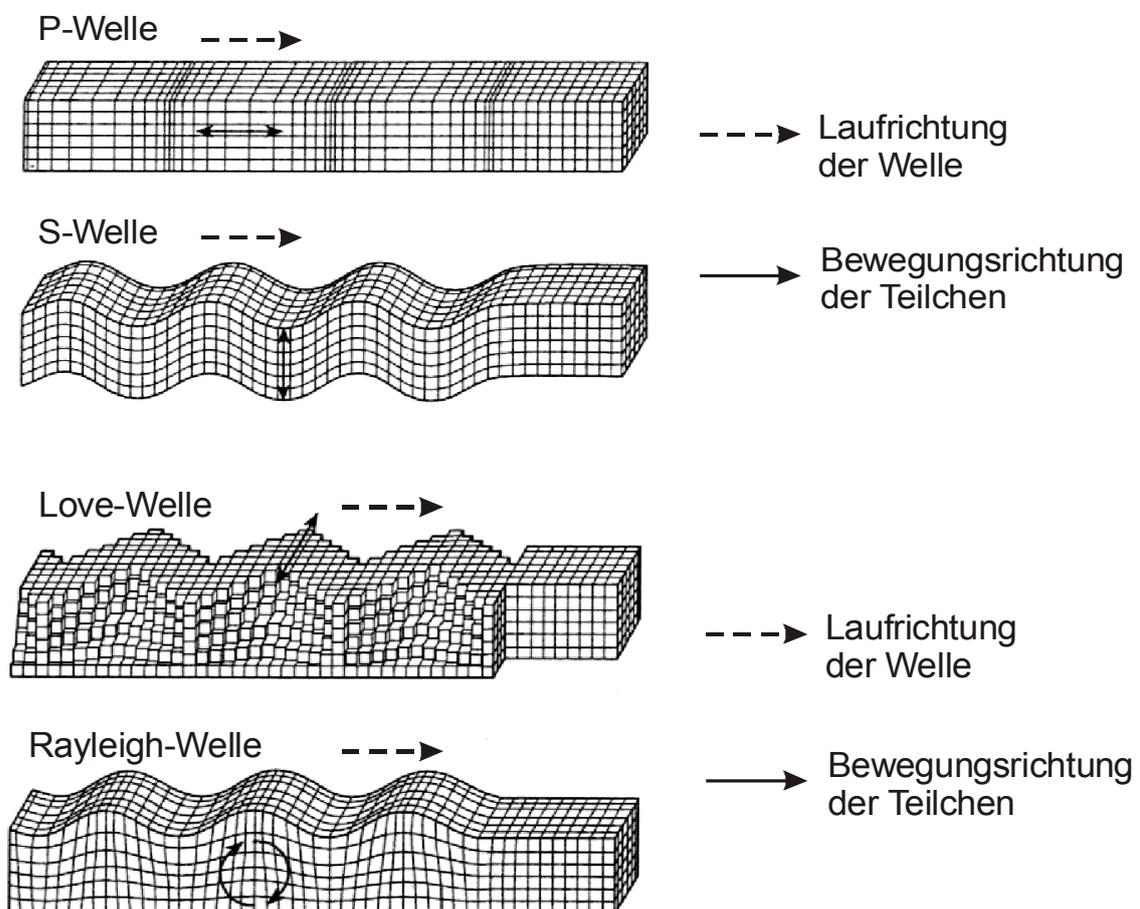


Abb. 2.9: Verschiebungen im Raum aufgrund der Wellenformen

Unterstellt man als Spannungs-Dehnungs-Beziehung ein lineares Materialverhalten nach Hooke, so lassen sich aus den Lamé Konstanten alle elastischen Parameter ableiten.

E bezeichnet dabei den effektiven Elastizitätsmodul, K den Kompressionsmodul, G den Schubmodul und ν die Poissonzahl.

$$(2.80) \quad E = \mu \frac{3\lambda + 2\mu}{\lambda + \mu}$$

$$(2.81) \quad K = \lambda + \frac{2}{3}\mu$$

$$(2.82) \quad G = \mu = \frac{\varepsilon}{2(\lambda + \nu)}$$

$$(2.83) \quad \nu = \frac{\lambda}{2(\lambda + \mu)}$$

Die Lamé-Konstanten werden in der Elastodynamik häufig durch die Wellenausbreitungsgeschwindigkeiten ersetzt. Betrachtet man vorerst die Ausbreitungsgeschwindigkeiten der Raumwellen, so ergeben sich folgende Zusammenhänge:

Kompressionswelle:

$$(2.84) \quad c_P = \sqrt{\frac{\lambda}{2(\lambda + \mu)}} \Leftrightarrow c_P = \sqrt{\frac{E}{\rho} \frac{1 - \nu}{(1 + \nu)(1 - 2\nu)}}$$

Scherwelle:

$$(2.85) \quad c_S = \sqrt{\frac{\mu}{\rho}} \Leftrightarrow c_S = \sqrt{\frac{E}{\rho} \frac{1}{2(1 + \nu)}}$$

Bei der Ausbreitung einer Scherwelle entsteht ein volumentreuer Verschiebungszustand und somit eine reine Scherverformung. Verschiebungen entstehen lediglich transversal gegenüber der Ausbreitungsrichtung. Bei der Kompressionswelle dagegen treten Volumen- und Formänderungsarbeiten auf. Im homogenen Medium breiten sich beide Wellenarten unabhängig voneinander aus. Dies hat zur Folge, dass beide Wellenarten separat betrachtet werden können, setzt allerdings den Ansatz kleiner Deformationen voraus. Mathematisch wird diese Separation durch die Bildung der Divergenz (div) und Rotation (rot) erreicht, weil jeweils eine Wellenart rotationsfrei (P-Welle) bzw. quellenfrei ist (S-Welle).

Die mathematische Herleitung ist u.a. in [Große, 1996] vorzufinden. Weiterhin ist eine Entkopplung der Wellenanteile nur dann möglich, wenn sich die elastischen Eigenschaften nicht ändern oder ein Impedanzwechsel (z.B. Randbedingung beim freien Rand) vorhanden ist, weil in derartigen Fällen eine P-S-Kopplung auftritt.

Beim Auftreffen von Raumwellen auf eine freie Oberfläche entstehen so genannte Oberflächenwellen, die in der Regel weniger stark gedämpft sind und sich formal aus P- und S-Anteilen zusammensetzen. Während die Love Welle nur in geschichteten Medien auftritt, kann die Rayleighwelle ebenfalls im homogenen, elastischen Halbraum auftreten. Der Verschiebungsvektor von Oberflächenwellen besteht daher aus der Summe der Ortsvektoren der P- und S-Welle.

Bei Oberflächenwellen sind im Gegensatz zum homogenen, unendlich ausgedehnten Halbraum Randbedingungen zu berücksichtigen, die in der Regel keine Zerlegung in Einzelanteile zulassen. Soll der Verschiebungsvektor ermittelt werden, so muss eine lineare Kombination der Verschiebungsvektoren u_P und u_S gebildet werden. Als Randbedingung kann z.B. die Spannungsfreiheit der Oberfläche angesetzt werden. [Große, 1996] stellt den Zusammenhang der Wellenausbreitungsgeschwindigkeiten wie folgt dar, wobei c_S die Geschwindigkeit der Sekundärwelle, c_P die Geschwindigkeit der Primärwelle sowie c_R die Geschwindigkeit der Rayleighwelle bezeichnen.

$$(2.86) \quad \left(2 - \frac{c_R^2}{c_S^2}\right) - 4\sqrt{\left(1 - \frac{c_R^2}{c_S^2}\right)}\sqrt{\left(1 - \frac{c_R^2}{c_P^2}\right)} = 0$$

Durch die Einführung der Konstante $\zeta = c_R/c_S < 1$ ergibt sich:

$$(2.87) \quad (2 - \zeta^2) - 4\sqrt{(1 - \zeta^2)}\sqrt{\left(1 - \frac{c_R^2}{c_P^2}\right)} = 0$$

Die Umformung nach der P-Wellengeschwindigkeit c_P liefert:

$$(2.88) \quad c_P = \pm \frac{4\sqrt{(-16 + 24\zeta^2 - 8\zeta^4 + \zeta^6)}(-1 + \zeta^2) c_R}{(-16 + 24\zeta^2 - 8\zeta^4 + \zeta^6)\zeta}$$

Weitere Vereinfachungen führen auf eine explizite Darstellung, die der Lösung von [Große, 1996] entspricht:

$$(2.89) \quad c_P^2 = \frac{16c_R^2(1-\zeta^2)}{16(1-\zeta^2) - (2-\zeta^2)^4}$$

2.3.2 Physikalische Dispersion von Dehnwellen

Bei der Ausbreitung longitudinaler Wellen in einem Stab, dessen Querdehnung nicht behindert wird, treten sowohl Verschiebungen in Längsrichtung als auch Dehnungen in Querrichtung auf, die zu einer Reduzierung der Wellenausbreitungsgeschwindigkeit c_0 gegenüber den räumlichen Kompressionswellen c_P führen.

Die longitudinale Ausbreitung eines elastischen Stoßes in einem Pfahl lässt sich nicht mehr durch eindimensionale Dilatations- bzw. Dehnwellen beschreiben, wenn mindestens eine der wesentlichen Wellenlängen des zusammengesetzten Wellenzuges kleiner ist als das Doppelte der Querabmessung H des Pfahles und somit laterale Effekte mit Querschwingungen auftreten. Die wesentlichen Auswirkungen dieser Quereinflüsse sind in Abbildung 2.10 dargestellt [Elmer, 2004].

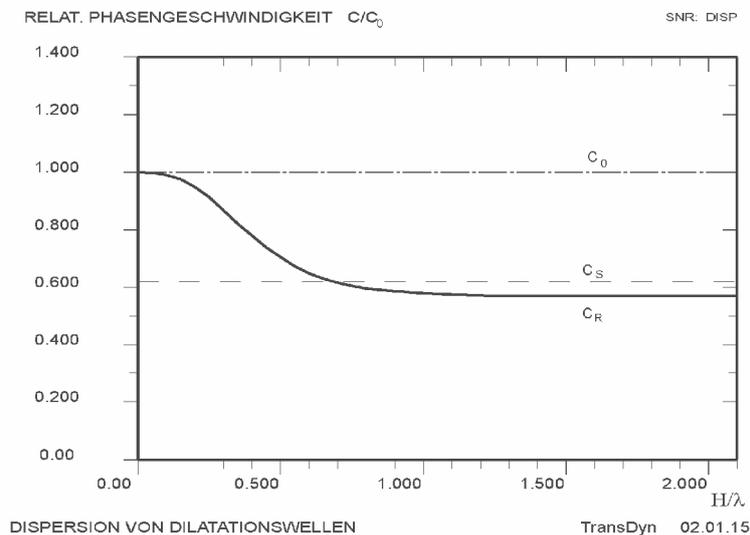


Abb. 2.10: Physikalische Dispersion von Dehnwellen in einem Stab [ELMER, 2004]

Für höherfrequente Anteile mit kleineren Wellenlängen λ ist der Ausbreitungsvorgang physikalisch dispersiv, d.h. die longitudinale Ausbreitungsgeschwindigkeit wird als Phasengeschwindigkeit bezeichnet.

Sie ist frequenzabhängig und nimmt mit der Frequenz bzw. mit der Wellenlänge ab von c_0 über c_S bis zur Ausbreitungsgeschwindigkeit für Rayleighwellen c_R . Die physikalische Dispersion beschreibt somit den Zusammenhang zwischen Frequenz und der Phasengeschwindigkeit, der sich anhand der eindimensionalen Wellengleichung (2.7) ableiten lässt. Unter Annahme einer realen und positiven Wellenausbreitungsgeschwindigkeit c ergibt sich in spektraler Schreibweise:

$$(2.90) \quad \frac{d^2 \hat{u}}{dx^2} + \omega^2 a^2 \hat{u} = 0$$

Wie bereits unter 2.2.4 gezeigt, ist Ce^{ikx} eine Lösung der charakteristischen Gleichung, solange konstante Koeffizienten vorhanden sind.

Dadurch resultiert folgende charakteristische Gleichung:

$$(2.91) \quad [-k^2 + \omega^2 a^2] C = 0$$

Die Schwingungsformen für k ergeben sich dann zu:

$$(2.92) \quad k_1(\omega) = +\omega a \quad k_2(\omega) = -\omega a$$

Dies führt auf die Lösung:

$$(2.93) \quad u(x, t) = \sum \{C_1 e^{i\omega a x} + C_2 e^{i\omega a x}\} e^{i\omega t} = \sum C_1 e^{i\omega(ax+t)} + \sum C_2 e^{i\omega(ax-t)}$$

In Analogie zum Ansatz von d'Alembert stellt diese Lösung ebenfalls eine nach links und rechts wandernde Sinuskurve dar. Punkte gleicher Phasen wandern somit entlang der Geraden $x-t$. Die Faktoren $C_1(\omega)$ und $C_2(\omega)$ werden dann als Amplitudenspektrum bezeichnet.

Betrachtet man die Steigung der Geraden und fasst diese als eine Geschwindigkeit auf, so nennt man diese Geschwindigkeit Phasengeschwindigkeit [Doyle, 1997].

$$(2.94) \quad c = \frac{x}{t} = \frac{1}{a} = \frac{\omega}{k}$$

Anhand der vorhergehenden Gleichung wird deutlich, dass unterschiedliche Frequenzen mit derselben Geschwindigkeit wandern. Ist die Phasengeschwindigkeit hinsichtlich der Frequenz konstant, bezeichnet man das Signal bzw. den Verlauf als nicht dispersiv.

Als Beispiel für eine einfach dispersive Gleichung kann z. B. die Differentialgleichung für Biegewellen in Balken herangezogen werden. Die maßgebliche Differentialgleichung ist im Folgenden gegeben:

$$(2.95) \quad \frac{\partial^4 u}{\partial x^4} + a^4 \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = 0$$

Wählt man dieselbe Vorgehensweise wie bei der eindimensionalen Wellengleichung, ergeben sich vier Schwingungsformen.

$$(2.96) \quad k^2 = \pm \omega a^2 \\ k_1(\omega) = +a\sqrt{\omega}, \quad k_2(\omega) = -a\sqrt{\omega}, \quad k_3(\omega) = +ia\sqrt{\omega}, \quad k_4(\omega) = -ia\sqrt{\omega}$$

Als Lösung der Differentialgleichung ergibt sich dadurch:

$$(2.97) \quad u(x, t) = \sum C_1 e^{i(a\sqrt{\omega}x + \omega t)} + \sum C_2 e^{-i(a\sqrt{\omega}x - \omega t)} + \sum C_3 e^{-a\sqrt{\omega}x + i\omega t} + \sum C_4 e^{a\sqrt{\omega}x + i\omega t}$$

Die ersten zwei Terme entsprechen der vorangehenden Lösung und wandern ebenfalls mit einer konstanten Phasengeschwindigkeit in der Form:

$$(2.98) \quad c = \frac{\omega}{k} = \frac{1}{a} \sqrt{\omega}$$

Unterschiedliche Frequenzen pflanzen sich mit unterschiedlichen Geschwindigkeiten fort. Dies bedeutet, dass die Superposition der differierenden Komponenten an unterschiedlichen Punkten eine Veränderung der Wellenform beinhaltet. Ist die Phasengeschwindigkeit nicht konstant bezogen auf die Frequenz, so bezeichnet man den Verlauf als dispersiv. Die letzten zwei Terme von (2.97) stellen räumlich gedämpfte Schwingungen dar. Sie sind von Bedeutung, sobald die Wellenausbreitung in Interaktion mit einer Randbedingung steht.

[Chen, Meier, 1991] zeigen in Ihrer Arbeit für einen im Wasser gegründeten Stahlpfehl anhand der Spektralanalyse, dass es zu einer Zunahme der Wellenausbreitungsgeschwindigkeit kommt. Sie beschreiben, dass die eindimensionale Wellengleichung zur Klärung der Geschwindigkeitszunahme nicht herangezogen werden kann und verweisen auf weiteren Forschungsbedarf. Diese These ist jedoch nicht begründet, wenn die Wellenausbreitungsgeschwindigkeit mit Hilfe komplexer Ansatzfunktionen im Frequenzbereich integriert wird.

Das Phänomen kann dann mit der Überlagerung verschiedener Schwingungsformen erklärt werden. Werden z.B. durch den umgebenden Boden Schwingungsformen aus der Gruppe entzogen bzw. gedämpft, kann es zu einer Zunahme der Wellenausbreitungsgeschwindigkeit kommen, wenn sich die noch enthaltenen Anteile der Gruppe schneller ausbreiten. Auf dieses Phänomen wird im weiteren Verlauf dieser Arbeit vertieft eingegangen.

2.3.3 Phasen- und Gruppengeschwindigkeiten von Wellen

Die dynamische Lösung der Wellengleichung umfasst die Superposition von vielen Schwingungen. Diese können grundsätzlich Wellen, gedämpfte Wellen oder Vibrationen darstellen. Die Kombination aller Anteile liefert die Wellenbewegung oder eine messtechnisch observierte Bewegung. Das bedeutet, dass für alle realen Anwendungen stets auch alle Wellenformen vorhanden sind, und eine Isolation der eigentlichen Welle nicht möglich ist [Doyle, 1997].

Für eine bestimmte Frequenz kann die Wellenzahl in einen Real- und Imaginärteil formuliert werden. In diesem Fall folgt:

$$(2.99) \quad k = k_r + k_i$$

In exponentieller Schreibweise liefert dies eine Welle der Form:

$$(2.100) \quad u(x, t) \Rightarrow \sum \hat{F}_n e^{-k_i x} e^{-i(k_r x - \omega t)}$$

Formulierung (2.100) enthält drei Anteile:

- ein Amplitudenspektrum \hat{F}_n
- einen räumlich abhängigen Term $e^{-k_i x}$
- und den propagierten Sinoid $e^{-i(k_r x - \omega t)}$

Die Phasengeschwindigkeit des Sinoids beträgt:

$$(2.101) \quad c = \frac{\omega}{k_r}$$

Durch die Superposition aller Sinuskurven, die die observierte Bewegung bilden, ist von Interesse, wie sich diese Gruppe gegenüber einer einzelnen Sinusschwingung verhält.

Betrachtet man die Interaktion zweier benachbarter Komponenten, so erhält man:

$$(2.102) \quad u(x, t) = \hat{F}_n e^{-ik_n x} e^{i\omega_n t} + \hat{F}_{n+1} e^{-ik_{n+1} x} e^{i\omega_{n+1} t}$$

Die Zusammenfassung zu einer mittleren Frequenz $\omega^* = 0,5(\omega_n + \omega_{n+1})$ sowie einer mittleren Wellenzahl $k^* = 0,5(k_n + k_{n+1})$ liefert nach [Doyle, 1997]:

$$(2.103) \quad u(x, t) = \hat{F}^* e^{-i(kx - \omega t)} 2 \cos \left[\frac{\Delta k}{2} \left(x - \frac{d\omega^*}{dk^*} t \right) \right]$$

Die resultierende Welle besteht neben dem Amplitudenspektrum aus zwei weiteren Teilen. Maßgeblich ist eine Sinuswelle (Trägerwelle) mit durchschnittlicher Wellenzahl und durchschnittlicher Frequenz, die sich dadurch mit einer mittleren Wellenausbreitungsgeschwindigkeit $c^* = \omega^* / k^*$ fortpflanzt. Diese Trägerwelle wird von einer weiteren Welle (Gruppenwelle) moduliert.

Sie enthält:

- eine Wellenzahl $1/2 \Delta k$
- eine Frequenz $1/2 \Delta k \frac{d\omega^*}{dk^*}$
- die Geschwindigkeit $d\omega^* / dk^*$

Die Phasengeschwindigkeit der Modulation wird als Gruppengeschwindigkeit bezeichnet und berechnet sich wie folgt:

$$(2.104) \quad c_g = \frac{d\omega}{dk} = \frac{c}{\left(1 - k \frac{dc}{d\omega}\right)} = c + k \frac{dc}{dk}$$

Im Allgemeinen ist die Gruppengeschwindigkeit unterschiedlich zur Phasengeschwindigkeit.

Stellt man sich daher eine Welle vor, die sich mit der Gruppengeschwindigkeit bewegt, dann bedeutet:

- $c > c_g$: Die Trägerwelle entsteht am Ende der Gruppe, wandert zur Front und verschwindet.
- $c = c_g$: Es ist keine relative Bewegung zwischen Träger und Gruppe vorhanden.

- $c < c_g$: Die Trägerwelle entsteht am Anfang der Gruppe, wandert zum Ende und verschwindet.

2.4 Dämpfung

Mechanische Phänomene, die einem bewegten System Energie entziehen, werden als Dämpfung bezeichnet. Infolge der Wellenausbreitung im Pfahl entsteht die für das Material typische Materialdämpfung. Die Materialdämpfung resultiert aus der Umwandlung kinetischer Energie in Wärmeenergie, die durch Gleitungen an Korngrenzen des Mikrogefüges zustande kommt. Dieser Dämpfungsanteil ist für Stahl überaus gering. Innerhalb der Scherzone kann die Materialdämpfung bzw. dissipative Dämpfung allerdings maßgeblich werden, wenn der Boden durch große Schubverzerrungen in den plastischen Bereich versetzt wird.

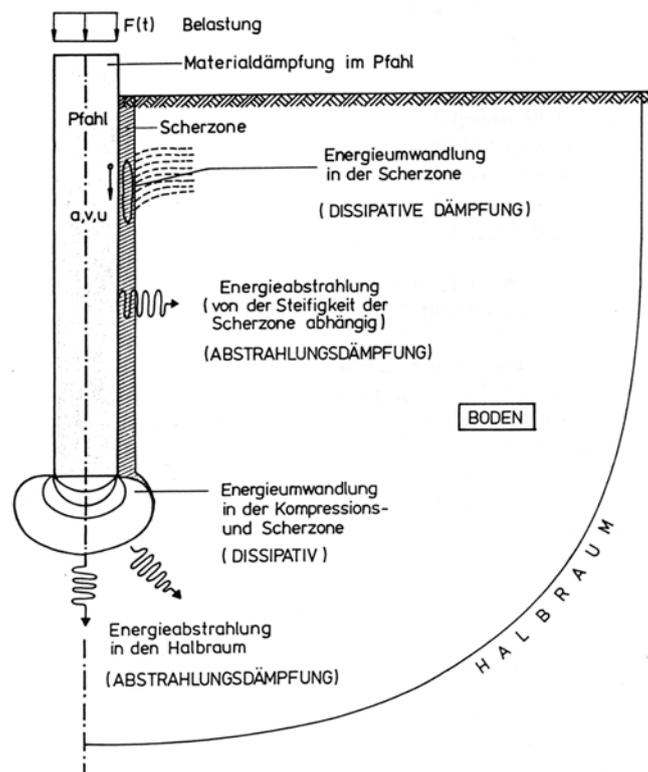


Abb. 2.11: Dämpfungsarten bei der Pfahlrammung

Bei der Pfahlrammung wird daher für den Boden in die Dämpfungsarten der Abstrahlungsdämpfung und der dissipativen Dämpfung unterschieden.

Diese Dämpfungsarten treten sowohl am Pfahlschaft als auch unter der Pfahlspitze auf und werden im Folgenden detailliert beschrieben. In Abbildung 2.11 ist ein Überblick über alle relevanten Dämpfungsarten gegeben.

Grundsätzlich wird für den Boden in eine innere Dämpfung infolge der plastischen Verformungen (Dissipativ- oder Materialdämpfung) sowie eine äußere Dämpfung infolge Abstrahlung in den Halbraum (Dämpfung durch das umgebende Medium) unterschieden [GBT, 2001].

2.4.1 Dissipative Dämpfung am Pfahlmantel

Zwischen dem Rammelement und dem anstehenden Boden entsteht durch die Rammung eine Scherzone, deren Dicke sich in Anhängigkeit zur Oberflächenrauigkeit des Pfahles ausbildet. Untersuchungen von [Balthaus, 1986] zeigen, dass bei einer glatten Oberfläche die Scherzone gering ausgeprägt ist, sie jedoch bei rauer Oberfläche bis zum 15-fachen des mittleren Korndurchmessers reichen kann. Aufgrund von Reibungs- und Schervorgängen entstehen Kornumlagerungen, Veränderungen der Dichteigenschaften und irreversible, plastische Verformungen. Der Welle im Pfahl wird durch die mechanischen Vorgänge Energie entzogen. Diese Energieumwandlung wird als dissipative Dämpfung oder Materialdämpfung des Bodens bezeichnet.

Die dissipative Dämpfung erweist sich in der Praxis als nahezu unabhängig vom Erdruhedruckbeiwert und vom Porenanteil des angrenzenden Bodens. Der maßgebliche Einflussparameter für diese Dämpfungsart ist die Schubverformungsrate. Bei zunehmender Lastzyklenzahl und ansteigender Verformung nimmt der dissipative Dämpfungsanteil ab. Er wird über das Dämpfungsverhältnis D beschrieben. Für einen gedämpften Einmassenschwinger mit der Masse m ist das Dämpfungsverhältnis als das Verhältnis zwischen der Dämpfungskonstante b zur kritischen Dämpfung b_{krit} definiert. Unter Berücksichtigung der Federkonstante k gilt:

$$(2.105) \quad D = \frac{b}{b_{krit}} = \frac{b}{2\sqrt{km}}$$

Für den Resonanzfall kann man nach [DGGT, 2002] folgende Annahme treffen:

$$(2.106) \quad D = \frac{1}{4\pi} \times \frac{\Delta W}{W}$$

Das Dämpfungsverhältnis von $D = 0\%$ entspricht dem ungedämpften Fall, während $D = 100\%$ den aperiodischen gedämpften Fall angibt. Die kritische Dämpfung stellt dabei den kleinsten Wert des viskosen Dämpfungskoeffizienten dar, für den das System gerade noch ein aperiodisches Verhalten zeigt [FELLIN, 2000]. Der Bewegungsverlauf eines Masse-Feder-Dämpfer-Systems bei verschiedenen Dämpfungen ist in Abbildung 2.12 dargestellt.

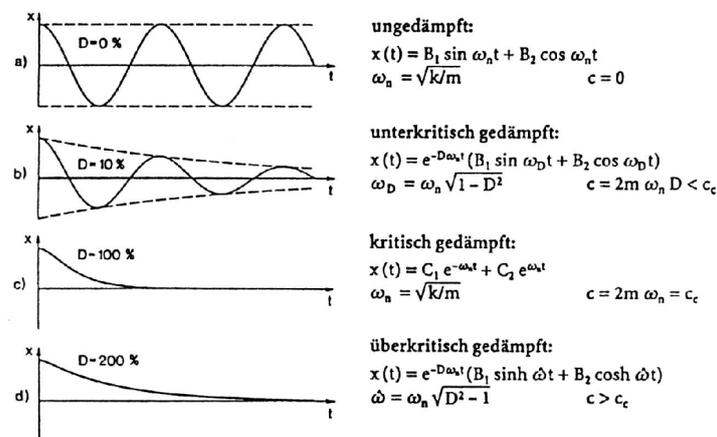


Abb. 2.12: Bewegungsverlauf eines Masse-Feder-Dämpfer-Systems bei verschiedenen Dämpfungen [Studer, Koller, 1997]

Die Konstante ΔW beschreibt die dissipierte Energie pro Lastzyklus, W zeigt die durch die Belastung zugeführte Energie an. Das Energieverhältnis wird als Dämpfungskapazität ψ bezeichnet:

$$(2.107) \quad \psi = \frac{\Delta W}{W}$$

Die Materialdämpfung von Böden wird im Allgemeinen mit zyklischen Lastversuchen bestimmt (Abbildung 2.13). ΔW entspricht dem von der Ellipse eingeschlossenen Bereich und W dem schraffierten Bereich.

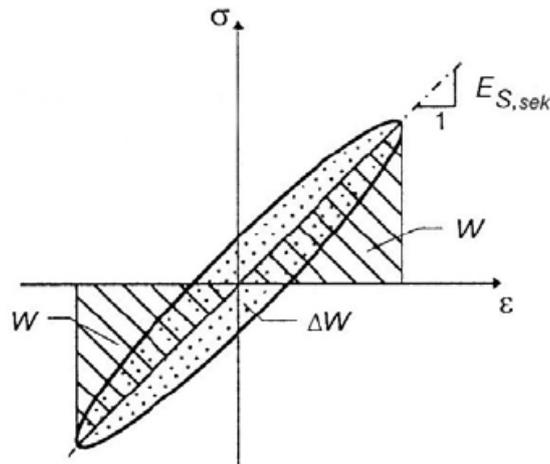


Abb. 2.13: Hystereseschleife eines zyklischen Triaxialversuches [Nendza, 2006]

Für das Deformationsverhalten ist der dynamische Schubmodul des anstehenden Bodens maßgeblich. Er kann durch dynamische Laboruntersuchungen ermittelt oder der einschlägigen Literatur entnommen werden. Richtwerte sind u.a. in [GBT, 2001] gegeben, eine Übersicht stellt die Tabelle 2.1 dar. Sie zeigt, dass die Streuung des dynamischen Schubmoduls sehr groß ist. Für sensitive Bauwerke ist daher die experimentelle Ermittlung des Schubmoduls zwingend notwendig.

Tab 2.1: Mittlere Bodenkennwerte für den Schubmodul G_{d0} [GBT, 2001]

	Bodenart	Dynamischer Schubmodul [MN/m ²]
nichtbindige Böden	Sand, locker	50 – 120
	Sand, Mitteldicht	70 – 170
	Kies, sandig, dicht	100 – 300
bindige Böden	Schlick, Klei	3 – 10
	Lehm, weich bis steif	20 – 50
	Ton, halbfest bis fest	80 – 300
Fels	geschichtet, brüchig	1000 – 5000
	massiv	4000 – 20000

Der anfängliche Schubmodul G_{d0} nimmt mit zunehmender Schubdehnung ab. Dieser Vorgang sowie die Zunahme der Dämpfung in Abhängigkeit zur Schubverformung sind in den Abbildungen 2.14 und 2.15 dargestellt.

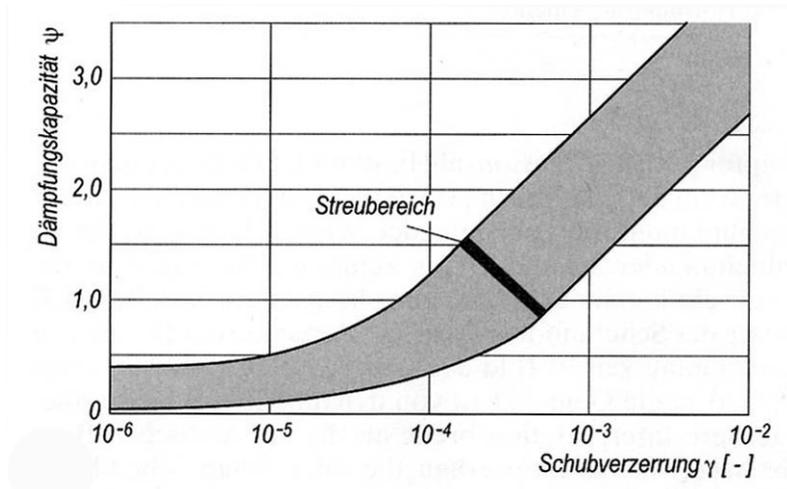


Abb. 2.14: Zunahme der Dämpfung in Abhängigkeit zur Schubverzerrung [GBT, 2001]

Die Abbildungen machen deutlich, dass sowohl die Dämpfungskapazität als auch das Verhältnis G_d/G_{d0} einem großen Streubereich unterliegen.

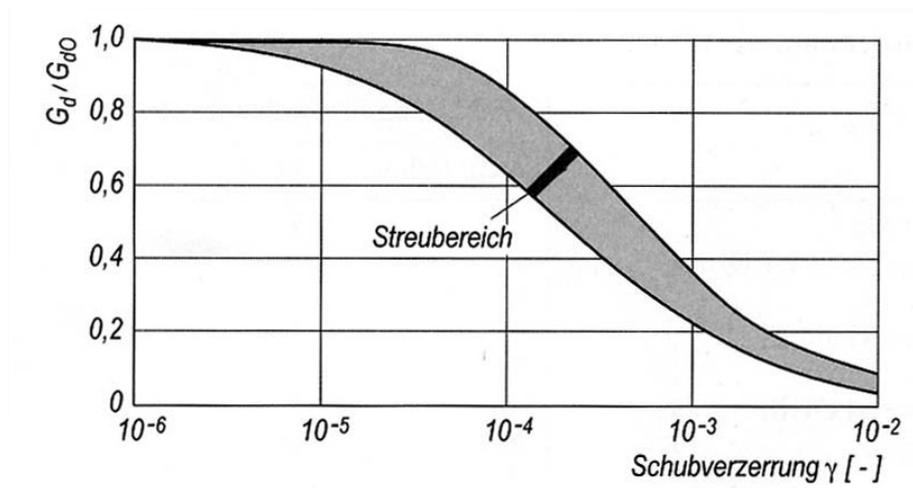


Abb. 2.15: Abnahme des Schubmoduls in Abhängigkeit von der Schubverzerrung [GBT, 2001]

2.4.2 Abstrahlungsdämpfung am Pfahlmantel

Durch die Einbindung des Pfahles in den anstehenden Boden kommt es zu einer Boden-Bauwerks-Interaktion, die eine Energieübertragung zwischen diesen beiden Medien ermöglicht. Ein großer Teil der eingeleiteten Energie wird dabei in den Boden abgestrahlt. Folgerichtig wird dieser Dämpfungsanteil als Abstrahlungsdämpfung bezeichnet.

Aufgrund der immer größer werdenden Oberfläche, die sich als halbkugelförmige Wellenfront im elastischen Halbraum ausbreitet, handelt es sich bei der Abstrahlungsdämpfung im physikalischen Sinne nicht um eine Dämpfung, sondern eher um eine Aufweitung der Energie. Die Abbildung 2.16 zeigt dieses Verhalten am Beispiel eines Fundaments. Mit wachsender Entfernung von der Emissionsquelle nimmt die Energie ab, die den Boden durchfließt. Die Gesamtenergie im System bleibt jedoch auf Grundlage des Energieerhaltungssatzes vollständig erhalten.

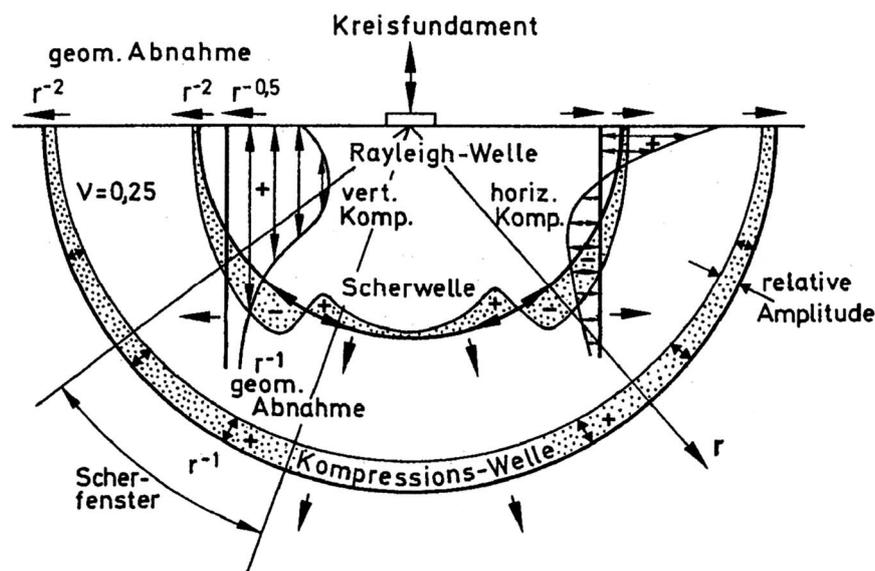


Abb. 2.16: Wellenausbreitung ausgehend von einem schwingenden Kreisfundament [Haupt, 1986]

Für das von einer harmonischen Vertikalkraft belastete, gewichtlose und kreisförmige Fundament auf homogenem, isotropem und elastischem Halbraum stellt [Hall, Richard, 1963] eine Lösung für die Fundamentalschwingung auf. Die beschreibende Differentialgleichung entspricht hierbei der Gleichung des gedämpften Einmassenschwingers. Die konstanten Beiwerte für die Dämpfung und Steifigkeit sind bei dieser Lösung durch frequenzabhängige Funktionen ersetzt worden. Der frequenzabhängige Beiwert der viskosen Dämpfung beschreibt dadurch die Energieabstrahlung durch Wellen [Balthaus, 1986]. Weitere Lösungen stellen die Ansätze von [Reissner, 1936], [Woods, 1968] und [Savidis, 1977] dar.

Aufgrund von Versuchen mit harmonisch angeregten, in den Boden einbindenden Fundamenten lässt sich nach [Novak et. al., 1978] die Abstrahlungsdämpfung durch viskose, frequenzabhängige Dämpfer auch für Pfähle simulieren.

Folgende Voraussetzungen müssen dafür gegeben sein [nach Novak et. al., 1978]:

- Der Boden ist homogen, isotrop, linear, viskoelastisch, unendlich ausgedehnt und aus von einander unabhängigen, unendlich dünnen Schichten aufgebaut.
- Der Pfahl ist kreiszylindrisch, masselos, starr, unendlich lang und fest mit dem umgebenden Boden verbunden.
- Die Verschiebungen des Pfahls sind klein.
- Die Pfahlbelastung ist harmonisch.

Die Bewegungsgleichung des Pfahl-Boden-Systems lässt sich unter diesen Voraussetzungen im Frequenzbereich lösen. Dieser Ansatz verknüpft die über die Pfahllänge bezogene Pfahlkraft F' und die Verschiebungen u über eine komplexe Steifigkeit K' miteinander.

$$(2.108) \quad F' = \underbrace{(k' + i\omega b')}_{K'} u$$

mit: k' = Federsteifigkeit

b' = Dämpfungskonstante

Unterstellt man eine harmonische Verschiebung u , so lässt sich Gleichung (2.108) umformen zu:

$$(2.109) \quad F' = k' u + b' v$$

Die Pfahlschwingung kann anhand dieser Formulierung unter den oben getroffenen Angaben in Analogie zum masselosen, gedämpften Einmassenschwinger beschrieben werden.

Die Abstrahlungsdämpfung ist durch eine äquivalente, nahezu frequenzunabhängige Dämpfungskonstante b erfasst:

$$(2.110) \quad b = 2\pi r_0 \sqrt{\rho G}$$

mit: r_0 = Pfahlradius

ρ = Dichte des anstehenden Bodens

G = dynamischer Schubmodul des Bodens

Die durchgeführten Untersuchungen von [Balthaus, 1986] zeigen, dass die Abstrahlungsdämpfung mit der oben genannten Formel zumeist überschätzt wird. Dementsprechend führt er den Abminderungsfaktor α ein, weil anhand der Untersuchungen nur eine Abstrahlungsdämpfung von 10 – 40% unter Berücksichtigung von Gleichung (2.110) erzielt werden kann.

Auf Grundlage der Arbeiten von [Randolph, Simons, 1986] sowie [Corté, Lepert, 1986] ist zur Ermittlung der Federsteifigkeit folgende Formel vorgeschlagen worden:

$$(2.111) \quad k' = \pi G \sqrt{\frac{r_g}{A}}$$

Hierbei entspricht G erneut dem Schubmodul des anstehenden Bodens, A gibt die Fläche des Pfahles an. Der Parameter r_g wird als Geometrieverhältnis bezeichnet und ist aus der Pfahlfläche A und dem Außenradius des Pfahles P zusammengesetzt. Er wird wie folgt ermittelt:

$$(2.112) \quad r_g = \frac{A}{P^2}$$

Die Dämpfungskonstante errechnet sich aus der Rohdichte ρ des anstehenden Bodens und dem Schubmodul G :

$$(2.113) \quad b' = \sqrt{\rho G}$$

2.4.3 Dämpfung an der Pfahlspitze

Wie bereits für den Pfahlmantel gezeigt, muss bei der Beschreibung der dynamischen Wirkung des Bodens auf ähnliche Problemstellungen eingegangen werden. Am Pfahlfuß besteht der Hauptanteil des Energieverlustes aus der Abstrahlung, die in den Halbraum eingeht. Anders als beim Pfahlmantel basiert der größte Teil des Energietransportes am Pfahlfuß jedoch nicht auf der Ausbreitung von Scherwellen, sondern erfolgt aufgrund von Kompressionswellen, die sich ausbreiten. Die entstehenden Scherwellen befördern nur einen geringen Teil der Abstrahlungsenergie.

Eine exakte Erfassung der Dämpfung ist bisher aufgrund der komplexen Scher- und Verschiebungszustände unter der Pfahlspitze während der Rammung nicht erfolgt. Auf die dissipativen Vorgänge unterhalb der Pfahlspitze und die daraus resultierenden mitbeschleunigten Bodenmassen wird im später folgenden Kapitel 5.10 näher eingegangen.

Eine Vereinfachung zur Beschreibung der Abstrahlung am Pfahlfuß gelingt, wenn man davon ausgeht, dass sich die Wellen nicht kugelförmig von der Erregerquelle ausbreiten, sondern als ebene Wellenfront von der Pfahlspitze fortpflanzen. Für diesen besonderen Fall errechnet sich die Dämpfungskonstante für die Abstrahlungsdämpfung nach folgender Formel, die [Kuhlemeyer, 1979] vorschlägt:

$$(2.114) \quad b = \rho_B \times c_P \times A_0$$

mit: A_0 = Pfahlspitzenradius
 ρ_B = Dichte des anstehenden Bodens
 c_P = Kompressionswellengeschwindigkeit des Bodens

Für ein auf dem elastischen Halbraum schwingendes starres Fundament unter harmonischer Last ist von [Lysmer, Richart, 1966] eine Lösung entwickelt worden, die auf die unter (2.115) angegebene Differentialgleichung führt und in späteren Veröffentlichungen auf die Pfahlrammung appliziert wurde:

$$(2.115) \quad m \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} + \underbrace{\frac{3,4R^2}{1-\nu} \sqrt{\rho G}}_{\text{Dynamische Steifigkeit}} \frac{\partial u}{\partial t} + \frac{\overbrace{4GR}^{\text{Statische Steifigkeit}}}{1-\nu} = Q$$

mit: Q = Pfahlspitzenkraft
 m = Masse am Pfahlfuß
 R = Pfahlfußradius
 ρ = Dichte des anstehenden Bodens
 G = Schubmodul des anstehenden Bodens

Die Fachwelt bezeichnet diesen Ansatz als Lysmer Analogie. Die spätere Weiterentwicklung von [Holeyman, 1988] berücksichtigt die Einführung eines konischen Körpers unterhalb der Pfahlspitze (vgl. Abbildung 2.17).

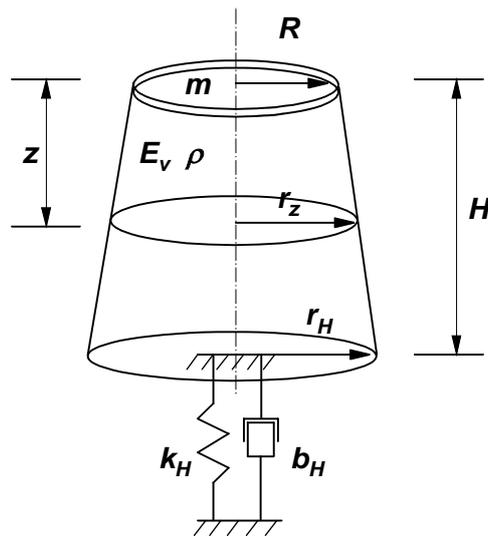


Abb. 2.17: Konzept des äquivalenten Bodenkörpers [Holeyman, 1988]

Der begrenzte Bodenkörper mit der Höhe H besitzt einen linear mit der Tiefe zunehmenden Radius, der nach [Holeyman, 1988] wie folgt berechnet wird:

$$(2.116) \quad r(z) = R + \frac{1-\nu}{\sqrt{0,85}} z$$

R entspricht hierbei dem Außenradius der Pfahlfußfläche am Übergang zum Boden, z bezeichnet die betrachtete Tiefenkote. Eng gekoppelt mit der Lysmer Formulierung, zeigt diese Formulierung anhand von durchgeführten Untersuchungen eine optimale Übereinstimmung mit den gemessenen Versuchsergebnissen.

Der Boden innerhalb des Konus wird als isotrop angenommen und die Höhe H so groß bestimmt, dass keine Reflektionen auftreten. Auf diese Weise kann ein semi-infiniter Balken unter dem Pfahl bestimmt werden. Den in Abbildung 15 angegebenen Elastizitätsmodul des Bodens ermittelt [Holeyman, 1988] wie folgt:

$$(2.117) \quad E_v = \frac{G}{0,85(1-\nu)^2}$$

Analog zur Gleichung (2.115) werden die Dämpfungs- und Federkonstante berechnet. Anstatt des Pfahlfußdurchmessers für die Parameter wird hier allerdings der Radius r_H (vgl. Abbildung 2.17) angesetzt.

2.5 Die Wellengleichung für den gedämpften Fall

2.5.1 Implementierung der Mantelwiderstände

Die Formulierung der Wellengleichung zur Beschreibung der Rammung von Pfählen beinhaltet neben der Antwort des Pfahles ebenfalls die Bodenreaktionen entlang des Pfahlschaftes, welche aufgrund des induzierten Impulses hervorgerufen werden. Für die Formulierung gelten folgende Annahmen als konstant:

- Der Elastizitätsmodul, der Umfang und die Fläche des Pfahles
- Die elastischen Bodenkonstanten
- Die viskose Dämpfungskonstante des Bodens

Die Berücksichtigung dieser Annahmen führt auf die Wellengleichung zur Beschreibung von Rammvorgängen.

$$(2.118) \quad c^2 u_{,xx}(x,t) = u_{,tt}(x,t) + 2bu_{,t}(x,t) + ku(x,t)$$

mit: k = Pfahlschaftelastizitätskonstante

b = Pfahlschaftdämpfungskonstante

Wenn man diese partielle Differentialgleichung als eine Bewegungsgleichung auffasst, dann steht die linke Seite für ein beschleunigtes differentielles Element am Punkt x , der sich bezogen auf den Pfahl zwischen dem Kopf und dem Pfahlfuß befinden kann. Die differentielle Masse Δm ergibt sich aus der Rohdichte, der Fläche sowie der betrachteten Länge Δx des differentiellen Elementes:

$$(2.119) \quad \Delta m = \rho A \Delta x$$

Die rechte Seite der PDG repräsentiert die Systemantwort des betrachteten physikalischen Systems. Der Term $c^2 u_{,xx}(x,t)$ steht für die unterstellte Elastizität und die Massenträgheit des Systems. Die Konstante c kann deshalb folgendermaßen umgeformt werden:

$$(2.120) \quad c^2 = \frac{E}{\rho} = \frac{EA\Delta x}{\rho A\Delta x} = \frac{EA\Delta x}{\Delta m}$$

Anhand dieser Umformung zeigt sich das Elastizitätsverhältnis EA zur Massenträgheit des Systems $\Delta x/\Delta m$. Die Variable b steht für den viskosen Widerstand des anstehenden Bodens.

Die viskose Widerstandskraft des Bodens ergibt sich zu:

$$(2.121) \quad \frac{F_b}{\Delta m} = \frac{b' P \Delta x}{\rho A \Delta x} u_{,t} = 2b u_{,t}$$

In dieser Gleichung stellt F_b die viskose Widerstandskraft dar, P den Umfang des Pfahles und $b' = \sqrt{G_B \times \rho_B}$ den viskosen Schaftdämpfungskoeffizienten des den Pfahl umgebenden Bodens.

In Analogie zur Ermittlung der Dämpfungskraft kann auch die verschiebungsabhängige Reaktion des Bodens ermittelt werden.

$$(2.122) \quad \frac{F_k}{m} = \frac{k' P \Delta x}{\rho A \Delta x} u = k u$$

F_k steht für die elastische Widerstandskraft und k' für die angenommene Federkonstante des Systems. Berücksichtigt man die aufgeführten Formulierungen in der partiellen Differentialgleichung sowie das Geometrieverhältnis des Pfahles nach (2.112), so erhält man mit Umformungen:

$$(2.123) \quad c^2 u_{,xx}(x,t) = u_{,tt}(x,t) + \frac{b'}{\rho \sqrt{A r_g}} u_{,t}(x,t) + \frac{k'}{\rho \sqrt{A r_g}} u(x,t)$$

Die Konstanten b' und k' können auch in der nachstehenden Schreibweise aufgestellt werden, wenn der unter 2.4.3 dargestellte Ansatz von [Randolph, Simons, 1986] Anwendung findet.

$$(2.124) \quad b' = \frac{\sqrt{G \rho}}{2 \rho} ; \quad k' = \frac{\pi G}{A \rho}$$

2.5.2 Berücksichtigung der Randbedingung am Pfahlfuß

Durch den Impuls wird eine Kompressionswellenfront in den Pfahl eingeleitet. Wird der Pfahlfuß als frei aufgelagert angesehen, so wird in Anlehnung an Kapitel 2.2.2 eine Zugwelle reflektiert. Trifft die eingeleitete Welle auf eine feste Auflagerung, so wird diese als Kompressionswelle reflektiert.

Die Annahme dieser Grenzfälle würde die Lösung der Bewegungsgleichung stark vereinfachen. Durch die Rammung des Pfahles wird jedoch eine Verschiebung erzielt, so dass die Randbedingung zwischen den beiden Grenzfällen liegt. Für den Fall einer viskoelastischen Fußauflagerung ohne angekoppelte Masse an der Ortskoordinate $x = L$, kann nach [Warrington, 1996] die Randbedingung wie folgt aufgestellt werden:

$$(2.125) \quad -EAu_{,x}(L, t) = k'_t A_t u(L, t) + b'_t A_t u_{,t}(L, t)$$

k'_t und b'_t stehen für die Feder- und Dämpfungskonstante der Pfahlspitze und A_t für die korrespondierende Fußfläche des Pfahles. Berücksichtigt man die unter Kapitel 2.4.4 dargestellte Lysmer Analogie, so lässt sich Gleichung (2.125) erweitern zu:

$$(2.126) \quad -EAu_{,x}(L, t) = \frac{4Gr_t}{1-\nu} u(L, t) + \frac{3,4r_t^2 \sqrt{\rho G}}{1-\nu} u_{,t}(L, t)$$

Die Erweiterung dieser Randbedingung nach der Theorie von [Holeyman, 1988] und die Berücksichtigung der Pfahlfußfläche als einen kreisrunden Querschnitt, ergeben nach [Warrington, 1996]:

$$(2.127) \quad -EAu_{,x}(L, t) = \frac{4Gr_t}{1-\nu} u(L, t) + E_B A_t u_{,x}(L, t)$$

Der Parameter E_B steht in diesem Falle für den Elastizitätsmodul des Bodens. Diese Erweiterung führt zu einer Eliminierung aller zeitlichen Ableitungen. Die Randbedingung erfüllt somit die unter (2.45) angegebene Gleichung des Sturm-Liouville Problems nach vollständiger Orthogonalität. Die Randbedingung setzt allerdings voraus, dass der Pfahlfuß keine Stauchung erfährt. Eine Stauchung kann jedoch auch in situ bei schwerer Rammung auftreten, so dass derartige Annahmen zwar realistischer für den Pfahlkopf sind, bezogen auf den Fuß aber Vereinfachungen darstellen.

2.5.3 Lösung der Wellengleichung in geschlossener Form

Ist der Formelapparat einmal aufgestellt, bietet die Lösung der Wellengleichung in geschlossener Form den Vorteil, dass keine Integrationen mehr notwendig sind. [Warrington, 1996] schlägt zur Lösung der Problematik folgende Vorgehensweise vor:

- 1) Erfassung des Kraft-Zeit-Verlaufes oder des Verschiebungs-Zeit-Verlaufes des durch den Rammhammer eingetragenen Impulses, z.B. mithilfe messtechnischer Erfassung dieser Daten.
- 2) Lösung der Wellengleichung mittels einer Laplacetransformation für den semi-infiniten Fall. Dies entspricht der Lösung für $t < L/c$.
- 3) Berechnung des Verschiebungs- und Geschwindigkeitsverlaufes als eine Funktion des Ortes zum Zeitpunkt $t = L/c$, durch die man die Initialbedingungen für alle folgenden Schritte erhält.
- 4) Implementierung der Randbedingungen und Berechnung der Eigenwerte und Eigenfunktionen der Fourierreihe. Der Pfahlkopf wird hierbei als frei angenommen.
- 5) Berechnung der Fourierkoeffizienten der unter 3) ermittelten Verlaufsfunktionen. Diese Fourierreihenentwicklung entspricht der Lösung für Werte $t > L/c$.

Das zu untersuchende mechanische System ist in Abbildung 2.18 dargestellt. Sowohl der Pfahlschaft als auch der Pfahlfuß werden als viskoelastisch angenommen.

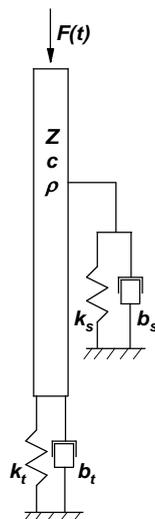


Abb. 2.18: Mechanisches System des Pfahl-Boden-Systems

Man geht davon aus, dass der Boden entlang des Pfahlschaftes eine mittlere Federsteifigkeit und Dämpfung besitzt. Die maßgebliche partielle Differentialgleichung ist in (2.118) dargestellt. Die für den Boden anzusetzenden Größen k und b werden analog zu (2.124) berücksichtigt. Die Initialbedingungen für das Anfangsrandwertproblem lauten:

$$(2.128) \quad u(x,0) = f(x) = 0$$

$$(2.129) \quad u_{,t}(x,0) = g(x) = 0$$

Im ersten Schritt wird mit Gleichung (2.118) eine Laplacetransformation durchgeführt, die auf die Zeit bezogen ist. So erhält man:

$$(2.130) \quad c^2 U_{,xx}(x,s) = s^2 U(x,s) - su(x,0) - su_{,t}(x,0) + s2bU(x,s) - 2bu(x,0) + kU(x,s)$$

Nach Substitution der Initialbedingung aus (2.128) und (2.129) erhält man als Lösung der Differentialgleichung:

$$(2.131) \quad U(x,s) = C_1 \sin\left(\frac{\sqrt{-s^2 - k - 2sbx}}{c}\right) + C_2 \cos\left(\frac{\sqrt{-s^2 - k - 2sbx}}{c}\right)$$

Um einen Anfangswert zu vermeiden, gilt $C_2 = 0$.

$$(2.132) \quad U(x,s) = C_1 \sin\left(\frac{\sqrt{-s^2 - k - 2sbx}}{c}\right)$$

Berücksichtigt man eine allgemeine Kraftfunktion $f(t)$ am Pfahlkopf, so ergibt sich folgende Randbedingung:

$$(2.133) \quad f(t) = -Zcu_{,x}(0,t)$$

Die Laplacetransformierte Funktion lautet:

$$(2.134) \quad F(s) = -Zcu_{,x}(0,s)$$

Die Substitution von Gleichung (2.132) unter folgender Berücksichtigung von $x = 0$ sowie Lösung der Gleichung nach C_1 ergibt:

$$(2.135) \quad C_1 = -\frac{F(s)}{Z\sqrt{-s^2 - k - 2sbs}}$$

Durch Einsetzen der Integrationskonstante in (2.132) erhält man:

$$(2.136) \quad U(x,s) = -\frac{F(s) \sin\left(\frac{\sqrt{-s^2 - k - 2sbx}}{c}\right)}{Z\sqrt{-s^2 - k - 2sbs}}$$

Das Resultat enthält eine polymorphe Gestalt, dessen komplexe Integration nicht an Polen sondern an so genannten branch cuts durchgeführt wird. Um die inverse Laplacetransformation anzuwenden, wird z.B. Borel's Theorem berücksichtigt [Warrington, 1996]. In diesem Fall kann die Lösung in eine Pfahlkopffunktion und in eine Funktion der Pfahlantwort getrennt werden.

$$(2.137) \quad \hat{F}(s) = \frac{F(s)}{Z}$$

$$(2.138) \quad \hat{G}(s) = -\frac{\sin\left(\frac{\sqrt{-s^2 - k - 2sbx}}{c}\right)}{\sqrt{-s^2 - k - 2sb}}$$

mit: $\hat{G}(s)$ = Laplacetransformierte der Pfahlantwortfunktion

$\hat{F}(s)$ = Laplacetransformierte der Pfahlkopffunktion

Die inverse Transformation führt auf:

$$(2.139) \quad \hat{f}(t) = \frac{F_0(t)}{Z}$$

$$(2.140) \quad \hat{g}(t) = e^{-\frac{1}{2}(b-\sqrt{b^2-k})t - \frac{1}{2}(b+\sqrt{b^2-k})t} I_0\left(\sqrt{(b^2-k)\left(t^2 - \left(\frac{x}{c}\right)^2}\right)}\right) \\ = e^{-bt} I_0\left(\sqrt{(b^2-k)\left(t^2 - \left(\frac{x}{c}\right)^2}\right)}\right), \quad t > \frac{x}{c}$$

$$(2.141) \quad \hat{g}(t) = 0, \quad t \leq \frac{x}{c}$$

mit: $\hat{g}(t)$ = Inverse Laplacetransformierte der Pfahlantwortfunktion

$\hat{f}(t)$ = Inverse Laplacetransformierte der Pfahlkopffunktion

I_0 = Modifizierte Besselfunktion 1. Ordnung

Die inverse Darstellung für die Verschiebung kann anhand der dargestellten Gleichungen wie folgt formuliert werden:

$$(2.142) \quad u(x, t) = \hat{f}(t) \times \hat{g}(t) = \frac{1}{Z} \int_{\frac{x}{c}}^t e^{-br} I_0 \left(\sqrt{(b^2 - k) \left(t^2 - \left(\frac{x}{c} \right)^2 \right)} \right) F_0(t - \tau) d\tau, \quad t > \frac{x}{c}$$

Dieses Ergebnis erhält [van Koten, et. al., 1980] in seiner Untersuchung. Die Variable τ steht als Ersatzvariable für Borel's Theorem. Um die Gleichung zu lösen, muss entweder eine polynome Approximation oder die Substitution einer Potenzreihe vorgenommen werden. Für den Pfahlkopf erhält man das Ergebnis, das bereits von [Zhou, Liang, 1996] veröffentlicht worden ist.

$$(2.143) \quad u(x, t) = \hat{f}(t) \times \hat{g}(t) = \frac{1}{Z} \int_{\frac{x}{c}}^t e^{-br} I_0 \left(\sqrt{(b^2 - k) (\tau^2)} \right) F_0(t - \tau) d\tau, \quad t > 0$$

Mit dieser Formulierung wird deutlich, dass im Bezug auf die Ansatzfunktion des Kraftverlaufes am Pfahlkopf stets eine sehr aufwendige Integration notwendig wird. [Warrington, 1996] umgeht dieses Problem, indem er eine konstante Kraft am Pfahlkopf bis zum Zeitpunkt δ nach dem Impuls aufbringt. Ein ähnlicher Ansatz ist auch bei [van Koten, et. al., 1980] zu finden, der die Schwierigkeiten der Integration vereinfacht.

$$(2.144) \quad F_0(t) = F_0, \quad t < \delta, \quad \delta \leq \frac{x}{c}$$

Die Lösung der Besselfunktion stellt ein zentrales Problem dar. Das Argument der Wurzel ist von [Warrington, 1996] derart umgeformt worden, dass man einen dimensionslosen Ausdruck erhält.

$$(2.145) \quad \hat{z} = \left[\underbrace{(b^2 - k) \left(\frac{L}{c} \right)^2}_{\hat{d}} \right] \left[\left(\frac{tc}{L} \right)^2 - \left(\frac{x}{L} \right)^2 \right] = \hat{d} \left[\left(\frac{tc}{L} \right)^2 - \left(\frac{x}{L} \right)^2 \right]$$

Der erste Klammerterm beschreibt die Manteldämpfung sowie das elastische Potential und wird im Folgenden mit \hat{d} bezeichnet. Der verbleibende Klammersausdruck ist vom Grundsatz her eine zeitliche Größe in Einheiten von L/c . Der Maximalwert ist dadurch am Pfahlkopf, also bei $x = 0$ vorzufinden.

Für die erste semi-infinite Phase der Wellenanalyse des Pfahles wächst der Ausdruck bis auf den Einheitswert bis zum Erreichen des Zeitpunktes $t < L/c$. Der Ausdruck \hat{z} , und damit die Systemantwort auf die Erregung am Pfahlkopf, hängt ganz wesentlich vom Parameter \hat{d} ab. Drei unterschiedliche Fälle für die Besselfunktion sind hierbei zu unterscheiden:

1) $b^2 > k, \hat{d} > 0$

Die Besselfunktion besitzt in diesem Fall einen Ursprungswert, der mit der Zunahme von \hat{d} ansteigt. Dies kann unter Umständen zu Problemen führen, ausgenommen für den exponentiellen Term, der mit zunehmenden Werten der Zeit in der Besselfunktion gegen Null konvergiert.

2) $b^2 = k, \hat{d} = 0$

Die Besselfunktion steht in Analogie zu einer stehenden Welle in Übertragungsleitungen. Dieser Fall findet bei Pfahlrammungen keine Anwendung.

3) $b^2 < k, \hat{d} < 0$

Die Besselfunktion wird hier auf den negativen Wert angewendet, der zu einem oszillatorischen Verhalten führt.

Zur Lösung der Besselfunktion kann eine Approximation über die folgende Reihenentwicklung erreicht werden:

$$(2.146) \quad I_0(\sqrt{\hat{z}}) = \sum_{m=0}^{\infty} \frac{(\sqrt{\hat{z}})^{2m}}{2^{2m} m!^2} = \sum_{m=0}^{\infty} \frac{\left(\frac{\hat{z}}{4}\right)^m}{m!^2} = 1 + \frac{\hat{z}}{4} + \frac{\hat{z}^2}{64} + \frac{\hat{z}^3}{2304} + \dots$$

Für alle Werte von \hat{z} konvergiert diese Reihe und beschreibt dann automatisch das Verhalten der Besselfunktion bei Vorzeichenwechseln. Die Anzahl der Reihenelemente richtet sich dabei nach dem Wert von \hat{z} . Dies bedeutet, dass umso größer \hat{z} wird, mehr Reihenglieder für die Konvergenz benötigt werden. In der Arbeit von [Warrington, 1996] sind Untersuchungen zu den möglichen Werten von \hat{d} durchgeführt worden, um die Anzahl der notwendigen Terme der Reihe zu identifizieren.

Der Übergang von der semi-infiniten Phase der Analyse zur Fourierreihenentwicklung ist zum Zeitpunkt $t = L/c$ vorhanden.

Für die Zeit am Übergang wird für den gedämpften Fall die Variable δ eingeführt. Dann gilt: $t = \delta < L/c$ und:

$$(2.147) \quad |\dot{z}_{\max}| \leq |\hat{d}_{\max}|$$

Das unter (2.147) aufgestellte Ungleichgewicht ist von signifikanter Bedeutung, da Fälle existieren, in denen der Maximalwert von \hat{d} nicht durch das Besselargument beschrieben werden kann. Die Substitution von (2.124) in (2.145) für \hat{d} liefert:

$$(2.148) \quad \hat{d} = \left(\frac{\rho_B G_B}{4\rho^2 A r_g} - \frac{\pi G_B}{\rho A} \right) \left(\frac{L}{c} \right)^2 = \frac{G_B}{\rho A} \left(\frac{\rho_B}{4\rho r_g} - \pi \right) \left(\frac{L}{c} \right)^2$$

Der Indize b steht in diesem Falle stellvertretend für den anstehenden Boden, Werte ohne diese Indizierung beziehen sich auf den betrachteten Pfahl. Der Zustand der zuvor beschriebenen stehenden Welle wird genau für die Bedingung:

$$(2.149) \quad r_g = \frac{\rho_B}{\rho 4\pi}$$

erreicht. Die Gleichung zeigt die große Bedeutung des Geometrieverhältnisses in dieser Berechnung. Durch die Pfahlgeometrie wird die Übertragung an den Boden für jedes beliebige Pfahlmaterial und beliebig anstehende Böden bestimmt. Die Gleichung (2.148) zeigt, dass ein großes Geometrieverhältnis ebenfalls große, negative Werte für das Argument zur Folge hat. Nimmt man einen kreisrunden Querschnitt an und eliminiert die Kompressionsgeschwindigkeit, so ergibt sich:

$$(2.150) \quad \hat{d} = \frac{4G_B}{E} \left(\frac{\rho_B}{\rho} - 1 \right) \left(\frac{L}{D} \right)^2$$

mit $D =$ Pfahlaußendurchmesser

Diese Formulierung hängt im Wesentlichen von dem Dichteverhältnis zwischen Boden und Pfahl ab. Insbesondere für Stahlpfähle kann dieser Ansatz zu unrealistisch kleinen Werten führen. Für Rohrpfähle bietet sich daher an, das Verhältnis von Innen- (d) zu Außendurchmesser (D) in Relation zu setzen.

$$d' = \frac{d}{D}$$

Für Rohrpfähle ergibt sich dadurch die abgeänderte Variante:

$$\hat{d} = \frac{4G_B}{E(1-d'^2)} \left(\frac{\rho_B}{\rho(1-d'^2)} - 1 \right) \left(\frac{L}{D} \right)^2$$

[Warrington, 1996] bestimmt die Maximalwerte des Besselargumentes anhand dieser Gleichung numerisch. Der Minimalwert wurde für Betonpfähle mit einem Wert von $\hat{d} > 6$ erreicht. Dieses Ergebnis impliziert eine Reihenentwicklung mit vier Termen zur Approximation von Gleichung (2.146). Da das Erreichen eines solchen Wertes nahezu unwahrscheinlich ist, wird die Reihe aus Übersichtsgründen auf drei Terme reduziert.

Wendet man die Reihendarstellung auf Gleichung (2.142) an, so ergibt sich folgende Formulierung:

$$(2.151) \quad u(x,t) = \frac{1}{Z} \int_{\frac{x}{c}}^t e^{-b\tau} I_0 \left(\begin{array}{c} 1 + \frac{\sqrt{(b^2 - k) \left(t^2 - \left(\frac{x}{c} \right)^2 \right)}}{4} + \\ \frac{\sqrt{(b^2 - k) \left(t^2 - \left(\frac{x}{c} \right)^2 \right)}}{64} \end{array} \right) F_0(t - \tau) d\tau, \quad t > \frac{x}{c} < \delta$$

mit: δ Zeit des simplifizierten Rechteckimpulses

Die Integration dieser Gleichung führt dann auf die Verformung:

$$(2.152) \quad u(x,t) = -\frac{1}{64} \frac{F_0}{ZL^4 b^5} \left(\begin{array}{l} -24\hat{d}^2 c^4 - 24\hat{d}^2 c^3 b x - 32\hat{d} c b^3 L^2 x - 32b^2 \hat{d} c^2 L^2 \\ -64b^4 L^4 - 8b^2 \hat{d}^2 c^2 x^2 + e^{-\frac{b(tc-x)}{c}} b^4 \hat{d}^2 x^4 - 16e^{-\frac{b(tc-x)}{c}} b^4 \hat{d} L^2 x^2 \\ + 64e^{-\frac{b(tc-x)}{c}} b^4 L^4 - 4e^{-\frac{b(tc-x)}{c}} b^2 \hat{d}^2 c^2 x^2 + 32e^{-\frac{b(tc-x)}{c}} b^2 \hat{d} L^2 c^2 \\ + 24e^{-\frac{b(tc-x)}{c}} \hat{d}^2 c^4 - 4e^{-\frac{b(tc-x)}{c}} b^3 c^2 \hat{d}^2 x^2 + 32e^{-\frac{b(tc-x)}{c}} \hat{d} c^2 t b^3 L^2 \\ + 24e^{-\frac{b(tc-x)}{c}} \hat{d}^2 c^4 t b - 2e^{-\frac{b(tc-x)}{c}} \hat{d}^2 c^2 t^2 b^4 x^2 + 16e^{-\frac{b(tc-x)}{c}} \hat{d} c^2 t^2 L^4 b^4 \\ 12e^{-\frac{b(tc-x)}{c}} \hat{d}^2 c^4 t^2 b^2 + 4e^{-\frac{b(tc-x)}{c}} \hat{d}^2 t^3 c^4 b^3 + e^{-\frac{b(tc-x)}{c}} \hat{d}^2 t^4 c^4 b^4 \end{array} \right) e^{-\frac{xb}{c}}$$

Sowie auf die Geschwindigkeit:

$$(2.153) \quad u_{,t}(x, t) = \frac{F_0}{64} \frac{e^{-bt} \left(-\hat{d}x^2 + 8L^2 + \hat{d}t^2 c^2 \right)^2}{ZL^4}$$

Die Spannungen im Pfahl ermitteln sich zu:

$$(2.154) \quad u_{,t}(x, t) = \frac{1}{16} \frac{F_0}{Ab^3 L^4} \left(\begin{array}{l} -8\hat{d}cb^2 L^2 x - 2\hat{d}^2 c^3 x - e^{-\frac{b(tc-x)}{c}} b^2 \hat{d}^2 x^3 c + \\ 2e^{-\frac{b(tc-x)}{c}} \hat{d}^2 c^3 x + 8e^{-\frac{b(tc-x)}{c}} b^2 \hat{d} L^2 xc + \\ 2e^{-\frac{b(tc-x)}{c}} \hat{d}^2 c^3 t b x + e^{-\frac{b(tc-x)}{c}} \hat{d}^2 c^3 t^2 b^2 x \\ -2b\hat{d}^2 c^2 x^2 - 16b^3 L^4 \end{array} \right) e^{-\frac{xb}{c}}$$

Für den Wendepunkt der Welle kann in die Gleichungen für die Zeit $t = \delta$ substituiert werden. Die dargestellte Form bleibt dabei erhalten. Die Fourierkoeffizienten werden anhand dieser Gleichungen ermittelt. Im ersten Schritt wird dafür die Zeit $t' = t - \delta$ definiert und auf die Reihenentwicklung angewendet. Um die Betrachtung zu vereinfachen, wird der Beginn mit $t' = 0$ festgelegt. Am Ende der Herleitung wird die originale Zeitkonvention durch Substitution zurückgeführt. Unterstellt wird, dass die Lösung in der Form

$$(2.155) \quad u(x, t') = e^{\frac{\beta ct' + i\lambda x}{L + L}}$$

beschrieben werden kann. Durch Substitution in die Wellengleichung (2.118) erhält man so:

$$(2.156) \quad u(x, t') \Leftrightarrow -\frac{c^2 \lambda^2 e^{\frac{\beta ct' + i\lambda x}{L + L}}}{L^2} = \frac{\beta^2 c^2 e^{\frac{\beta ct' + i\lambda x}{L + L}}}{L^2} + \frac{2b\beta c e^{\frac{\beta ct' + i\lambda x}{L + L}}}{L} + k e^{\frac{\beta ct' + i\lambda x}{L + L}}$$

Die Umformung der Gleichung nach β ergibt:

$$(2.157) \quad \beta = -\frac{bL}{c} \pm i \frac{\sqrt{b^2 L^2 - c^2 \lambda^2 - kL^2}}{c} = \hat{\alpha} \pm i\omega$$

Durch Umformung von ω erhält man die Vereinfachung:

$$(2.158) \quad \omega = i \frac{\sqrt{b^2 L^2 - c^2 \lambda^2 - kL^2}}{c} = i \sqrt{\left(\frac{L}{c}\right)^2 (b^2 - k) - \lambda^2} = \sqrt{\lambda^2 - \hat{d}}$$

Die Substitution der Vereinfachung in Gleichung (2.155) führt auf:

$$(2.159) \quad u(x, t') = e^{\frac{\alpha ct' + i\lambda x + i\omega ct'}{L}}$$

Die Erweiterung dieser Gleichung liefert:

$$(2.160) \quad u(x, t') = e^{-bt} \left(C_1 \cos\left(\frac{\sqrt{\lambda^2 - \hat{d}c}}{L} t'\right) + C_2 \sin\left(\frac{\sqrt{\lambda^2 - \hat{d}c}}{L} t'\right) \right) \left(C_3 \cos\left(\frac{\lambda x}{L}\right) + C_4 \sin\left(\frac{\lambda x}{L}\right) \right)$$

Die Implementierung der Randbedingungen am Pfahlkopf reduziert die Formulierung ($C_3 = 1, C_4 = 0$) zu:

$$(2.161) \quad u(x, t') = e^{-bt} \left(C_1 \cos\left(\frac{\sqrt{\lambda^2 - \hat{d}c}}{L} t'\right) + C_2 \sin\left(\frac{\sqrt{\lambda^2 - \hat{d}c}}{L} t'\right) \right) \left(\cos\left(\frac{\lambda x}{L}\right) \right)$$

Im nächsten Schritt findet der Pfahlfuß Berücksichtigung. Die folgende Gleichung wird im ersten Schritt in (2.127) substituiert:

$$(2.162) \quad k_t A_t = \frac{4Gr_t}{1-\nu}$$

Mit anschließender Rücksubstitution in (2.161) und Lösung nach λ erhält man:

$$(2.163) \quad \tan(\lambda) = \frac{\sin(\lambda)}{\cos(\lambda)} = \frac{1}{\lambda} \frac{k_t A_t L}{Zc - E_B A_t}$$

Für diese Darstellung sind drei unterschiedliche Fallunterscheidungen möglich:

1) $Zc > E_B A_t$

In diesem Fall wird die rechte Seite positiv und die Lösung für λ_n lautet:

$$\tan(\lambda_n) = \frac{\sin(\lambda_n)}{\cos(\lambda_n)} = \frac{1}{\lambda} \frac{k_t A_t L}{Zc - E_B A_t}$$

$$\pi \left(n - \frac{3}{2} \right) \leq \lambda_n \leq \pi \left(n - \frac{1}{2} \right), \quad n = 1, 2, 3, \dots, \infty$$

2) $Zc < E_B A_t$

Hier wird eine Transformation vom Typ $\lambda' = i\lambda$ vorgenommen, um einen einheitlichen Wert zu erhalten.

$$\tanh(\lambda) = \frac{\sinh(\lambda)}{\cosh(\lambda)} = \frac{1}{\lambda} \frac{k_t A_t L}{Zc - E_B A_t}$$

3) $Zc = E_B A_t$

Der Term des Nenners wird zu Null. Erreicht wird dies auch auf der linken Seite, wenn gilt:

$$\lambda_n = \pi \left(n - \frac{1}{2} \right), \quad n = 1, 2, 3, \dots, \infty$$

Der zuvor beschriebene Fall 1 ist für das Rammen von Stahlelementen am besten geeignet [Warrington, 1996]. Fall 2 ist nur für geschlossene Rohrpfähle denkbar, Fall 3 wird nicht weiter betrachtet. Unterstellt man die Richtigkeit der Lösung von Fall 1, so erhält man für die Verschiebung:

$$(2.164) \quad u(x, t') = e^{-bt'} \sum_{n=1}^{\infty} \cos\left(\frac{\lambda_n x}{L}\right) \left(C_{1n} \cos\left(\frac{\sqrt{\lambda_n^2 - \hat{d}c}}{L} t'\right) + C_{2n} \sin\left(\frac{\sqrt{\lambda_n^2 - \hat{d}c}}{L} t'\right) \right)$$

Für die Geschwindigkeit gilt:

$$(2.165) \quad u_{,t'}(x, t') = e^{-bt'} \sum_{n=1}^{\infty} -b \cos\left(\frac{\lambda_n x}{L}\right) \left(\begin{array}{l} C_{1n} \cos\left(\frac{\sqrt{\lambda_n^2 - \hat{d}c}}{L} t'\right) + C_{2n} \sin\left(\frac{\sqrt{\lambda_n^2 - \hat{d}c}}{L} t'\right) \\ + \frac{\sqrt{\lambda_n^2 - \hat{d}c}}{L} t' - C_{1n} \sin\left(\frac{\sqrt{\lambda_n^2 - \hat{d}c}}{L} t'\right) + C_{2n} \cos\left(\frac{\sqrt{\lambda_n^2 - \hat{d}c}}{L} t'\right) \end{array} \right)$$

Und somit für die Spannungen:

$$(2.166) \quad u_{,x}(x, t') = \frac{Zc}{AL} e^{-bt'} \sum_{n=1}^{\infty} \lambda_n \sin\left(\frac{\lambda_n x}{L}\right) \left(C_{1n} \cos\left(\frac{\sqrt{\lambda_n^2 - \hat{d}c}}{L} t'\right) + C_{2n} \sin\left(\frac{\sqrt{\lambda_n^2 - \hat{d}c}}{L} t'\right) \right)$$

Die Form dieser Gleichungen ist stark von den Werten der enthaltenen Konstanten abhängig. Im vorliegenden Fall fällt ω (vgl. 2.158) die größte Bedeutung zu. Die dargestellten Formeln zur Beschreibung der Wellenausbreitung sind nur für reelle Werte von ω gültig. Sobald ω eine imaginäre Struktur aufweist, gelten die später folgenden Formulierungen. Grundsätzlich ist es möglich, dass bei der Bestimmung der Eigenwerte ein Wechsel von ω vom imaginären zum reellen Zustand stattfindet, so dass die Fourierreihe aus Kreisfunktionen und hyperbolischen Funktionen besteht.

Die Lösungen für den hyperbolischen Typ lauten:

$$(2.167) \quad u(x, t') = e^{-bt'} \sum_{n=1}^{\infty} \cos\left(\frac{\lambda_n x}{L}\right) \left(C_{1n} \cosh\left(\frac{\sqrt{\lambda_n^2 - \hat{d}c}}{L} t'\right) + C_{2n} \sinh\left(\frac{\sqrt{\lambda_n^2 - \hat{d}c}}{L} t'\right) \right)$$

$$(2.168) \quad u_{,t'}(x, t') = e^{-bt'} \sum_{n=1}^{\infty} -b \cos\left(\frac{\lambda_n x}{L}\right) \left(C_{1n} \cosh\left(\frac{\sqrt{\lambda_n^2 - \hat{d}c}}{L} t'\right) + C_{2n} \sinh\left(\frac{\sqrt{\lambda_n^2 - \hat{d}c}}{L} t'\right) + \frac{\sqrt{\lambda_n^2 - \hat{d}c}}{L} t' - C_{1n} \sinh\left(\frac{\sqrt{\lambda_n^2 - \hat{d}c}}{L} t'\right) + C_{2n} \cosh\left(\frac{\sqrt{\lambda_n^2 - \hat{d}c}}{L} t'\right) \right)$$

$$(2.169) \quad u_{,x}(x, t') = \frac{Zc}{AL} e^{-bt'} \sum_{n=1}^{\infty} \lambda_n \sin\left(\frac{\lambda_n x}{L}\right) \left(C_{1n} \cosh\left(\frac{\sqrt{\lambda_n^2 - \hat{d}c}}{L} t'\right) + C_{2n} \sinh\left(\frac{\sqrt{\lambda_n^2 - \hat{d}c}}{L} t'\right) \right)$$

Sowohl für die Kreisfunktionen als auch für die Funktionen hyperbolischen Typs kann zur Bestimmung der Fourierkoeffizienten dieselbe Initialbedingung für die Verformung und Verformungsgeschwindigkeit mittels einer Fourierreihe genutzt werden. Die Reihen werden dann wie folgt definiert:

$$(2.170) \quad u(x, 0) = f(x) = \sum_{n=1}^{\infty} C_{1n} \cos\left(\frac{\lambda_n x}{L}\right)$$

$$(2.171) \quad u_{,t'}(x, 0) = g(x) = \sum_{n=1}^{\infty} \left(-b C_{1n} + C_{2n} \frac{\sqrt{\lambda_n^2 - \hat{d}c}}{L} \right) \cos\left(\frac{\lambda_n x}{L}\right)$$

Die Funktion $f(x)$ ist in Gleichung (2.152) dargestellt und setzt die Substitution von $t = \delta$ voraus. Die Multiplikation beider Seiten von (2.170) mit dem Term $\cos(\lambda_m x/L)$ führt auf:

$$(2.172) \quad C_{1n} \cos\left(\frac{\lambda_n x}{L}\right) \cos\left(\frac{\lambda_m x}{L}\right) = \cos\left(\frac{\lambda_m x}{L}\right) f(x)$$

Die linke Seite wird vollständig für die komplette Pfahlänge integriert; die rechte dagegen nur bis δc , weil die Verschiebung, laut der zuvor getroffenen Konvention, von diesem Punkt an bis zum Pfahlfuß gleich Null ist.

Zusammenfassend gilt:

$$(2.173) \quad C_{1n} \int_0^L \cos\left(\frac{\lambda_n x}{L}\right) \cos\left(\frac{\lambda_m x}{L}\right) dx = \int_0^{\delta c} \cos\left(\frac{\lambda_m x}{L}\right) f(x) dx$$

Die Orthogonalität, die sich auf das Sturm-Liouville Problems bezieht, ist nur für den Fall $m = n$ gewährleistet. Die Lösung der Integrale nach Substitution von $f(x)$ und Lösung nach C_{1n} liefert den ersten Fourierkoeffizienten. Aus Gründen der Übersichtlichkeit wird hier auf die Darstellung verzichtet.

Da der zweite Fourierkoeffizient direkt vom ersten abhängig ist, stellt sich seine Ermittlung komplexer dar. (2.153) zeigt die Funktion $g(x)$ und setzt ebenfalls die Substitution von $t = \delta$ voraus. Beide Seiten werden analog zur vorhergehenden Vorgehensweise multipliziert und integriert. Die Umstellung nach C_{2n} führt auf:

$$(2.174) \quad C_{2n} = \frac{L}{\sqrt{\lambda_n^2 - \hat{d}c}} \left(\frac{\int_0^{\delta c} \cos\left(\frac{\lambda_m x}{L}\right) g(x) dx}{\int_0^L \cos\left(\frac{\lambda_n x}{L}\right) \cos\left(\frac{\lambda_m x}{L}\right) dx} + b C_{1n} \right)$$

Durch Substitution von $g(x)$ und Integration nach (2.174) erhält man C_{2n} . Mit Kenntnis dieser Koeffizienten und infolge der Rücksubstitution der ursprünglichen Zeitkonvention erhält man die Lösung nach der Zeit δ unter Annahme eines gleichförmigen Rechteckimpulses mit der Dauer δ .

Die Lösungen für reelle Werte von ω lauten:

$$(2.175) \quad u(x, t) = e^{-bt'} \sum_{n=1}^{\infty} \cos\left(\frac{\lambda_n x}{L}\right) \left(\begin{array}{l} C_{1n} \cos\left(\frac{\sqrt{\lambda_n^2 - \hat{d}c}}{L}(t - \delta)\right) \\ + C_{2n} \sin\left(\frac{\sqrt{\lambda_n^2 - \hat{d}c}}{L}(t - \delta)\right) \end{array} \right)$$

$$(2.176) \quad u_{,x}(x, t) = \frac{Zc}{AL} e^{-bt'} \sum_{n=1}^{\infty} \lambda_n \sin\left(\frac{\lambda_n x}{L}\right) \left(\begin{array}{l} C_{1n} \cos\left(\frac{\sqrt{\lambda_n^2 - \hat{d}c}}{L}(t - \delta)\right) + \\ C_{2n} \sin\left(\frac{\sqrt{\lambda_n^2 - \hat{d}c}}{L}(t - \delta)\right) \end{array} \right)$$

Analog gilt für die hyperbolischen Funktionen:

$$(2.177) \quad u(x, t) = e^{-bt'} \sum_{n=1}^{\infty} \cos\left(\frac{\lambda_n x}{L}\right) \left(\begin{array}{l} C_{1n} \cosh\left(\frac{\sqrt{\lambda_n^2 - \hat{d}c}}{L}(t - \delta)\right) \\ + C_{2n} \sinh\left(\frac{\sqrt{\lambda_n^2 - \hat{d}c}}{L}(t - \delta)\right) \end{array} \right)$$

$$(2.178) \quad u_{,x}(x, t) = \frac{Zc}{AL} e^{-bt'} \sum_{n=1}^{\infty} \lambda_n \sin\left(\frac{\lambda_n x}{L}\right) \left(\begin{array}{l} C_{1n} \cosh\left(\frac{\sqrt{\lambda_n^2 - \hat{d}c}}{L}(t - \delta)\right) \\ + C_{2n} \sinh\left(\frac{\sqrt{\lambda_n^2 - \hat{d}c}}{L}(t - \delta)\right) \end{array} \right)$$

Zur Verifizierung der mathematischen Herleitungen wurde das von [Warrington, 1997] veröffentlichte Beispiel als Referenz herangezogen. Die maßgebenden Eingangparameter sind in Abbildung 2.19 dargestellt.

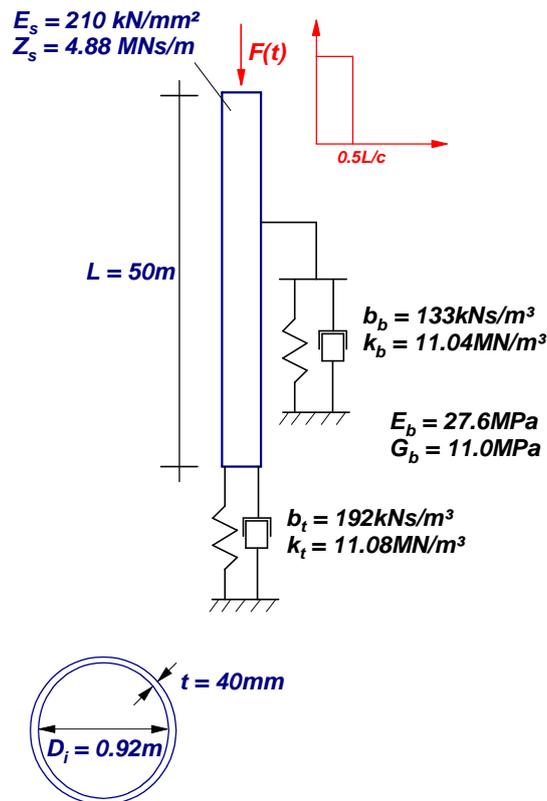


Abb. 2.19: Berechnungsparameter des Pfahl-Boden-Systems

In der Berechnung wird ein 50m langer Stahlrohrpfahl mit einem sprungartigen Rechteckimpuls belastet. In Abbildung 2.20 sind die ermittelten Verschiebungen anhand der geschlossenen Lösung für den Pfahlkopf, die Pfahlmitte sowie der Pfahlspitze dargestellt. Die Werte stimmen dabei mit der Referenz überein.

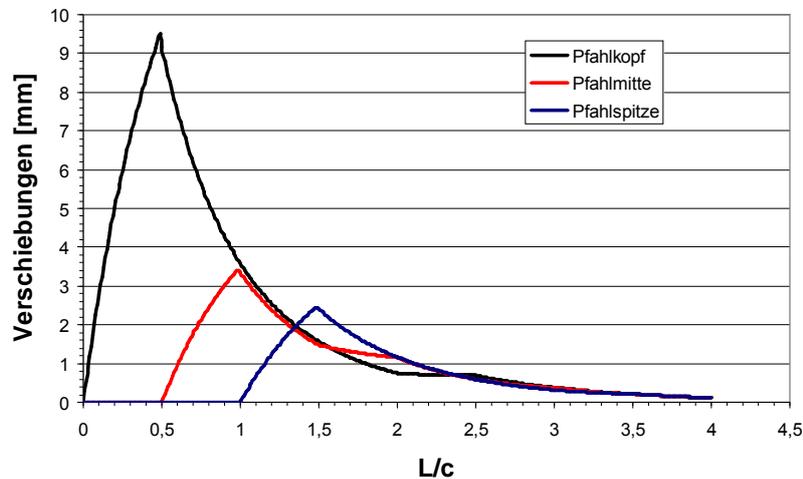


Abb. 2.20: Verschiebungen des Pfahles unter der Impulslast

Anhand dieser Abbildung zeigt sich die Abnahme der maximalen Verschiebungssamplitude entlang der Pfahlachse durch die angreifenden Bodenwiderstände. Analog zu den Verschiebungen sind die Spannungen im Pfahl in Abbildung 2.21 aufgezeigt.

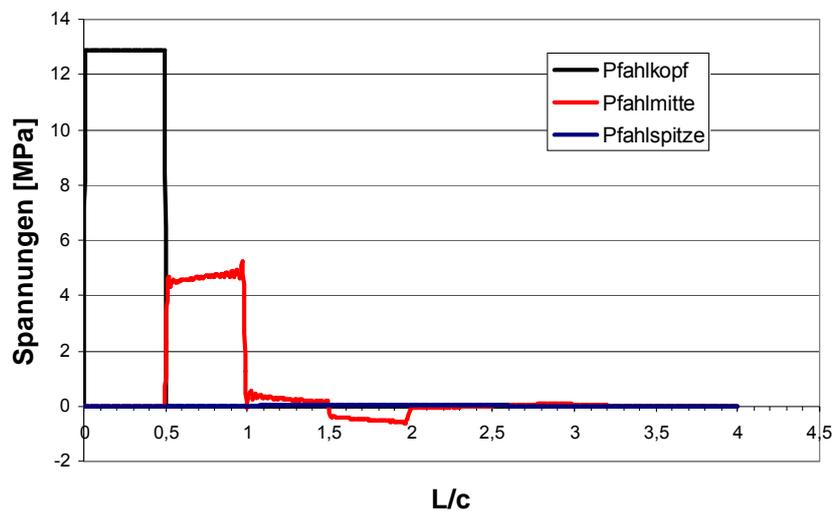


Abb. 2.21: Auftretende Spannungen im Pfahl unter der Impulslast

Die Spannungen entsprechen dem zu erwartenden Verlauf der rechteckförmigen Sprungerregung. Zu beachten ist, dass durch die angreifenden Widerstände des Bodens nur noch ein geringer Anteil der Spannungen an der Pfahlspitze vorzufinden ist.

Das Maximum liegt betragsmäßig unter einem halben MPa, so dass im Vergleich der auftretenden Spannungen die Pfahlspitze sehr kleinen Werten unterliegt.

Die Darstellung macht deutlich, dass die rechnerisch ermittelten Kurvenverläufe das Wellenausbreitungsproblem mathematisch-analytisch beschreiben. Da lediglich ein Feder-Dämpfer Element am Pfahlschaft berücksichtigt wird, sind derartige Ansätze jedoch auf das reale Last-Verformungsverhalten nur bedingt applizierbar.

Grundsätzlich eignen sich derartige Formulierungen für Rammformeln, die einen ersten Eindruck des Verschiebungsverhaltens unter der Rammlast geben und über empirische Korrelationen einen Hinweis auf die mögliche Grenztragfähigkeit geben.

Die Einbindung in den anstehenden Boden umfasst in den meisten Fällen unterschiedliche Bodenarten und somit ebenfalls variierende Festigkeitsparameter. Soll z.B. ein gemessener Kraft-Verschiebungsverlauf adaptiv Berücksichtigung finden, so wird Modellierung des Baugrunds mit inkrementellen Unterteilungen notwendig. In den folgenden Kapiteln werden gemessene Größen aus dynamischen Probelastungen aufgezeigt und die Besonderheiten der Wellenausbreitung anhand dieser Messkurven weiter vertieft.

Die Ermittlung der Grenztragfähigkeit bedingt die Implementierung eines elasto-plastischen Widerstandsmodells anstatt des Federelementes innerhalb der geschlossenen Lösung. Wie das folgende Kapitel zeigt, ist mit derartigen Modellen eine Separation der Einzelwiderstände von Mantelreibung und Spitzendruck möglich.

Zur Berücksichtigung der Dispersion mit bereichsweise veränderbarer Wellengeschwindigkeit im Rammpfahl müssen komplexe Ansatzfunktionen im Frequenzbereich integriert werden. Dann kann das insgesamt dispersive Wellenausbreitungsproblem weiterhin anhand der eindimensionalen Wellengleichung modelliert werden.

3 Dynamische Pfahlprobekbelastungen

3.1 Einleitung

Prüfungen der axialen Grenztragfähigkeit können grundsätzlich durch verschiedene Verfahren erfolgen (vgl. Abb. 3.1). Die klassische Methode stellt die statische Probebelastung dar. Die Prüflast wird hierbei über Pressen in den Pfahl eingeleitet, die über eine Lasttraverse, Totlast oder Ankerkrone rückverankert sind. Die Kraft der Belastung und die damit verbundene Verschiebung des Pfahlkopfes werden messtechnisch erfasst. Die auswertende Darstellung der statischen Probebelastung erfolgt in der Widerstands-Setzungs-Linie.

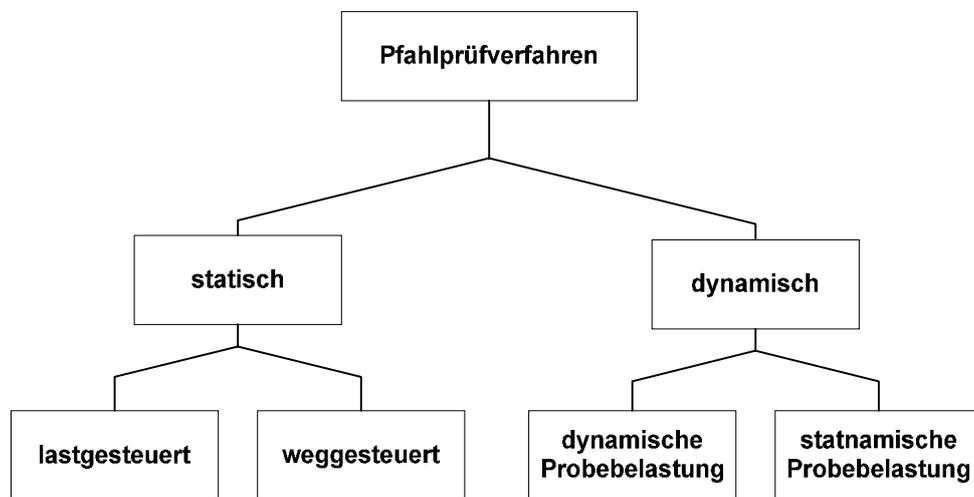


Abb. 3.1: Pfahlprüfverfahren

Das Verfahren der dynamischen Probebelastungen gilt weltweit als ein anerkanntes Verfahren, um die Grenztragfähigkeit von Pfählen zu bestimmen. Im Gegensatz zur statischen Probebelastung werden nicht direkt die Kraft und die am Pfahlkopf auftretenden Verschiebungen gemessen, sondern als Ersatzgrößen die Dehnung und die Beschleunigung im unmittelbaren Pfahlkopfbereich. Anhand dieser gemessenen Größen wird die statische Grenztragfähigkeit entweder direkt aus geschlossenen Formeln oder indirekt über Berechnungsmodelle des gemessenen Kraft-Schwinggeschwindigkeitsverlaufs simuliert. In Deutschland erhält diese Prüfmethode den Status eines anerkannten Verfahrens durch die bauaufsichtliche Einführung der DIN 1054:2005. Die wesentlichen Vor- und Nachteile der dynamischen Verfahren gegenüber der statischen Probebelastung sind in Abbildung 3.2 dargestellt.

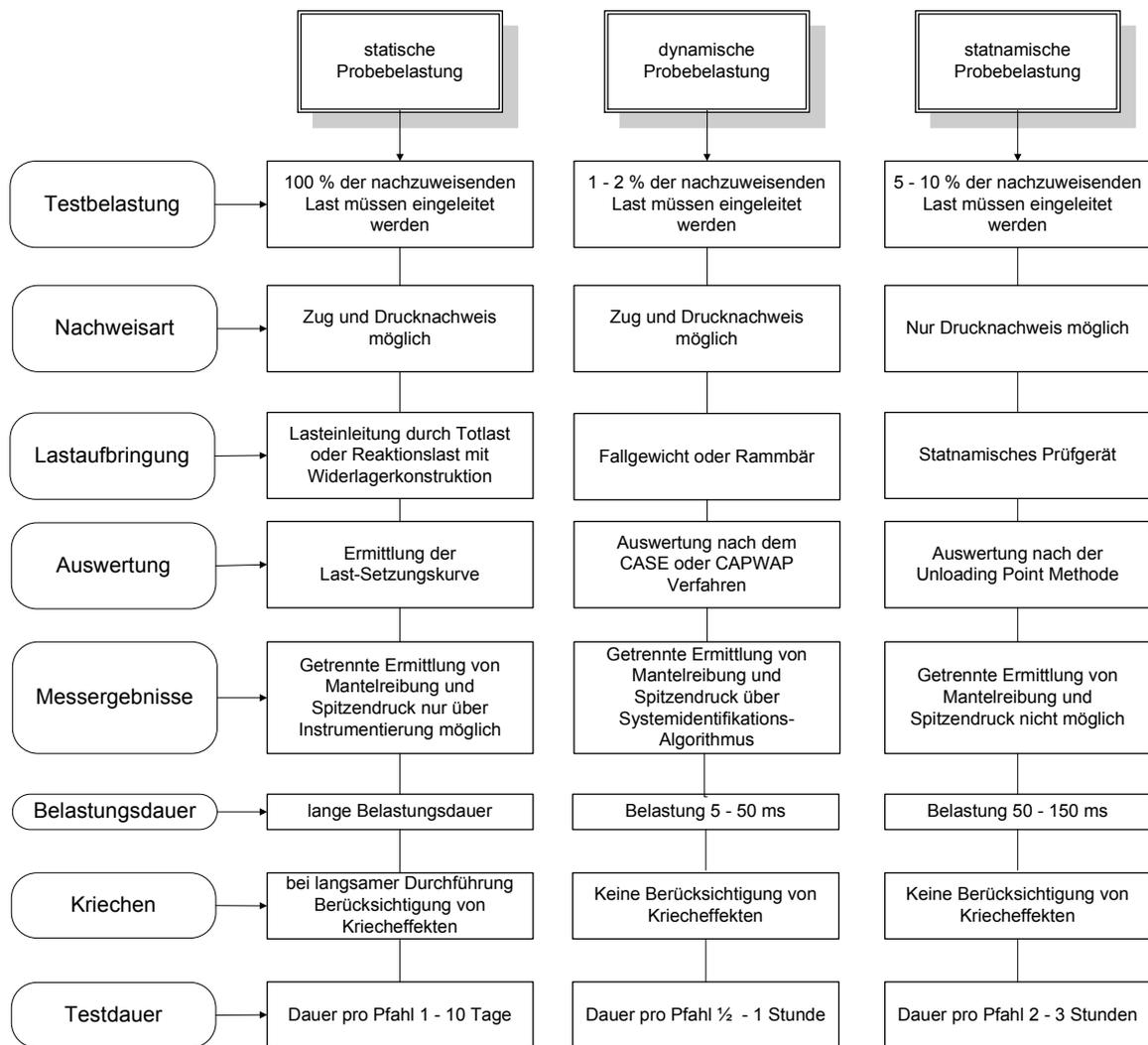


Abb. 3.2: Eigenschaften der unterschiedlichen Prüfmethode

In jüngster Zeit werden auch statnämische Probebelastungen immer häufiger ausgeführt. Im englischsprachigen Raum bezeichnet man dieses Prüfverfahren auch als Rapid Load Test. Diese Belastungsart ist ebenfalls unter den dynamischen Verfahren einzugliedern. Der Hauptunterschied ist allerdings in der Lasteinleitung begründet. Während bei der dynamischen Probebelastung ein relativ kurzer Rammschlag aufgezungen wird, der zu einem Wellenausbreitungsproblem führt, wird bei der statnämischen Probebelastung ein langer Impuls eingeleitet, so dass der Pfahl bis zu einer gewissen Grenzlänge eine reine Druckbelastung erfährt.

3.2 Prüfungsarten

Dynamische Probelastungen können zu unterschiedlichen Zeitpunkten ausgeführt werden. Bei den im Folgenden beschriebenen Möglichkeiten wird die statische Tragfähigkeit aus dem Verhalten unter dynamischer Beanspruchung bestimmt.

1) *Rambbegleitende Messungen*

Die Tragfähigkeitsentwicklung wird während des kompletten Rammvorgangs messtechnisch erfasst.

2) *End-of-Driving Test*

Die Tragfähigkeit des Pfahles wird am Ende des Rammvorgangs bestimmt. Eine Standzeit des Pfahles ist nicht vorhanden.

3) *Restrike Test*

Die Tragfähigkeit des Pfahles wird anhand weniger Prüfschläge nach ausreichender Standzeit des Probepfahles festgestellt.

Die Ausführung der dynamischen Probelastungen ist direkt aus der individuellen bauaufsichtlichen Fragestellung abzuleiten. Rambbegleitende Messungen werden in der Regel vor einer Baumaßnahme durchgeführt, um eine Rammbarkeitsstudie durchzuführen. Erste Aufschlüsse über die Tragfähigkeitsentwicklung in Abhängigkeit der Einbindetiefe des Pfahles können hierbei durch die Proberammung eines Pfahles gemacht und der Rammhammer im Hinblick auf seine Leistung beurteilt bzw. optimiert werden.

Infolge des Rammvorgangs wird die Interaktionsfläche zwischen Pfahl und Boden derart geschwächt, dass die aus den Messungen ermittelte Tragfähigkeit lediglich einer momentanen Tragfähigkeit entspricht. Insbesondere bei bindigen Böden, bei denen zusätzlich große Einflüsse von Porenwasserüberdrücken entlang der Mantelfläche maßgebend werden, kann die Tragfähigkeit durch den Herstellungsvorgang stark vermindert sein. In Abbildung 3.3 ist das Ergebnis einer rambbegleitenden Messung dargestellt. Unter Annahme eines empirischen Dämpfungsfaktors, werden die Kurven der Grenztragfähigkeitsentwicklung in Abhängigkeit der Einbindelänge aufgezeigt.

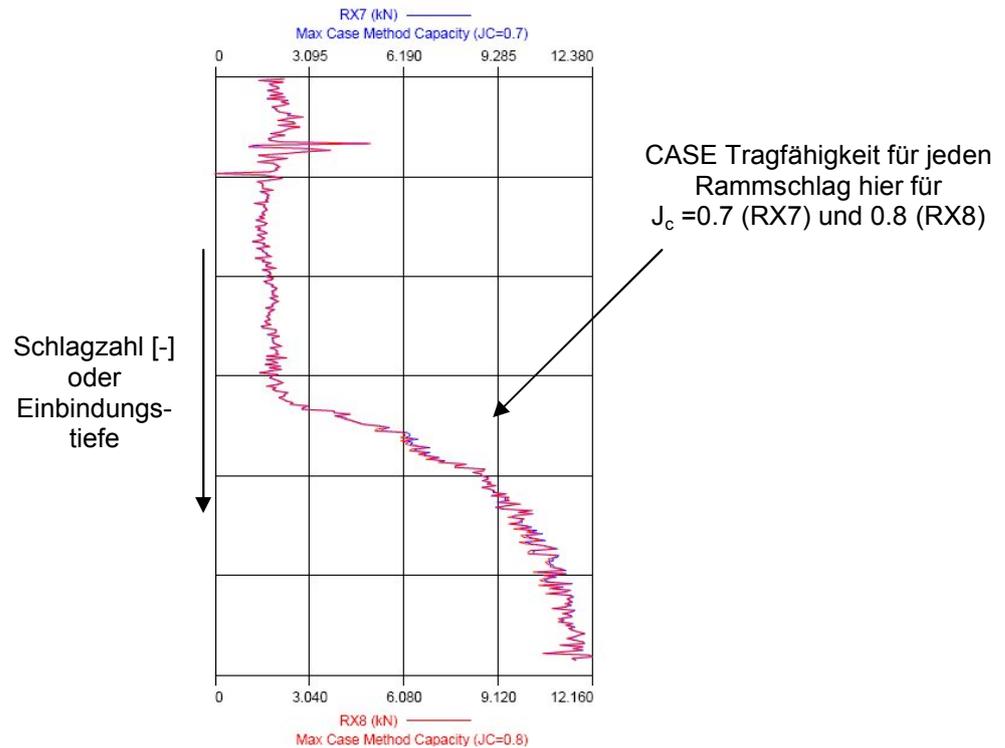


Abb. 3.3: Ergebnis einer rambbegleitenden Messung

Bei der rambbegleitenden Messung werden in der Regel die letzten Schläge einer erweiterten Auswertung unterzogen, um eine Separation der Einzelwiderstände, Mantelreibung und Spitzendruck, zu erreichen. Diese Auswertung der letzten Schläge der Pfahlrammung bezeichnet man als End-of-Driving Test. Auf die Auswertung derartiger Probelastungen wird in einem späteren Kapitel näher eingegangen.

Der so genannte Restrike Test wird erst nach einer ausreichenden Standzeit des Rammpfahles von mindestens 10 – 14 Tagen durchgeführt. Der Probepfahl wird hierbei erneut durch den Rammhammer oder durch ein Freifallgewicht belastet. Mit zunehmender Standzeit eines Pfahles ist in vielen Fällen nach dessen Herstellung mit einem Tragfähigkeitszuwachs (Setup Effect) zu rechnen, der in Abhängigkeit vom Pfahlsystem sowie vom anstehenden Boden die ermittelte Anfangstragfähigkeit zum Zeitpunkt der Herstellung übersteigt. Der Grund für diese Zunahme ist vornehmlich in der Verfestigung des Bodens im Mantelbereich zu finden, so dass die eingeleitete Belastung verstärkt über Mantelreibungskräfte abgetragen werden kann. Eine generelle Aussage bezüglich des Setup Effektes ist in der Regel jedoch nicht möglich. Die Schwankungen der ansteigenden Grenztragfähigkeit unterliegen großen Streubreiten, so dass die Tragfähigkeitszunahme immer nachgewiesen werden sollte.

In bestimmten Fällen können zeitabhängige Vorgänge im Boden auch zur Tragfähigkeitsreduktion führen. Dies entspricht jedoch nicht dem Regelfall.

3.3 Durchführung von dynamischen Probelastungen

Mit dem Aufprall des Rammhammers auf den Pfahlkopf ist ein mechanischer Spannungsanstieg im Pfahl verbunden, der im unmittelbaren Einleitungsbereich nicht konstant über den Pfahlquerschnitt verteilt ist. In Anlehnung an das Prinzip von St. Venant wird davon ausgegangen, dass die Stoßwellenfront nach einem Ausbreitungsweg, der mindestens dem 1,5 fachen des Pfahldurchmessers entspricht, als eben angesehen werden kann. Die Messaufnehmer werden aus diesem Grund in entsprechendem Abstand unter dem Pfahlkopf montiert. In Abbildung 3.4 ist die Aufnehmeranbringung für die verschiedenen Pfahltypen dargestellt.

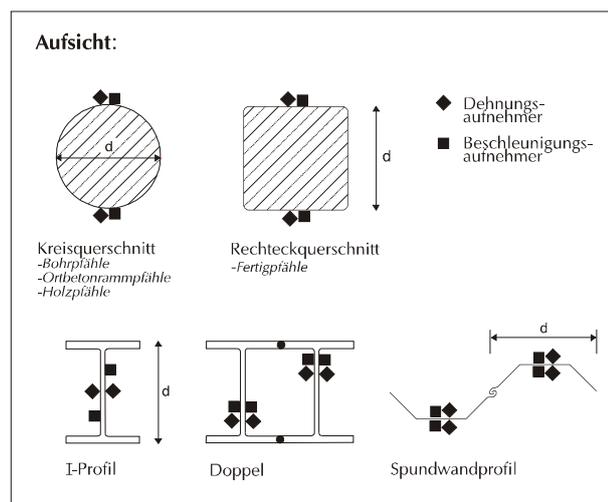


Abb. 3.4: Messaufnehmeranbringung

Anhand der zuvor beschriebenen Gründe finden immer mindestens zwei Dehnungs- sowie Beschleunigungsaufnehmer bei diesen Verfahren Anwendung. Bei einigen Pfahltypen werden allerdings mehr Aufnehmer benötigt. Doppelbohlen für kombinierte Spundwände zeigen oftmals Einflüsse durch Querschwingungen, die durch große freistehende Längen des Pfahles unterstützt werden. Die Aufnehmer werden daher an beiden Stegen auf gegenüberliegenden Seiten angebracht, so dass das arithmetische Mittel der aufgezeichneten Signale den klassischen Verlauf aufweist. Bei Spundwandprofilen ist aufgrund ihrer speziellen Form ebenfalls mit einer erhöhten Aufnehmeranzahl zu prüfen.

Bei Ortbetonpfählen ist es notwendig, auf den gekappten Pfahlkopf eine Stahlhülse aufzubetonieren (vgl. Abbildung 3.5). Wird die Last ohne diese Vorkehrung in den Pfahl eingeleitet, kommt es zu Beschädigungen des Pfahlkopfes, die das Messsignal stark beeinflussen.

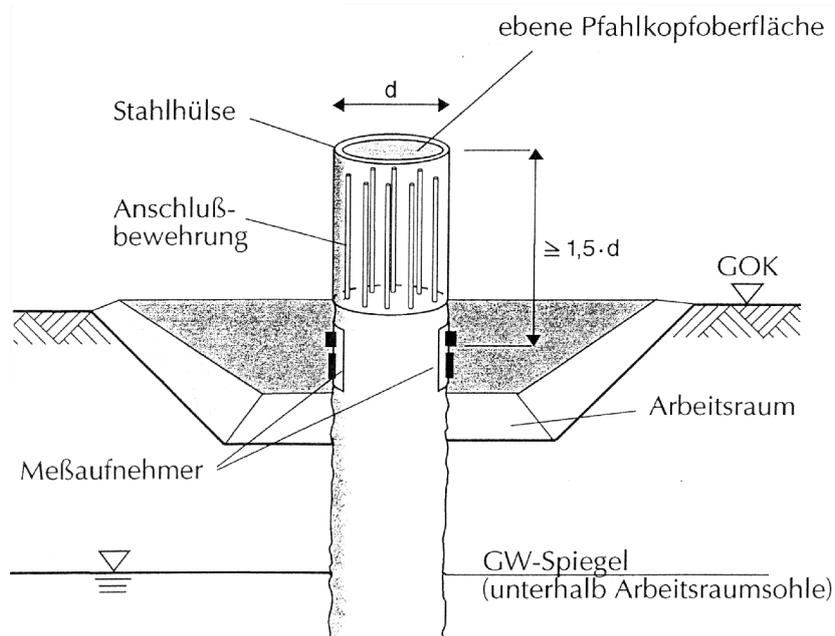


Abb. 3.5: Vorbereitende Maßnahmen an Ortbetonpfählen

Die Messketten sind an einen Baustellencomputer angeschlossen, der über einen A/D-Wandler mit spezieller Software verfügt. Die Daten werden erfasst und auf einem Speichermedium hinterlegt. Die Messfrequenz sollte sich zwischen 2 und 10 KHz bewegen. In Abbildung 3.6 ist das komplette Messequipment der Firma PDI, Cleveland, USA dargestellt.

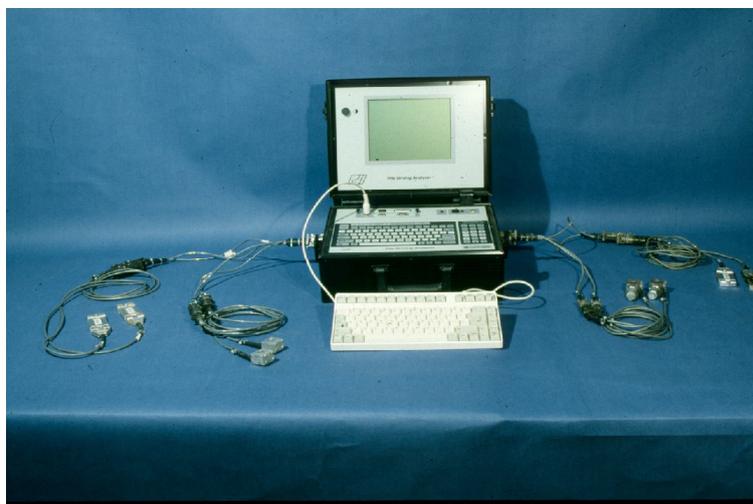


Abb. 3.6: Messgerät und Messketten der Firma PDI

Solange kein Einfluss aus dem umgebenden Boden auf den Pfahl einwirkt, ergibt sich die Proportionalität von Pfahlnormalkraft F und Schwinggeschwindigkeit v (vgl. 2.15) der zum Pfahlfuß laufenden Stoßwelle aus der Lösung der Differentialgleichung. Die Proportionalitätsbedingung dient als ein erstes Kriterium bei der Beurteilung der Qualität des aufgezeichneten Messsignals. Ist die Proportionalität nicht im Signal zu verzeichnen, liegt in der Regel eine fehlerhafte Messung oder eine falsche Kalibrierung der Aufnehmer vor. Die Abbildung 3.7 zeigt das typische Messsignal einer Tragbohle mit Flügelenerweiterung im Pfahlfußbereich.

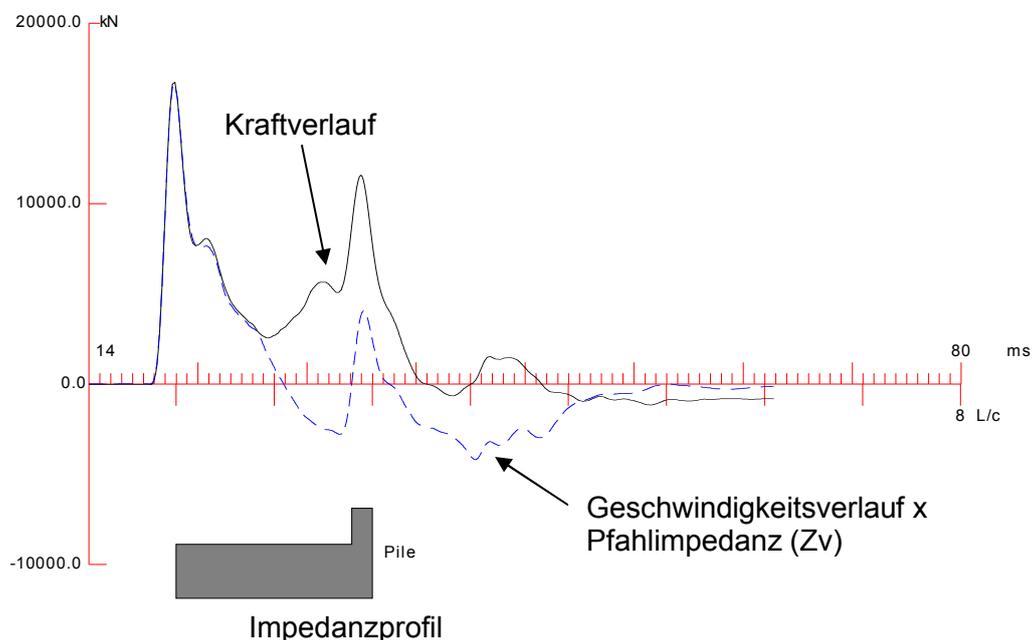


Abb. 3.7: Messkurven einer dynamischen Probelastung

Ungefähr bis zur Hälfte seiner Länge besitzt der Pfahl keine Einbindung in den Boden. Bis zu diesem Zeitpunkt dürfen sich die Kurvenläufe nach dem Prinzip von Timoshenko nicht trennen. Erst nach Auftreffen der Welle im Interaktionsbereich des Bodens kommt es zu einer deutlichen Trennung der beiden Messkurven. Die Größe der Klaffung zwischen den beiden abgebildeten Kurven ist ein Maß für die Größe der am Pfahl angreifenden Widerstandskräfte. Die Proportionalität bis zum ersten Maximum des eingeleiteten Impulses muss immer gewährleistet sein. Auch bei Pfählen, die bereits kurz unter der Krafteinleitungsstelle in den anstehenden Baugrund einbinden.

3.4 Auswertungsmethoden

Die Auswertung dynamischer Probelastungen wird in direkte und indirekte bzw. erweiterte Methoden unterschieden. Unter Annahme einer geschlossenen Formel wird die Tragfähigkeit bei den direkten Verfahren direkt aus dem Messsignal abgegriffen. Dämpfungserscheinungen werden hierbei über empirische Werte im Formelapparat eliminiert.

3.4.1 Direkte Verfahren

Das CASE Verfahren stellt das am häufigsten verwendete direkte Verfahren dar. Weitere geschlossene Lösungen sind z.B. das TNO-Verfahren oder die von [Kolymbas, 1989] vorgeschlagene Variante.

Beim CASE Verfahren werden die notwendigen Größen direkt aus dem Messsignal gewonnen, so dass unmittelbar nach jedem einzelnen Prüfschlag die Tragfähigkeit in situ bestimmt werden kann. Die gemessene Gesamtkraft ergibt sich aus den abwärts und aufwärts gerichteten Wellenanteilen.

$$(3.1) \quad F = F_i(\downarrow) + F_r(\uparrow)$$

Geht man davon aus, dass ein Pfahl zum Zeitpunkt t_1 mit einem Rammhammer belastet wird, erreicht die Welle den Pfahlkopf zum Zeitpunkt $t_2 = t_1 + 2L/c$ (vgl. Abbildung 3.8) zusammen mit allen Widerstandskräften R . R besteht in diesem Falle aus Mantelreibungskräften R_m und Spitzendruckkraft R_s . Beide machen sich als Reflektionen im Messsignal bemerkbar.

$$(3.2) \quad F_r(\uparrow, t_2) = F_i(\downarrow, t_1) + R$$

Nach dem Widerstand R umgeformt und unter Verwendung der Darstellung aus Gleichung (2.20) erhält man:

$$(3.3) \quad R = \frac{1}{2}(F_1 + Zv_1) + \frac{1}{2}(F_2 - Zv_2)$$

F_1 und v_1 beschreiben die gemessene Kraft und Geschwindigkeit zum Zeitpunkt t_1 . Analog gilt diese Konvention auch für F_2 und v_2 . Druckwellen sind laut Vorzeichenkonvention positiv und Zugwellen negativ zu definieren. Diese Gleichung stellt die Grundgleichung für das CASE Verfahren dar. Aufgrund der Wellenlaufzeiten und Reflektionen sind die an verschiedenen Orten auftretenden Widerstände auch zu unterschiedlichen Zeiten am Pfahlkopf messbar.

Zur Bestimmung des dynamischen Bodenwiderstandes sind weitere Annahmen zu treffen. Die viskose Dämpfung wird bei dem CASE Verfahren am Pfahlfuß konzentriert angenommen. Sie ist geschwindigkeitsabhängig und somit ergibt sich für den dynamischen Widerstand:

$$(3.5) \quad R_{dyn} = J_v \times v_{Fu\beta} = J_c \times Z \times v_{Fu\beta}$$

Der Parameter J_c ist der CASE Faktor. Die Multiplikation mit der Impedanz führt auf einen dimensionslosen Wert. Die Welle erreicht den Pfahlfuß nach der Zeit $t = L/c$. Für einen freien Pfahlfuß lässt sich nach [Rausche et. al., 1985] unter Berücksichtigung der aufwärts gerichteten Mantelwiderstände die Pfahlfußgeschwindigkeit wie folgt definieren:

$$(3.6) \quad v_{Fu\beta}(t) = \frac{1}{Z} F(t - L/c) + v(t - L/c)$$

Den Einfluss der am Pfahlmantel entstandenen, abwärts gerichteten Teilwelle auf die Pfahlfußgeschwindigkeit drückt die folgende Formulierung aus.

$$(3.7) \quad v_{Fu\beta,i}(t) = -\frac{1}{Z} R_{m,i}$$

Fasst man die Geschwindigkeitsanteile nach Gleichung (3.7) zusammen und erweitert (3.6) um diese Summe, dann folgt:

$$(3.8) \quad v_{Fu\beta}(t + L/c) = v(t) + \frac{1}{Z} [F(t) - R(t)]$$

Mit dieser Pfahlfußgeschwindigkeit kann nun der dynamische Widerstand nach Gleichung (3.5) bestimmt werden.

$$(3.9) \quad \begin{aligned} R_{stat}(t) &= R(t) - R_{dyn}(t) \\ &= R(t) - J_c Z \left[v(t) + \frac{1}{Z} (F(t) - R(t)) \right] \end{aligned}$$

Bei den Widerständen soll die dargestellte Abhängigkeit von der Zeit darauf hinweisen, dass sich für verschiedene Auswertzeitpunkte der Messkurven auch unterschiedliche Widerstände errechnen lassen. Der maßgebliche statische Widerstand ergibt sich als Maximum des Messzeitraumes.

Der CASE Faktor J_c lässt sich entweder aus dem Vergleich von statischen und dynamischen Probelastungen ermitteln oder man benutzt ihn als Schätzwert aus der Fachliteratur. In Abbildung 3.9 ist der CASE Faktor für unterschiedliche Bodenarten dargestellt.

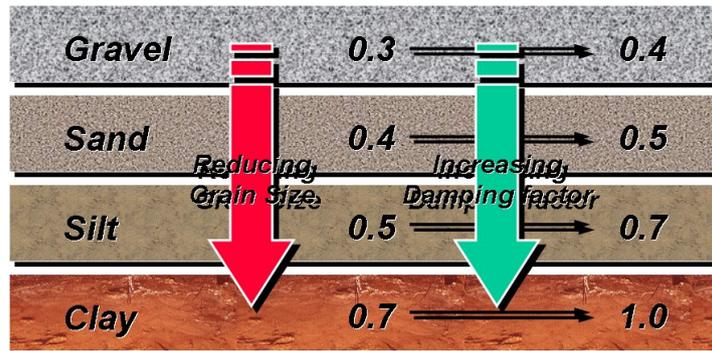


Abb. 3.9: CASE Faktoren [GRL, 2000]

CASE Faktoren wurden von [Goble et al., 1975], später auch von [Rausche et al., 1985] anhand großer Datenmengen von vergleichenden Probelastungen ermittelt. Den Bodenarten sind Bandbreiten von möglichen Parametern zugewiesen worden. Die Praxis zeigt allerdings, dass die CASE Faktoren, selbst für Sand, starken Streubreiten unterliegen, so dass nach eigener Einschätzung grundsätzlich eine Kalibrierung stattfinden sollte. Nur wenn in vergleichbaren Böden Erfahrungswerte über Probelastungen vorliegen, kann auf eine Kalibrierung verzichtet werden.

Findet das CASE Verfahren Anwendung, müssen alle damit verbundenen Einschränkungen berücksichtigt werden, um grobe Fehlinterpretationen zu vermeiden. Einige der Anwendungsgrenzen ergeben sich direkt aus den theoretischen Grundlagen.

Der Pfahl muss eine konstante Impedanz besitzen, d.h. darf keine Querschnittsveränderungen entlang der Pfahlachse aufweisen. Pfähle mit Fußerweiterungen oder angeschweißten Flügelkonstruktionen sind immer einer erweiterten Auswertung zu unterziehen.

Dämpfungserscheinungen treten nur an der Pfahlspitze auf und sind viskoser Natur. Die Größe der Dämpfungskonstante sollte mithilfe des bereits beschriebenen Verfahrens ermittelt werden. Die Bodenwiderstände an Mantel und Spitze besitzen einen elasto-plastischen Charakter. Dispersionserscheinungen treten nicht auf. Die Höhe der Belastung reicht aus, um alle Widerstände zu mobilisieren. Reicht die Verschiebung des Pfahles nicht aus, so erhält man in der Regel eine mobilisierte Tragfähigkeit, die betragsmäßig unter der Grenztragfähigkeit liegt (vgl. Abbildung 3.10).

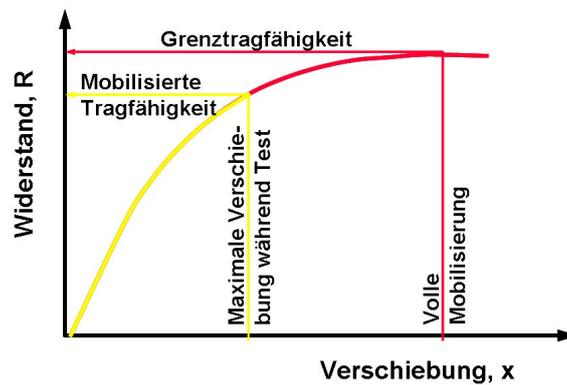


Abb. 3.10: Mobilisierte Tragfähigkeit und Grenztragfähigkeit

Um den Zeitraum $2L/c$ genau ermitteln zu können, muss die Wellengeschwindigkeit präzise bestimmt sein. Sie sollte direkt aus dem Messsignal vom eingeleiteten Maximalpeak bis zur ersten Pfahlfußreflexion aus dem Geschwindigkeitsverlauf abgegriffen werden. Wird der Gesamtwiderstand nur für kurze Zeit geweckt, haben selbst kleine Fehler bei der Wellengeschwindigkeitsbestimmung einen großen Einfluss auf die errechnete Tragfähigkeit des Pfahles. Diese Problematik zeigt sich ebenfalls bei starken Mantelwiderständen, durch die kein eindeutiger Pfahlfußreflex im Messsignal feststellbar ist und somit keine Pfahlänge aus dem Messsignal bestimmt werden kann.

Des Weiteren dürfen keine Restspannungen im Pfahl vorhanden sein. Bei sehr langen Pfählen und hohen Mantelreibungskräften führen Restspannungen zu einer Unterschätzung der Tragfähigkeit [Holloway et al., 1975].

Da bei der Ermittlung der statischen Tragfähigkeit die Pfahlfußgeschwindigkeit benutzt wird, wirkt sich der Dämpfungsfaktor bei großen Fußgeschwindigkeiten besonders stark aus. Dieser Effekt tritt auf, sobald nur geringe Bodenwiderstände im Vergleich zum Belastungsimpuls zur Verfügung stehen. Das Verhalten des Pfahles ist dann mit einem Pfahl mit freier Fußauflagerung vergleichbar. Dies ist zum Beispiel bei sehr leichter Rammung der Fall. Bereits kleine Fehler bei der Bestimmung der Dämpfungskonstante wirken sich stark auf die ermittelte Tragfähigkeit aus: Sie kann sowohl unterschätzt als auch überschätzt werden.

3.4.2 Indirekte Verfahren

Bei den indirekten Verfahren wird in der Regel ein diskretes numerisches Modell zugrunde gelegt. Die ersten Untersuchungen, die die Rammung von Pfählen behandelten, sind von [Smith, 1960] vorgestellt worden. Für den angreifenden Bodenwiderstand werden vereinfachte Annahmen getroffen. Der statische Mantelwiderstand wird in der Regel als bilinear elasto-plastisch angenommen und der dynamische Anteil durch einen viskosen Ansatz abgebildet (vgl. Abbildung 3.11).

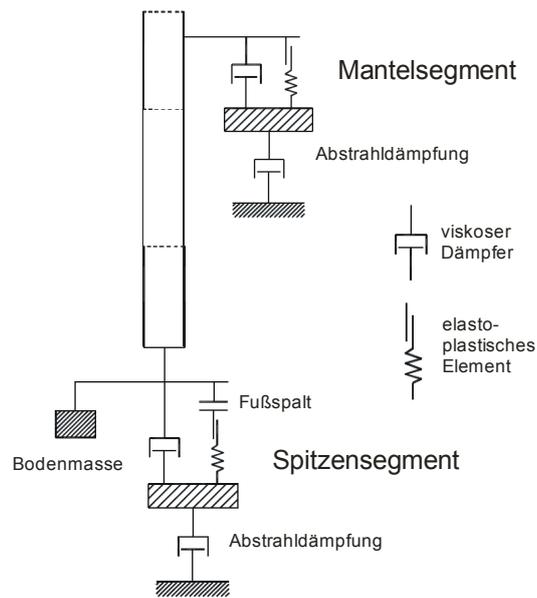


Abb. 3.11: Diskretisiertes Pfahl-Boden-Modell

Die Lösung des Problems wird dann wie bei einem System-Identifikations-Algorithmus vorgenommen. Das CAPWAP (Case Pile Wave Analysis Programm) ist das bekannteste dieser Verfahren. In den 80 Jahren wurde eine weitere Variante, das so genannte TNOWave Programm aus den Niederlanden, vorgestellt.

Als äußere Belastung wird der Geschwindigkeits-Zeit-Verlauf auf das vereinfachte und diskretisierte Pfahl-Boden Modell aufgebracht. Die Parameter für den Bodenwiderstand schätzt man zunächst oder leitet sie aus der einschlägigen Literatur bzw. aus Erfahrungen ab. Die Wellenausbreitung im Pfahl und die Einflüsse der Bodenwiderstände werden rechnerisch nachvollzogen; der rechnerische Kraft-Zeit-Verlauf am Pfahlkopf muss ermittelt werden. Er ist von den gewählten Bodenparametern abhängig und kann dem gemessenen Verlauf jederzeit gegenübergestellt werden. Die Parameter werden so lange angepasst, bis es zwischen berechneter und gemessener Kurve zu einem Minimum der Fehler kommt.

Bei derartigen Verfahren ist problematisch, dass keine eindeutige Lösung im mathematischen Sinne existiert. Gute Angleichungen zwischen Rechnung und Messung können mit unterschiedlichen Parametersätzen erreicht werden. Dies bedeutet, dass die Auswertung dynamischer Probelastung eine ausreichende Erfahrung mit dem Messequipment und einen gut ausgebildeten geotechnischen Sachverstand voraussetzt.

Während bei gegebenen Beiwerten und bekannter Belastung $F(t)$ üblicherweise eine eindeutige Lösung $u(x,t)$ gesucht wird, stellt sich für das CAPWAP Verfahren die Problematik in umgekehrter Weise [Balthaus, 1986]. Die Belastung und die zugehörigen Bewegungsgrößen sind im Rahmen der messtechnischen Genauigkeit bekannt. Dagegen sind die den Boden betreffenden Größen nicht bekannt. Während eine eindeutige Lösung der Differentialgleichung bei bekannten Beiwerten und bekannter Belastungsfunktionen auf analytische oder numerische Weise erfolgen kann, ist die Lösung des CAPWAP Problems nur auf iterativem Wege möglich. Würde eine eindeutige Lösung der Problematik existieren, so dass ebenfalls eine eindeutige Verteilung der Bodenparameter anwendbar wäre, dann würde der errechnete mit dem gemessenen Kraftverlauf ohne Abweichung für den gesamten Messzeitraum übereinstimmen.

Die Lösung der partiellen Differentialgleichung setzt eine Diskretisierung in Raum und Zeit voraus. [Klingmüller, 1984] sieht in der Diskretisierung und den Unstetigkeitsstellen des Bodenwiderstandes den Hauptgrund für die nicht eindeutige Lösung des inversen Problems. Eine weitere wesentliche Ursache liegt allerdings in den mangelnden Beschreibungen und Widerstandsgesetzen des Bodenwiderstandes begründet. Darüber hinaus sind Ungenauigkeiten, die aufgrund mangelnder Messtechnik und damit verbundener Messfehler entstehen, zu vermeiden.

Infolge dieser Umstände kann lediglich die Abweichung zwischen gemessener und berechneter Kurve minimiert werden. Die Forderung für das minimierende Funktional D kann lediglich integral erfolgen und wird im mathematischen Sinne wie folgt definiert:

$$(3.10) \quad D = \int_0^{t_{\max}} |F(t) - F^*(t)| dt \doteq Min$$

Die Dissertation von [Balthaus, 1986] liefert eine detaillierte Untersuchung zu dieser Problematik. In den folgenden Abbildungen ist der Vergleich der gemessenen und berechneten Kurve für die Kraft sowie die Geschwindigkeit für die erreichte Minimal-schranke wiedergegeben. Der Vergleich der Kurven zeigt eine gute Übereinstimmung beider Kurven, ihr Verlauf kann jedoch nicht exakt nachgebildet werden.

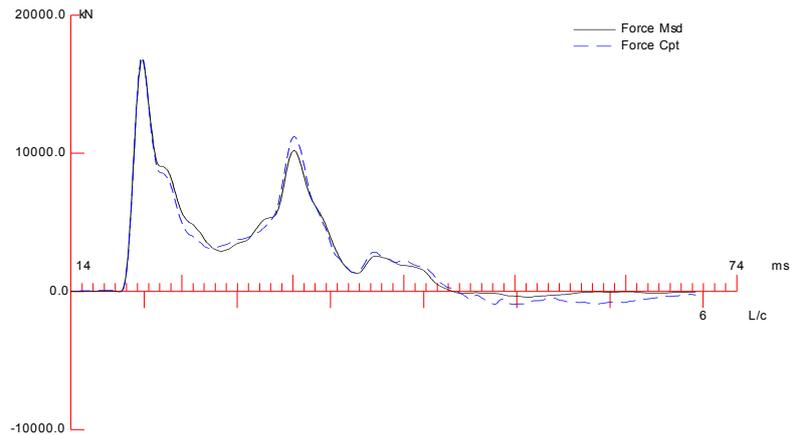


Abb. 3.12: Berechneter und gemessener Kraftverlauf

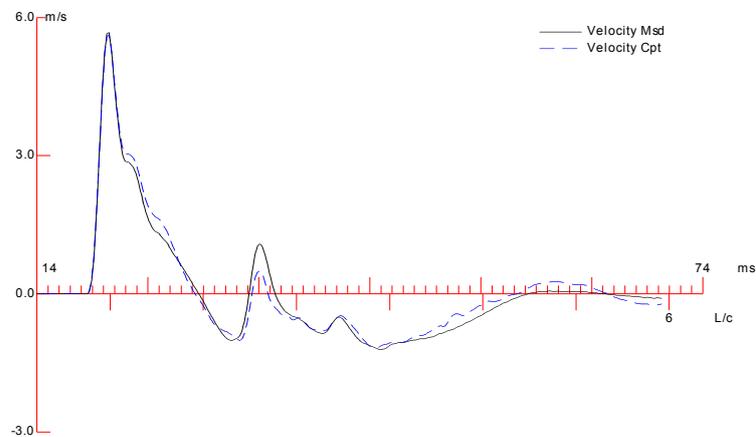


Abb. 3.13: Berechneter und gemessener Geschwindigkeitsverlaufverlauf

Die Erfüllung der Gleichung (3.10) ist ein sehr komplexes Problem, da das Funktional von allen Kennwerten des Widerstandsgesetzes und sämtlichen Diskretisierungspunkten abhängig ist. Die Kennwerte sind so zu variieren, dass eine vorgegebene Fehlerschranke unterschritten wird. Gegenüber Ortbetonpfählen ist die Fehlerschranke bei Stahlpfählen wesentlich kleiner.

Die Gründe hierfür sind in der Regel in einem nicht konstanten Elastizitätsmodul des Ortbetonpfahles und Impedanzwechseln entlang des Pfahlschaftes zu suchen. Diese Impedanzwechsel können sowohl bewusst hergestellt sein, wie z.B. beim System Atlas als auch durch den Betonageüberdruck in Weichschichten entstehen. Die heutige Software bietet für derartige Fälle ein so genanntes Impedanzprofil an. Der Pfahl kann dadurch über seine Länge und pro Element geometrisch modelliert werden. Dennoch ist eine exakte Bestimmung des Pfahlschaftes nach der Herstellung nicht möglich. Integritätsprüfungen geben Aufschluss über den qualitativen Verlauf, so dass Impedanzwechsel in der zugehörigen Tiefenlage detektiert werden können. Die genaue geometrische Beschreibung ist dadurch jedoch ebenfalls nicht vorzunehmen, so dass die Anwendung von Impedanzprofilen durchaus zu Fehlinterpretationen führen kann, insbesondere dann, wenn diese Modellierungsmöglichkeit nur zur Anpassung einer fehlerhaften Mantelreibungverteilung angewendet wird.

Die Programme zur Analyse der Messergebnisse bieten in der Regel eine automatisierte Systemidentifikation an. Ein Problem bei der Anwendung stellt hier zumeist die fehlende Vorinformation über die anstehenden Bodenverhältnisse dar. Der Suchalgorithmus des CAPWAP Programms nähert sich einer optimalen numerischen Lösung für das Funktional D an. Hierbei werden alle möglichen Parameter der mechanischen Modelle sowie die Mantelreibungverteilung variiert. In der Regel wird eine Lösung vorgeschlagen, die in schlechter Korrelation zu den anzutreffenden Bodenverhältnissen steht. Informationen, z.B. aus dem Baugrundgutachten, werden in der Automatisierung nicht benutzt. Das TNOWave Programm bietet dagegen vor der Optimierung die Berücksichtigung von Drucksondierungen an, so dass man hier korrelierende Widerstandswerte aus der Fachliteratur berücksichtigen kann.

Im Laufe der Tätigkeiten am Lehrstuhl wurden mehrere Class-A-Predictions für die Grenztragfähigkeit von Probepfählen durchgeführt. Es zeigte sich hierbei, dass die Grenztragfähigkeit in der Regel sehr gut zu bestimmen gewesen ist. In Abbildung 3.14 ist ein Vergleich von 30 Probebelastungen dargestellt, die nach ausreichender Standzeit nach dynamischer Beprobung einer statischen Probebelastung unterzogen wurden.

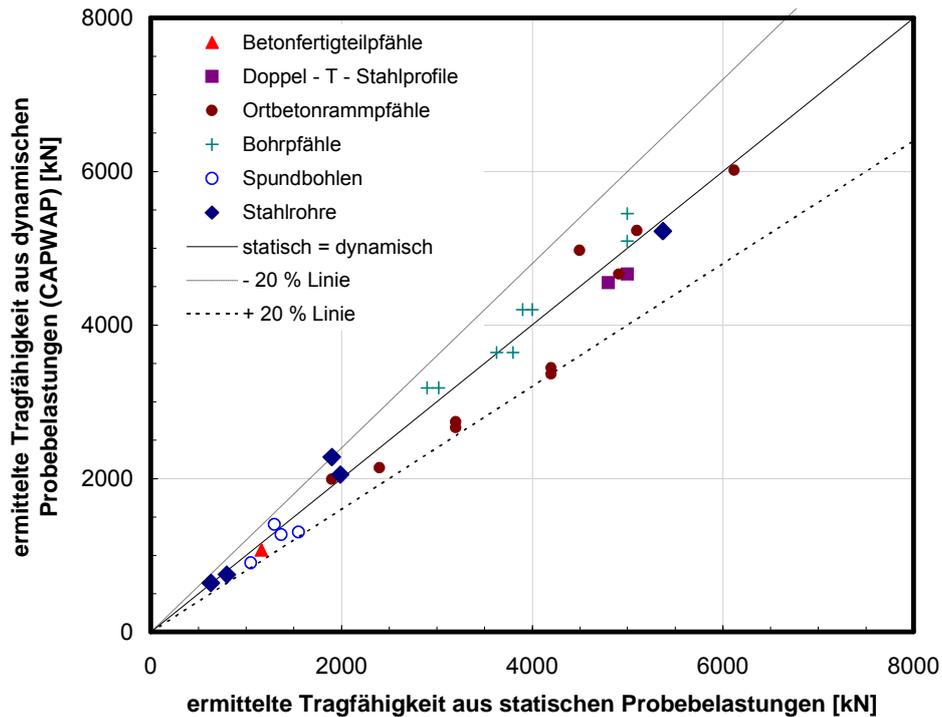


Abb. 3.14: Vergleich dynamischer und statischer Probelastungen

Bei vollständiger Übereinstimmung der Tragfähigkeiten aus den Prüfverfahren verlaufen die Markierungen auf der Winkelhalbierenden. Die Kennlinien der $\pm 20\%$ Abweichungen und die Pfahlart sind zusätzlich angegeben.

Als ein weiteres Ergebnis der CAPWAP-Analyse wird die numerische Widerstandsetzungslinie (vgl. Abbildung 3.16) ermittelt. Bei der Analyse stellen die primären Variablen zwar Parameter der Grenztragfähigkeit, und damit Bodenfestigkeitsparameter dar, dennoch kann anhand dieser Werte eine statische Probelastung unter Berücksichtigung der Pfahlparameter simuliert werden. Als Eingangsparameter werden für den Pfahl der Elastizitätsmodul, die Querschnittsfläche A und die Pfahlänge benutzt. Maßgebende Bodenparameter sind die Mantelreibungswerte und der so genannte quake (vgl. Abbildung 3.15).

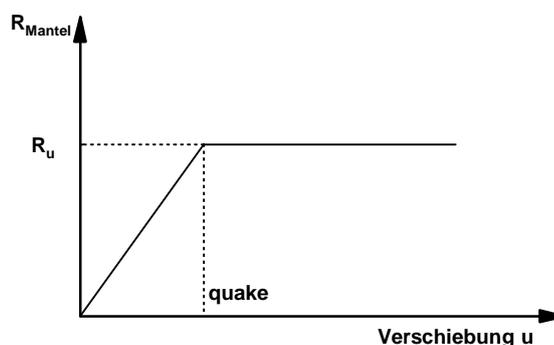


Abb. 3.15: Elasto-plastisches Bodenmodell

Das statische Setzungsverhalten wird anhand dieser Parameter berechnet. Hierbei sollte jedoch stets berücksichtigt werden, dass das statische Verhalten anhand einer Belastung von wenigen Millisekunden ermittelt wird. Dies bedeutet, dass eventuelle Konsolidationsvorgänge oder Kriecherscheinungen nicht erfasst werden können. Bei statischen Probelastungen werden diese Effekte durch das Kriechkriterium berücksichtigt. Vergleiche von Widerstand-Setzungslinien zwischen dynamischen und statischen Probelastungen zeigen, dass die Abweichungen zwischen den Auswertungen in den meisten Fällen zu groß sind. Die korrespondierenden Setzungsgrößen sollten daher nicht zum Nachweis der Gebrauchstauglichkeit herangezogen werden.

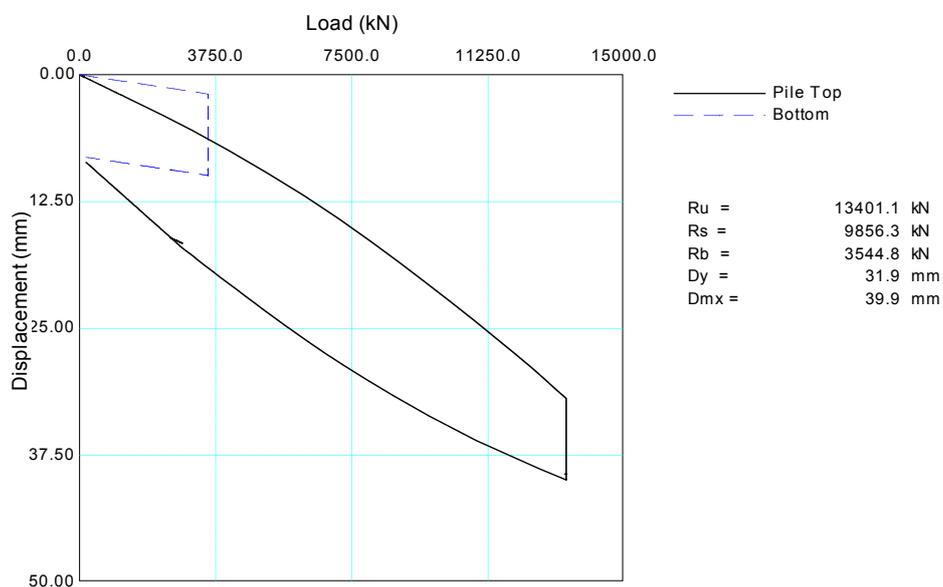


Abb. 3.16: Numerische Widerstand-Setzungslinie

In Abbildung 3.16 ist das Ergebnis dieser Berechnung dargestellt. Der Pfahl besitzt eine Gesamttragfähigkeit (R_u) von 13.400 kN. Die CAPWAP Analyse ergibt eine Spitzendruckkraft (R_b) von 3545 kN und eine Mantelreibungskraft (R_s) von insgesamt 9856 kN. Die Widerstand-Setzungslinie wird jeweils für den Pfahlkopf, und als gestrichelte Linie für die Pfahlspitze, aufgetragen. Die Verschiebungsgrößen D_y und D_{mx} (Displacement Maximum) bezeichnen die Verschiebung bis zum Versagensast des Prüfpfahles sowie die maximal erreichte Verschiebung unter der Prüflast.

Grundlegender Vorteil dynamischer Probelastungen ist, dass eine Separation der Einzelwiderstände vorgenommen werden kann, ohne einen zusätzlichen Aufwand an Messtechnik bewältigen zu müssen.

Instrumentierte statische Probelastungen sind aufgrund des zusätzlichen messtechnischen Aufwandes und der damit verbundenen Vorbereitungszeit wesentlich kostenintensiver als dynamische Probelastungen. Die Mantelreibungswerte werden entlang der Pfahlachse für jedes Element dargestellt (Abbildung 3.17). Die Einbindung beginnt an der gestrichelten Linie. Aufgrund der Tatsache, dass die Elementlänge der Modellierung bereits in der Auswertung berücksichtigt ist, werden die Werte in kN/m angegeben.

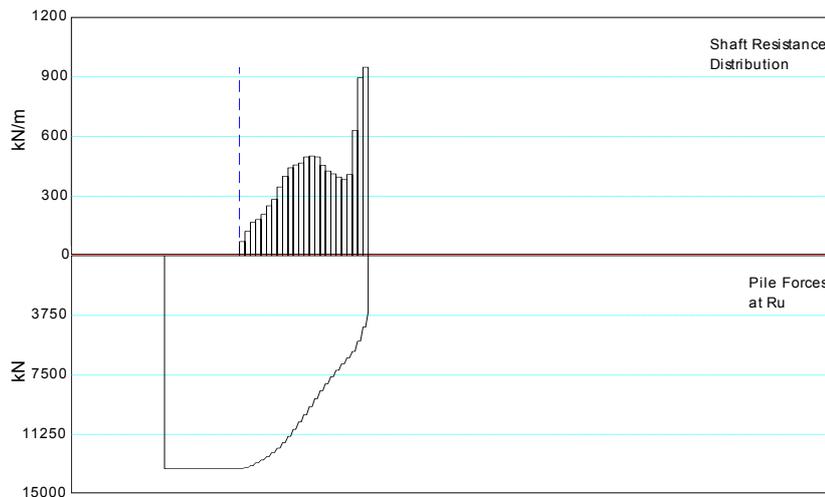


Abb. 3.17: Mantelreibungsverteilung und Normalkraftabbau

Der untersuchte Pfahl besitzt auf den letzten 2,5 m eine aufgeschweißte Flügelkonstruktion. Anhand der letzten drei Elemente ist der Effekt deutlich zu erkennen. Infolge der Querschnittszunahme wird eine wesentlich größere Mantelreibungskraft in diesem Bereich wirksam. Analog zur Mantelreibungskraft wird der Normalkraftabbau anhand der Widerstandswerte am Mantel dargestellt. Der Endwert entspricht hierbei dem ermittelten Spitzendruckwert aus der CAPWAP Analyse. Die statische Analyse bietet ebenfalls die Möglichkeit einer Zugbelastungssimulation. Es sollte jedoch nicht außer Acht gelassen werden, dass eine dynamische Probelastung grundsätzlich eine Druckbelastung darstellt. Die Firma Pile Dynamics Inc., Cleveland Ohio sieht in diesem Fall eine Abminderung auf ca. 80 % der Mantelreibungswerte vor. Inwieweit diese Korrektur pauschal anwendbar ist, bleibt zum jetzigen Zeitpunkt ungeklärt.

Für die Durchführung dynamischer Probelastungen mit anschließender CAPWAP Analyse lassen sich keine klaren Anwendungsgrenzen definieren. In der Regel treten nur dann fehlerhafte Ergebnisse auf, wenn keine ausreichende Verschiebung des Pfahles unter der Last vorliegt. [Balthaus, 1986] spricht in diesem Zusammenhang von einem 'unterbestimmten Widerstandsmodell'. Dies bedeutet, dass aufgrund der zugrunde gelegten elasto-plastischen Bodenmodellierung, Bodenkennwerte bestimmt werden, die nicht wirksam geworden sind. Erfährt der Pfahl unter der Last keine Grenzverschiebung, so kann diese auch nicht aus den Messergebnissen berechnet werden. Problematisch ist, dass anhand des Messsignals nicht bestimmt werden kann, ob der Pfahl eine ausreichende Verschiebung erfahren hat. Aus den aufgetretenen Setzungen je Rammschlag kann lediglich darauf geschlossen werden, allerdings nicht in eindeutiger Weise und zumeist nur anhand von Erfahrungswerten. Weiterhin hat sich bei sehr langen Zugpfählen mit geringem Stahlquerschnitt gezeigt, dass die Tragfähigkeit stark unterschätzt wird. Der Grund hierfür liegt gegebenenfalls in der nicht ausreichenden Verschiebung des Pfahles, zumal die erreichten Setzungen pro Rammschlag oftmals im Bereich weniger Millimeter liegen. Des Weiteren ist oftmals ein wellenartiger Verlauf im Messsignal zu verzeichnen, der massiv unterstützt wird, wenn der Pfahl eine große freistehende Länge bis zum Einbindungsbereich besitzt. Ein derartiges Beispiel ist in Abbildung 3.19 dargestellt.

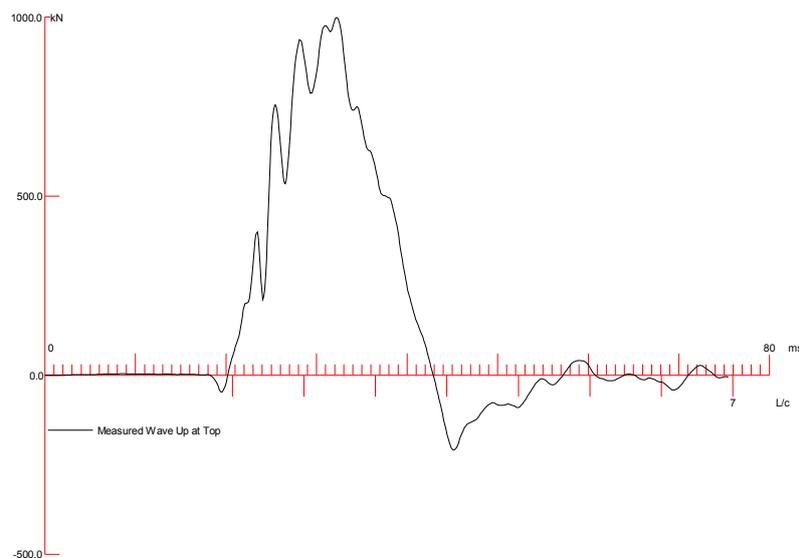


Abb. 3.18: Aufwärtsgerichtete Wellenanteile eines Zugpfahles

Ob dieser charakteristische Verlauf durch Restspannungen im Pfahl, Imperfektionen während der Herstellung oder durch Querschwingungen hervorgerufen wird, bleibt ungeklärt. Hier bedarf es weiterführender Untersuchungen. Sich anschließende statische Zugbelastungen haben dieses Verhalten bestätigt. Anders als es durch die Auswertung der dynamischen Druckbelastung möglich war, wurde in einigen Fällen mehr als das doppelte an Mantelwiderständen gemessen.

3.5 Normative Berücksichtigung von dynamischen Probelastungen

Infolge der normativen Berücksichtigung erhält das Verfahren der dynamischen Probelastung mit der bauaufsichtlichen Einführung der DIN 1054:2005 den Status eines anerkannten Verfahrens. Gegenüber der klassischen Methode der statischen Beprobung sind zusätzliche Randbedingungen zu berücksichtigen, auf die im Folgenden eingegangen wird.

In den meisten Ländern ist die Pfahltragfähigkeit auf Grundlage des Globalsicherheitskonzeptes ermittelt worden. Dies bedeutet, dass die zulässige Tragfähigkeit eines Pfahles durch den globalen Sicherheitsbeiwert dividiert wird. Das nach DIN 1054 definierte Sicherheitskonzept berücksichtigt dagegen partielle Sicherheitsfaktoren für Einwirkungen, Widerstände und Bodenkenngößen. Bei der Anwendung von Pfahlprobelastungen werden die Messwerte jetzt zusätzlich mit einem Streuungsfaktor ξ versehen, um so den charakteristischen Bemessungswert des Pfahlwiderstandes zu erhalten. Er liefert die Grundlage für die Bemessung von Pfahlgründungen. Die Messwerte der Pfahlwiderstände $R_{1m,i}$ werden daher in charakteristische Werte $R_{1,k}$ umgewandelt. Unter Implementierung des Streuungsfaktors werden Pfahlherstellungseinflüsse sowie Baugrundinhomogenitäten berücksichtigt. Grundsätzlich werden zwei Situationen des Lastabtrages unterschieden. Pfähle mit starrer Kopfplatte, bei denen Lasten auf benachbarte Pfähle übergeben werden können, und das so genannte weiche System, bei denen der Lastabtrag vornehmlich als Einzelpfahl vorausgesetzt wird.

Bei weichen Systemen ergibt sich der charakteristische Pfahlwiderstand $R_{1,k}$ nach DIN 1054 aus dem Kleinstwert der Probelastung nach Gleichung (3.11).

$$(3.11) \quad R_{1,k} = R_{1m,\min} / \xi$$

Ist der Lastabtrag über mehrere Pfähle möglich, so kann der Streuungsfaktor ξ auf den Mittelwert \bar{R}_{1m} angewendet werden, solange der Variationskoeffizient der Belastungsergebnisse $s_N / \bar{R}_{1m} \leq 0,25$ erfüllt ist. Damit ergibt sich der charakteristische Bemessungswert zu:

$$R_{1,k} = \bar{R}_{1m} / \xi$$

Der Streuungsfaktor ξ , der die Anzahl und Streuung der Ergebnisse von statischen Pfahlprobelastungen nach DIN 1054 berücksichtigt, ist in Tabelle 3.1 dargestellt. Zwischenwerte werden interpoliert.

Tab. 3.1: Streuungsfaktor ξ nach DIN 1054 [Kempfert, 2005]

Zahl der Probelastungen N	Streuungsfaktor ξ		
	Mittelwert \bar{R}_{1m}		Kleinstwert $R_{1m,min}$
	$s_N / R_{1m} = 0$	$s_N / \bar{R}_{1m} \leq 0,25$	
1	-	-	1,15
2	1,05	1,10	1,05
>2	1,00	1,05	1,00

Bei der Anwendung des Streuungsfaktors auf dynamische Probelastungen müssen die Werte der Anzahl in Tabelle 3.1 verdoppelt werden. Des Weiteren wird der Streuungsfaktor ξ um $\Delta\xi$ je nach Kalibrierung und Art des Auswerteverfahrens erhöht. Die Werte der Erhöhung sind in Tabelle 3.2 aufgeführt.

Tab. 3.2: Streuungsfaktor $\Delta\xi$ nach DIN 1054 [Kempfert, 2005]

1) Kalibrierung an statischer Probelastung		
Ort der Probelastung	Auswerteverfahren	Erhöhung
gleiches Baufeld	erweitertes Verfahren (z.B. CAPWAP)	keine
	direktes Verfahren (z.B. CASE-Formel)	$\Delta\xi = 0,10$
andere Baumaßnahme	erweitertes Verfahren	$\Delta\xi = 0,05$
	direktes Verfahren	$\Delta\xi = 0,15$
2) Ableitung aus allgemeinen Erfahrungswerten (nur erweitertes Verfahren zulässig)		$\Delta\xi = 0,15$

Die Ergebnisse aus dynamischen Probelastungen sollten grundsätzlich von geotechnischen Sachverständigen oder Fachplanern geprüft werden. Hierbei können Vergleiche zu Tabellenwerten oder vergleichende Probelastungen Berücksichtigung finden.

Die normativen Regelungen zeigen, dass die statische Probelastung von Tiefgründungen noch immer das klassische Verfahren darstellt. Unsicherheiten der nicht eindeutigen Ergebnisse bei dynamischen Tragfähigkeitsprüfungen werden über weitere Sicherheiten abgedeckt. Bedenkt man hierbei allerdings die wesentlich kürzere Ausführungszeit, so kann bei gleichem bzw. geringerem Kostenaufwand stets eine erhöhte Anzahl von Probelastungen durchgeführt werden. Aus der Erhöhung der Streuungsfaktoren ergibt sich nicht zwingend ein Nachteil gegenüber der statischen Probelastung. Aufgrund der höheren Flexibilität können dadurch auch mehrere Baufelder abgedeckt werden, so dass eine größere Informationsdichte aus den Probelastungen abgeleitet werden kann.

4 In situ Großversuch zur Wellenausbreitung in Pfählen

4.1 Allgemeines

Der Container-Terminal 'Wilhelm Kaisen' in Bremerhaven ist seit den sechziger Jahren immer weiter ausgebaut worden. Heute stellt er mit den Abschnitten CT1 bis CT4 (vgl. Abb. 4.1) die längste Stromkaje der Welt dar. Im Zuge der Herstellung der Containerterminals CT 2, 3, 3a und 4 wurden von Mitarbeitern des Institutes für Grundbau und Bodenmechanik der Technischen Universität Braunschweig sowohl an den Tragbohlen der wasserseitigen Spundwand als auch an den hintergelagerten Kaiplattenpfählen umfangreiche dynamische Tragfähigkeitsuntersuchungen durchgeführt. Während der Fertigstellung des letzten Abschnittes CT4 wurde eine Tragbohle der Hauptwand über die gesamte Pfahlänge so instrumentiert, dass die in Folge der Rammung auftretende Wellenausbreitung erfasst werden konnte.

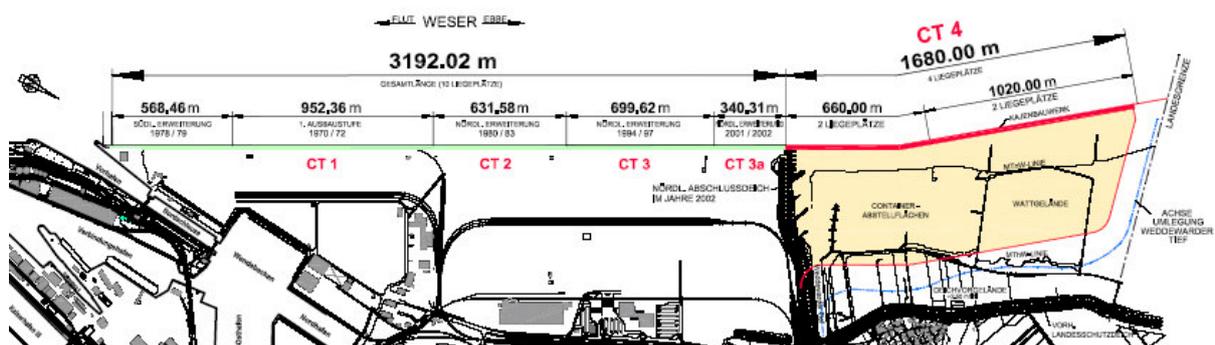


Abb. 4.1: Lageplan des Containerterminals Bremerhaven [Tworuschka, 2005]

Der Abschnitt des CT4 hat eine Kajenlänge von insgesamt 1680 m. Eine Darstellung der Kajenkonstruktion zeigt die Abbildung 4.2. Als Tragbohlen sind für diese Konstruktion drei unterschiedliche Peiner Profile (PSp 1000, 1001, 1016) verwendet worden. Je nach anstehendem Baugrund wurden unterschiedliche Pfahlängen ausgeführt. Der Stahlbetonüberbau ruht auf drei Pfahlreihen. Zur Rückverankerung der Wand wurden Schrägpfähle mit einer Länge von 45 m vorgesehen. In Sonderbereichen ist die Kaiplatte um zusätzliche 5,00 m verbreitert und besitzt eine weitere Pfahlreihe P5. Die landseitige Aufnahme der Verkehrslasten aus dem Kranbetrieb erfordert einen Kranbahnbalcken, der auf einer Reihe von geneigten Ortconrammpfählen (System Simplex GKT) mit ausgerammten Fuß gegründet ist.

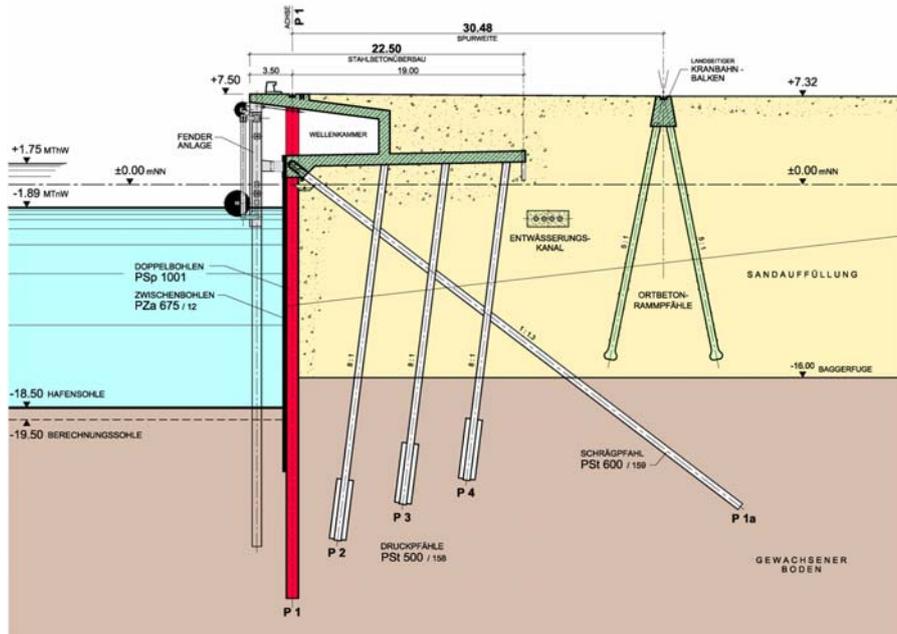


Abb. 4.2: Querschnitt CT 4 [Tworuschka, 2005]

Zur Beurteilung des Baugrundes sind zahlreiche Bohrungen zu Land und zu Wasser ausgeführt worden. Die bodenmechanischen Parameter wurden anhand von Feld- und Laborversuchen bestimmt. In Abbildung 4.3 ist der vereinfachte Baugrundaufbau für die Hauptbodenart Ton sowie für die Hauptbodenart Sand des Kajenquerschnitts CT4 dargestellt.

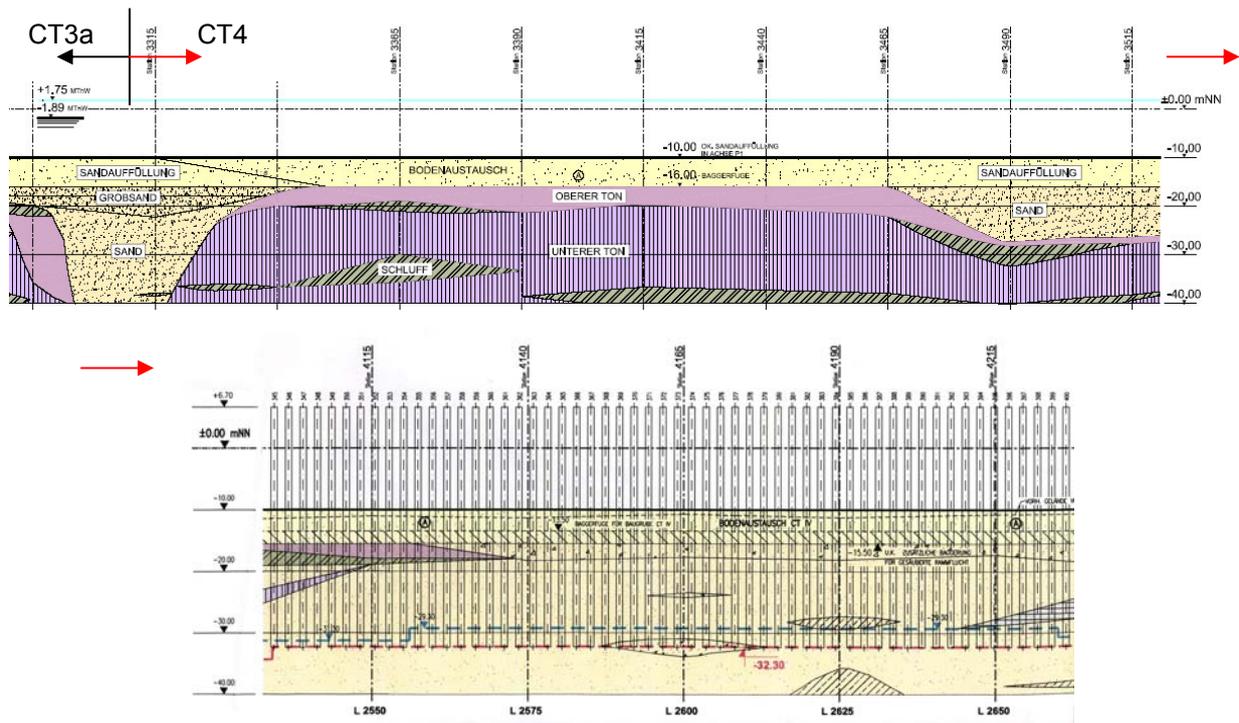


Abb. 4.3: Bodenlängsschnitt [Tworuschka, 2005]

Der obere Bereich des Baugrundes bis ca. -18,00 mNN besteht aus alluvialen Weichschichten aus Klei und Flussablagerungen. Aufgrund der geringen Tragfähigkeit dieser Schichten und stark schwankender Inhomogenitäten innerhalb der Schicht, ist in diesem Bereich ein Bodenaustausch mit Sand durchgeführt worden. Unter dieser Sandauffüllung steht die Hauptbodenart Ton, die sich in eine obere und untere Lage aufteilt. Die Differenzierung dieser Schichten findet ihren Grund vornehmlich in der Scherfestigkeit. Charakteristisch für diese Schichten ist zudem das Auftreten örtlicher Wechsellagerungen aus Ton, Schluff und Sand. Darüber hinaus werden die bodenmechanischen Eigenschaften durch die Überkonsolidierung geprägt. Mit zunehmender Entfernung zum CT3a wechselt die Hauptbodenart vom Ton- zum Sandbereich, der eine höhere Scherfestigkeit aufweist.

Die Rammung der Hauptwand erfolgte unter den Bedingungen einer Wasserbaustelle. Die Tragbohlen wurden von einer Hubinsel zunächst bis auf die letzten fünf Meter angerüttelt und dann nachgerammt. Die Rammung erfolgte durch einen Hydraulik Hammer vom Typ Menck MHU 270T. Eine Prinzipskizze ist in Abbildung 4.4 dargestellt.

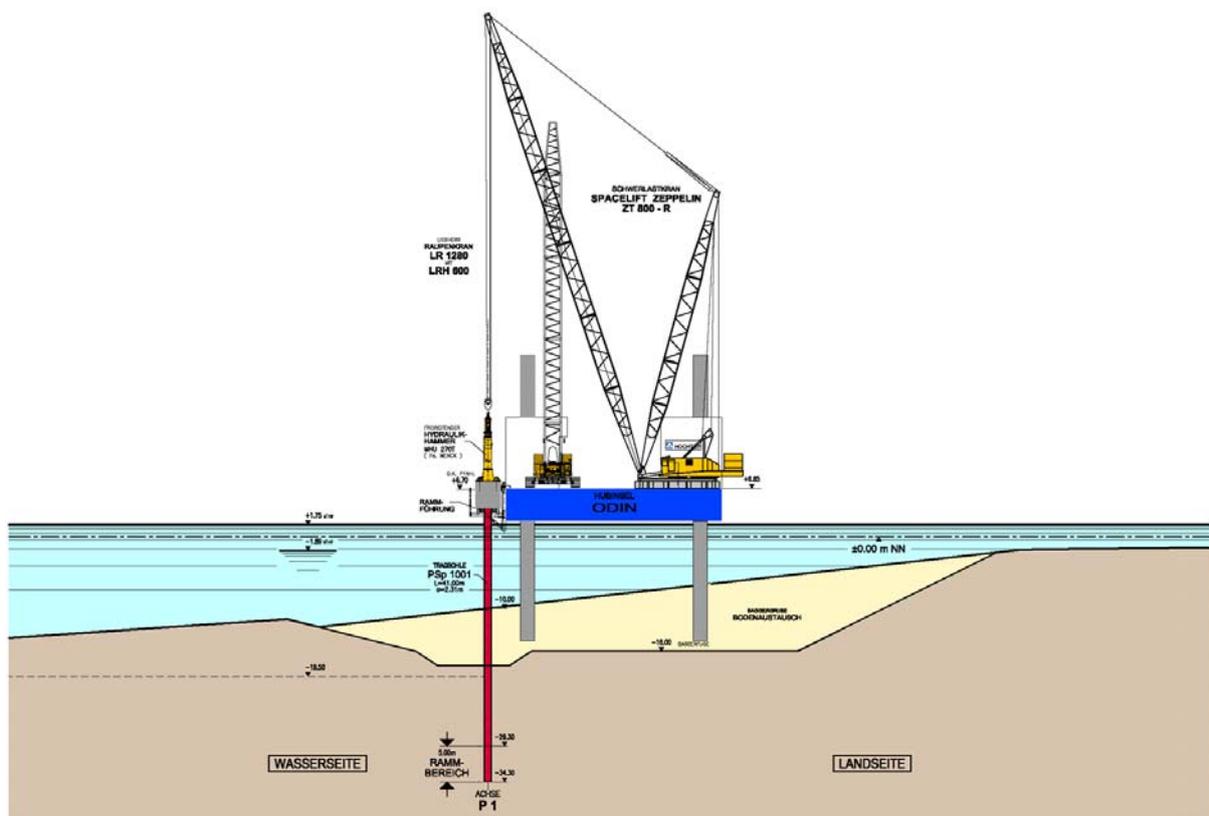


Abb. 4.4: Herstellung der Tragbohlen [Tworuschka, 2005]

Die Tragbohlen besitzen einen Systemabstand von 2,31 m und sind mit einer Zwischenbohle PZa 675/12 geschlossen worden. Die Wandkonstruktion ist in Abbildung 4.5 am Beispiel einer Tragbohle vom Typ PSp 1001 dargestellt.

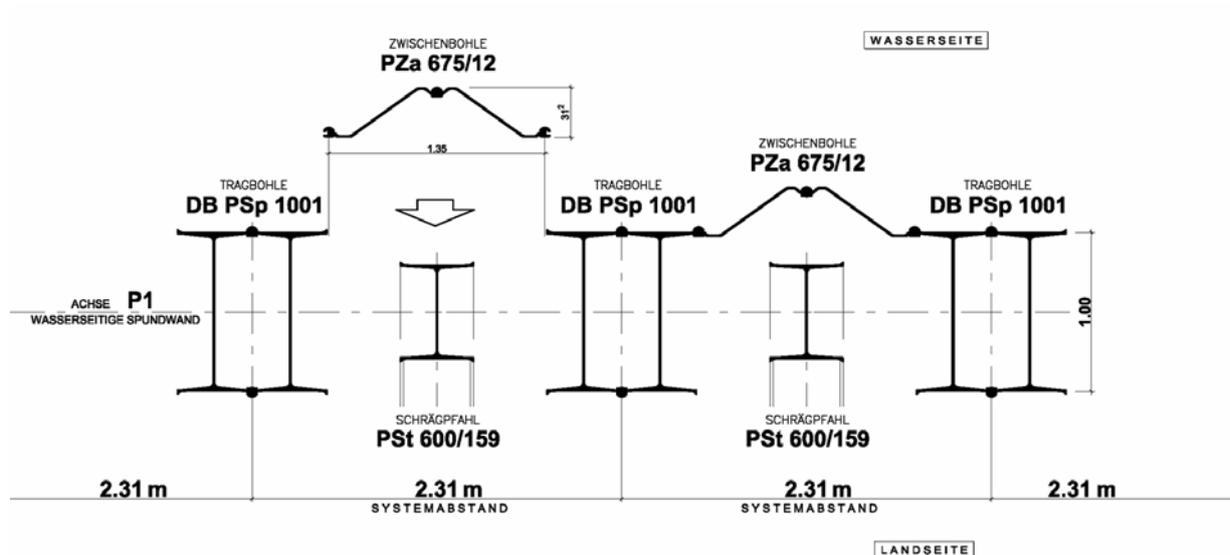


Abb. 4.5: Hauptwand [Tworuschka, 2005]

Die 45 m langen Schrägpfähle wurden von einer zweiten Hubinsel aus eingebracht (vgl. Abbildung 4.6). Die Rammung erfolgte mit einem Schnellschlaghammer vom Typ IHC S 70. Im Anschluss sind die Zwischenbohlen gerammt worden.

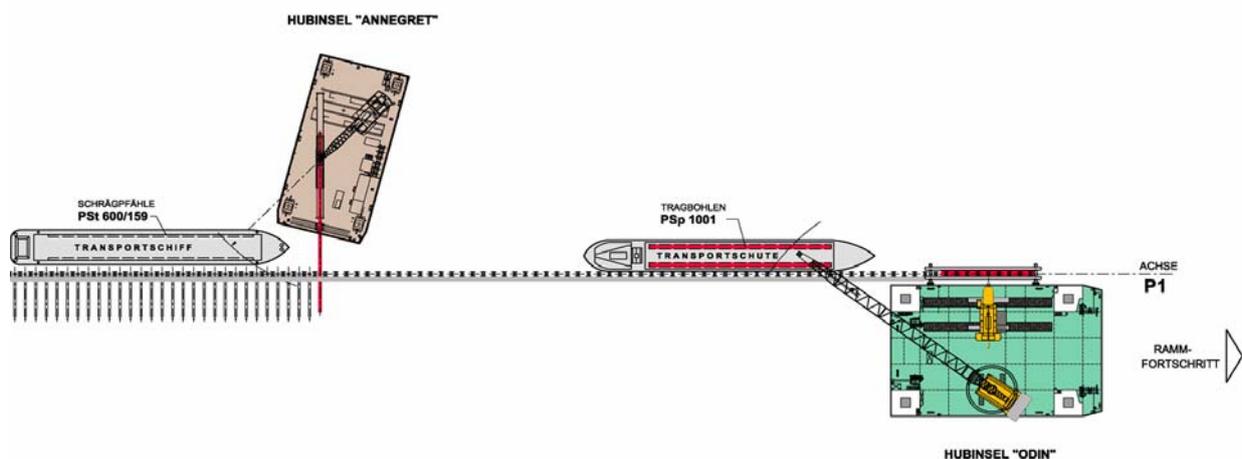


Abb. 4.6: Laganordnung der Hubinseln und prinzipielle Darstellung der Rammfolge [Tworuschka, 2005]

4.2 Messtechnische Instrumentierung

Um den Wellendurchlauf im Pfahl, der durch die Rammschläge auftritt, zu erfassen, wurde eine Tragbohle (Querschnitt PSp 1000, Form 22, $l = 39,0$ m) im Bereich des vornehmlich sandigen Baugrunds in zehn Tiefenlagen mit Dehnungsmesstreifen (DMS) instrumentiert. Die Lage der Messebenen ist bezogen auf den Pfahlkopf in Abbildung 4.7 dargestellt. Die Einbindelängen beziehen sich auf den 500. Rammschlag.

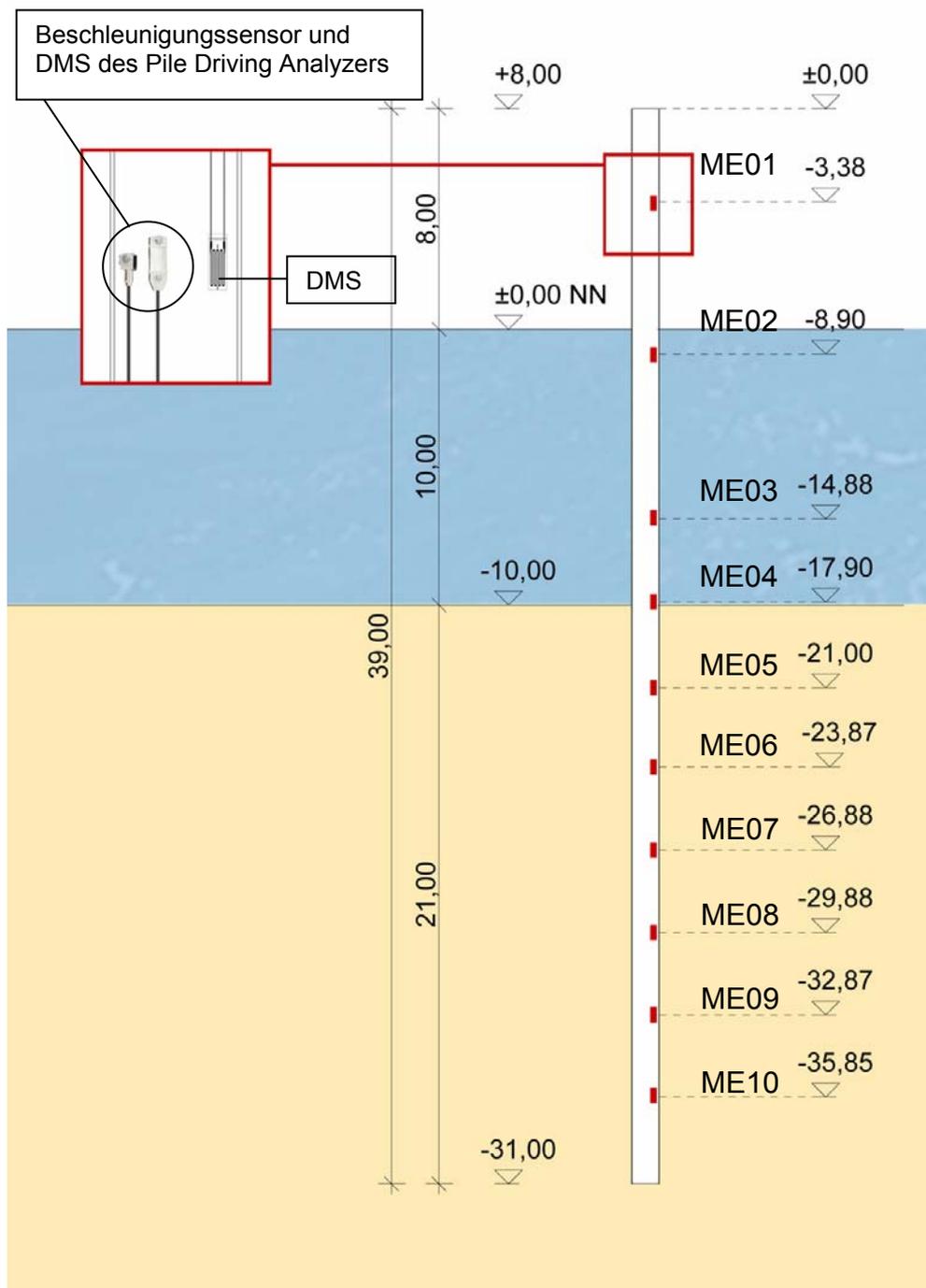


Abb. 4.7: Lage der Messebenen ME (Rammschlag 500)

Die erste Messebene befindet sich ca. 3 m unterhalb des Pfahlkopfes. Es wurde ein größerer Abstand gewählt, als es nach dem Prinzip von St. Venant üblich ist, da der Rammhammer eine Rammhaube zur Führung und zum Schallschutz mit einer Länge von 3 m besitzt. Als Referenzmesssystem sind in derselben Tieflage die Aufnehmer des Pile Driving Analyzers (PDA) mit zwei Messketten angeordnet worden. Die Messaufnehmer wurden auf gegenüberliegenden Seiten der Profilstege angebracht, so dass an beiden Stegen je zwei Dehnungs- und zwei Beschleunigungsaufnehmer versetzt installiert wurden (vgl. Abbildung 4.8).

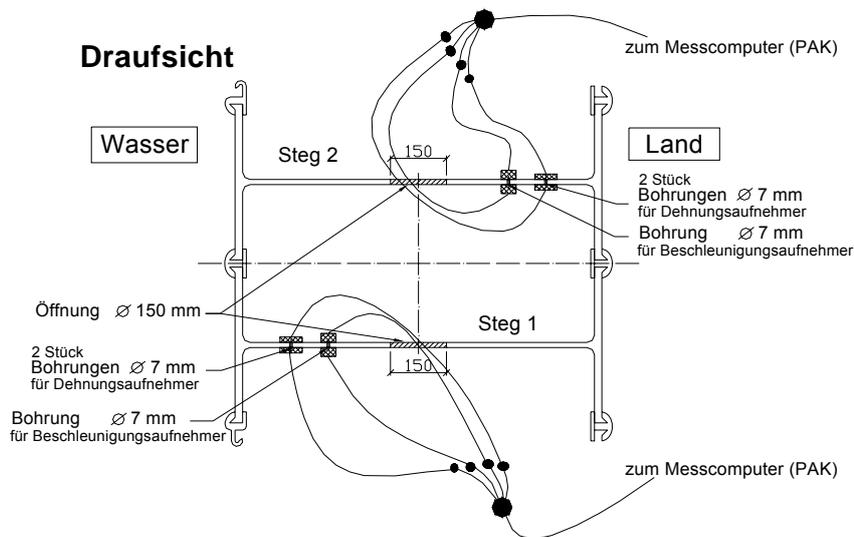


Abb. 4.8: Anbringung der Messketten

Diese Anordnung wurde gewählt, um eventuell auftretende Exzentrizitäten sowie die ungleichmäßige Verteilung der Stoßkraft zu eliminieren, die bei einem eingeleiteten Schlag in den Pfahl auftreten können. Die DMS wurden jeweils an der gegenüberliegenden Seite in den entsprechenden Ebenen angebracht.

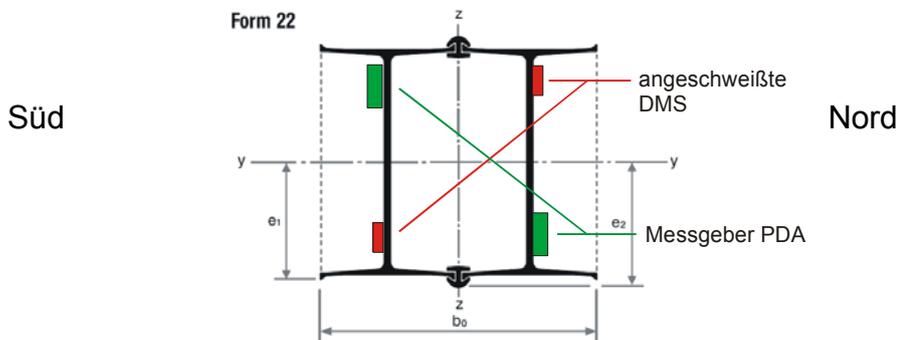


Abb. 4.9: Anbringung der Messketten und der DMS

Die in diesem Großversuch eingesetzten DMS sind anschweißbar und haben Abmessungen von 4x15 mm. Anschweißbare DMS besitzen den Vorteil, dass sie die beim Rammen eingebrachten hohen Energien aufnehmen können. Dies ist in der Vergangenheit bei geklebten DMS aufgrund der vor Ort hergestellten Verklebung nicht immer der Fall gewesen. Eine hohe Ausfallquote war häufig die Folge. Die DMS sind bereits bei der Herstellung auf einer schweißbaren Metallplatte durch Klebung befestigt. Die Metallplatte hat Abmessungen von 8x22 mm. Mit einem Punktschweißgerät kann die Metallplatte auf den vorbereiteten Stahlträger aufgeschweißt (gepunktet) werden. Durch Entrosten der Messstelle und anschließender Ätzung des Stahls wurde eine glatte und damit störungsfreie Oberfläche geschaffen, die auch für die wasserdichte Einkapselung der Elektroanschlüsse erforderlich ist. Die Qualität dieser Konstruktionsform ist um ein Vielfaches höher als die vor Ort auf den Stahl geklebten DMS. Der Widerstand der verwendeten Dehnungsmessstreifen liegt bei 350 Ω . Die Abbildung 4.10 zeigt einen angeschweißten Dehnungsmessstreifen, dessen einzelne Punktschweißstellen auf der Metallplatte gut zu erkennen sind.

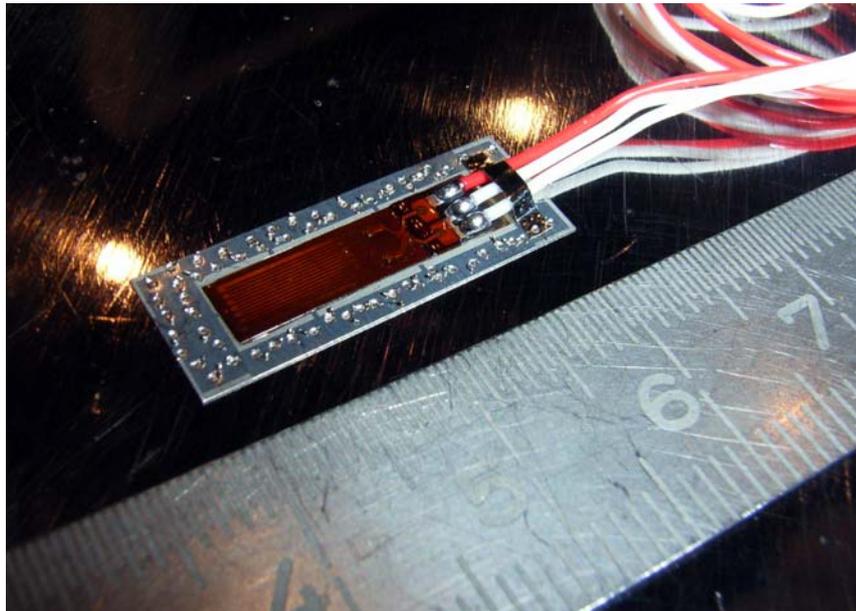


Abb. 4.10: Punktgeschweißter DMS auf Stahl

Für den dauerhaften Schutz gegen Wassereintritt ist eine besondere Abdichtung der Messstelle erforderlich. Zu diesem Zweck wird der DMS mit einem Epoxydharz bestrichen und auf diese Weise wasserdicht versiegelt. Der Anschluss zwischen dem DMS und dem daran angeschlossenen Kabel wird zunächst durch Schrumpfschläuche vor Wassereintritt geschützt und in einem zweiten Schritt mit einem schnell erhärtenden Kleber am Messobjekt befestigt (Abbildung 4.11). Die Zugentlastung des

Kabeln ist hierbei äußerst wichtig. Als eine weitere Wasserbarriere ist die gesamte Messstelle mit einem dauerplastischen Kitt (z. B. AK 22 der Fa. Vishay) geschützt.



Abbildung 4.11: Versiegelter DMS

Der Kitt wird in einem schmalen Band um den DMS gelegt, mit einer Kittplatte abgedeckt und durch Andrücken mit dem Messobjekt verbunden.

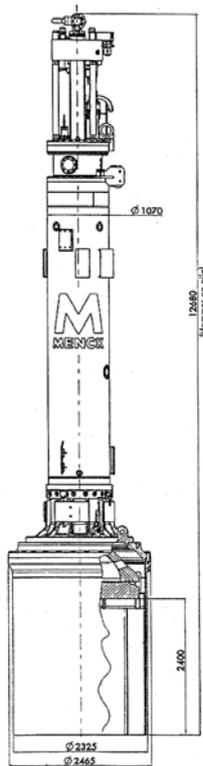
Bei sachgerechter Anwendung dieser Schutzmaßnahmen wird das Wasser dauerhaft am Eindringen gehindert, wie verschiedene Projekte des IGB-TUBS in der Vergangenheit gezeigt haben. Alle Messstellen sowie die gesamte Kabelführung wurden zum abschließenden Schutz gegen mechanische Beschädigungen mit einem robusten U-Profil aus Stahl eingehaust. Dadurch wird die Mantelreibung des Bodens nicht direkt auf die Messstellen übertragen.

Zum parallelen Messen aller Dehnungsmessstreifen und zur Verarbeitung der Datenmengen wurden drei Module (SCXI 1314) der Firma National Instruments verwendet und über das SCXI-1520 Input-Modul mit dem PC verbunden. Es versorgt die Dehnungsmessstreifen mit der notwendigen Spannung, gleicht die regulierbaren Widerstände an die festgelegte Abgleichbedingung an und leitet die Messwerte an das Programm LabVIEW weiter. Jeder Kanal wurde getrennt programmiert und angesteuert. Die Abtastrate der DMS wurde analog zum Pile Driving Analyzer mit 5 kHz pro Kanal festgelegt.

4.3 Rammdaten

Um eine lotrechte Lage zu gewährleisten, wurde in einem ersten Schritt die instrumentierte Tragbohle in die Rammführung eingesetzt; der Menck - Hammer (vgl. Abbildung 4.12) nach Anrüttelung der Tragbohle aufgesetzt und die letzten fünf Meter nachgerammt. Die Rammung konnte bis auf die letzten 25 cm messtechnisch erfasst werden. Eine weitere messtechnische Begleitung hätte Schäden an der Kabellage und an der Messtechnik durch die Rammführung zur Folge gehabt, so dass darauf verzichtet wurde.

Die Auswertung der Hammerdaten (Menck Powerpack) zeigte eine mittlere Eindringung über die komplette Rammung von 8,58 cm/Hitze. Auf den letzten 50 cm ergab sie 8,93 cm/Hitze. In Abhängigkeit der Einbindetiefe wurde die Rammenergie in drei Schritten gesteigert. Eine Übersicht der Rammdaten ist ebenfalls in Abbildung 4.12 dargestellt. Die mittlere Rammenergie auf den letzten 50 cm betrug 245,4 kNm.



MHC 21 - Blowcount Curve - MENCK GmbH Kaltenkirchen Germany
 - CT4
 P1696 - length39m - diameter



penetration	blows_pen	energy_pen	stroke
1.00	138	161.86	138
2.00	135	197.66	273
3.00	120	241.68	393
3.25	27	246.84	420
3.50	26	261.10	446
3.75	26	262.30	472
4.00	24	254.29	496
4.25	26	252.50	522
4.50	26	252.86	549
4.75	27	252.39	575
5.00	29	238.93	604
Total number of records: 11			

Abb. 4.12: Menck Hydraulik Hammer MHU 270T mit Blowcounts

Die Darstellung zeigt sowohl die Einbindelänge (penetration in m), die dafür notwendigen Schläge (blows_pen), die mittlere Rammenergie (energy_pen in kNm) als auch die Summe der ausgeführten Rammschläge (stroke). Insgesamt wurden 604 Schläge ausgeführt, von denen 575 Schläge durch die Instrumentierung erfasst worden sind. Die rammbegleitende Auswertung der Rammschläge mit dem PDA ist in Abbildung

4.13 dargestellt. Für die Auswertung wurde jeder ausgeführte Schlag herangezogen und für die dargestellten Größen jeweils einer eigenen Auswertung unterzogen. Im linken Diagramm sind die gemessene Kraft (FMX) und die Energie (EMX) durch den Rammhammer wiedergegeben. Das mittlere Diagramm zeigt die maximal aufgetretene Kompressionsspannung (CSX) sowie die am Pfahlfuß ermittelte Spannung aus dem Messsignal (CSB). Im rechten Diagramm sind die maximal aufgetretenen Zugspannungen (TSX) im Pfahl sowie die Tragfähigkeitsentwicklung nach CASE für einen korrespondierenden CASE Wert von $J_c = 0,4$ (RX4) erfasst. Dieser Dämpfungsbeiwert wurde gewählt, weil die durchgeführten CAPWAP - Auswertungen im Mittel in diesem Bereich liegen.

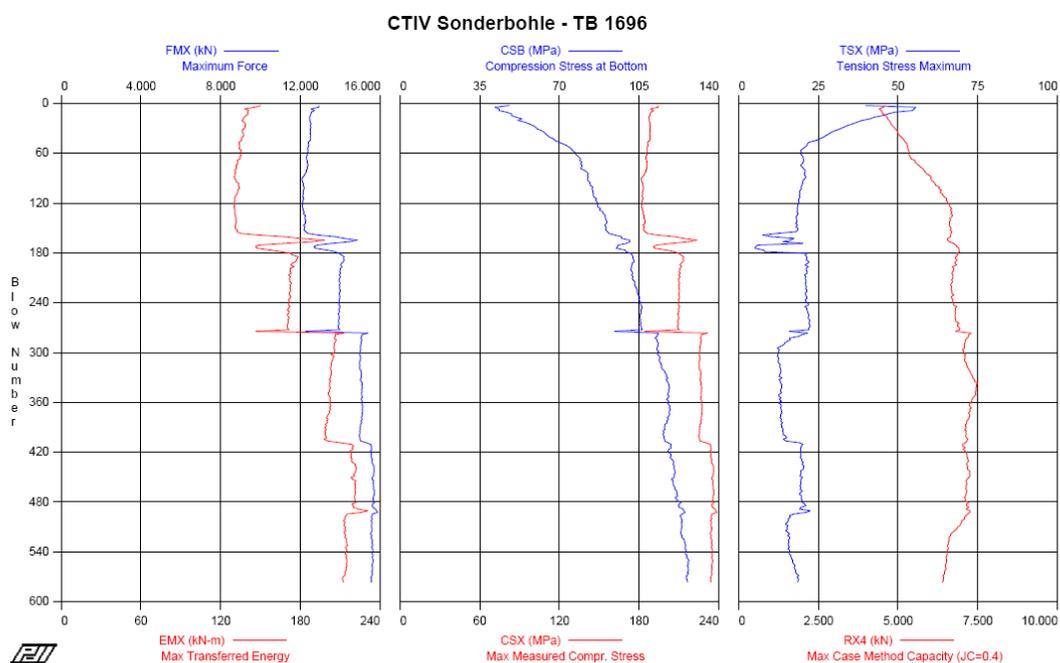


Abb. 4.13: Rammauswertung des Pile Driving Analyzers

In Tabelle 4.1 ist die zugehörige Einbindelänge der Tragbohle, die sich auf die gemessenen Schlagzahlen bezieht, angegeben.

Tab. 4.1: Einbindelängen bei Rammschlägen

Einbindetiefe bei Rammschlägen:		
Rammschlag 0	17,00	[m]
Rammschlag 100	17,71	[m]
Rammschlag 200	18,45	[m]
Rammschlag 300	19,21	[m]
Rammschlag 400	20,05	[m]
Rammschlag 500	21,02	[m]
Rammschlag 576	21,74	[m]
Rammschlag 604	22,00	[m]

4.4 Auswertungen im Zeitbereich

4.4.1 Plausibilitätskontrolle der Messsysteme

Um die unterschiedlichen Systeme der anschweißbaren DMS sowie des PDA vergleichen zu können, sind die Dehnungen am ersten Messquerschnitt verglichen worden. In Abbildung 4.14 ist der Verlauf der Dehnungen, durch einen Rammschlag hervorgerufen, dargestellt. Die angegebenen Kurven zeigen exemplarisch am 100. Rammschlag jeweils den Mittelwert der Messwerte der eingesetzten Systeme in der Messebene. Anhand der Kurven wird deutlich, dass beide Messsysteme einen gut übereinstimmenden Verlauf der Dehnungen aufweisen, so dass von einer Vergleichbarkeit der Ergebnisse ausgegangen werden kann.

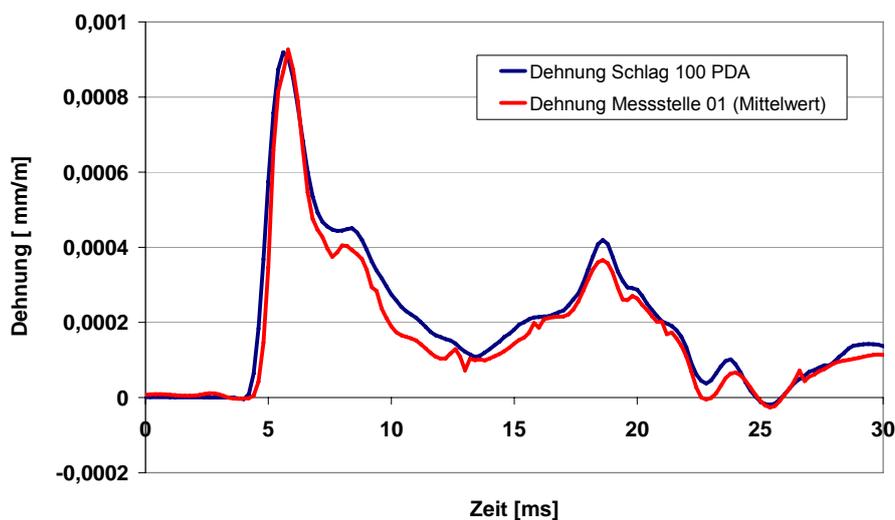


Abb. 4.14: Vergleich der Dehnungen der Messsysteme– Messebene 1

Bei den unterschiedlichen DMS Ebenen zeigte sich durch die angeschweißte Verbindung eine optimale Übereinstimmung der Nord- und Südseite (vgl. Abbildung 4.9) der jeweiligen Messebene. In Abbildung 4.15 ist beispielhaft für den 500. Rammschlag der Dehnungsverlauf der Messebene 6 für beide DMS und deren Mittelwert dargestellt. Anhand dieser Abbildung wird deutlich, dass die Streubreite der Messwerte sehr gering ist.

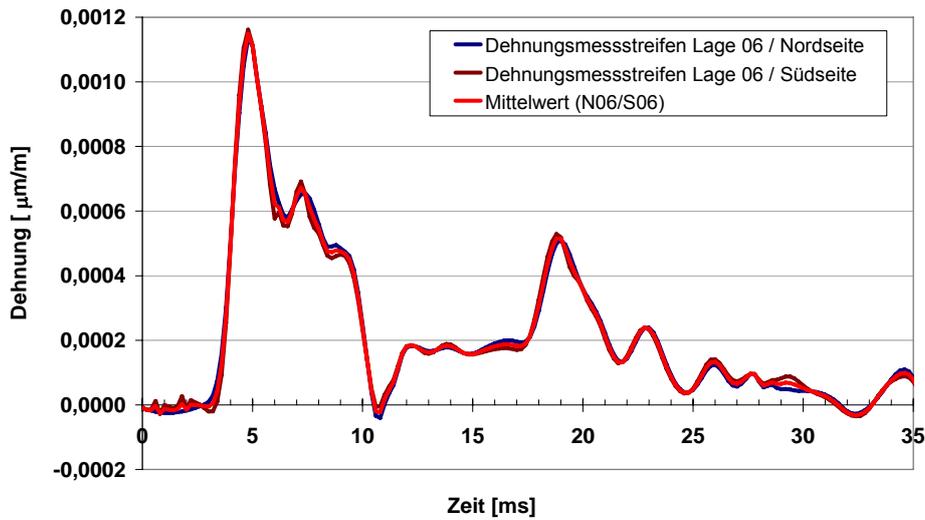


Abb. 4.15: Vergleich der Dehnungen – Messebene 6

Die Steigerung der Rammenergie hat erwartungsgemäß eine Erhöhung der gemessenen Kraft zur Folge. Als eine weitere Plausibilitätskontrolle ist daher der Messbereich zwischen zwei Laststufen untersucht worden. In der Abbildung 4.16 ist die letzte Anhebung von 240 auf 260 kNm anhand der achten Messebene aufgezeigt.

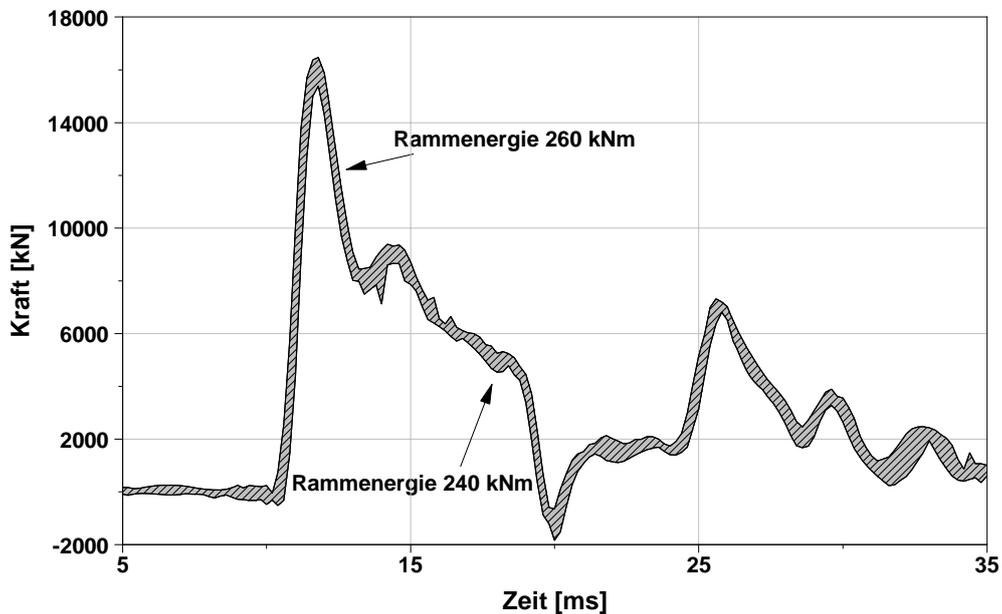


Abb. 4.16: Messbereich bei Erhöhung der Rammenergie

Der schraffierte Bereich zeigt den Anstieg der Kraft, der sich durch die Zunahme der Dehnungen ergibt. Die Auswertung an den betrachteten Messebenen ist vergleichbar mit den Ergebnissen der anderen neun Messebenen. Insofern kann davon ausgegangen werden, dass die Dehnungsmessstreifen über die gesamte Dauer der Rammung plausible Ergebnisse lieferten und nicht beschädigt worden sind. Lediglich die DMS der neunten und zehnten Messebene zeigen auf der Nordseite einen untypischen Signalverlauf, der auf eine Beschädigung der Messstelle hinweist, so dass bei diesen Messebenen lediglich die Südseite zur Auswertung herangezogen werden konnte.

Während der letzten 330 gemessenen Rammschläge ist es kaum zu einer Veränderung des aufgezeichneten Kraftverlaufes gekommen. Die Streuung während eines gesamten Wellendurchlaufes ($2L/c$) ist nahezu identisch. Dies bedeutet, dass sich der Widerstand und die Dämpfung des Pfahl-Boden-Paketes kaum verändert haben. Eine starke Veränderung zeigte sich nur innerhalb der ersten 100 Rammschläge nach dem Einvibrieren der Tragbohle. Dieser Effekt ist darauf zurückzuführen, dass durch den Rüttelvorgang der Boden zu Beginn der Pfahleinbringung im Bereich des Mantels gestört worden ist. Durch die anschließende Rammung der Tragbohle erhöht sich die Reibung des anstehenden Bodens am Pfahl, so dass die Dämpfung durch den Boden zugenommen hat und dadurch eine Abnahme der maximalen Amplitude der Kraft entlang der Messebenen stattfindet.

4.4.2 Der Wellendurchlauf

Im Folgenden wird der Durchlauf der Welle entlang des Pfahles anhand des Kraftverlaufes und Verformungs- bzw. Schwinggeschwindigkeitsverlaufes an unterschiedlichen Messstellen beschrieben. In Abbildung 4.17 ist der Wellendurchgang am Beispiel von fünf ausgesuchten Messebenen als Wasserfalldiagramm aufgezeigt. Die zeitliche Verschiebung der Dehnwelle beim Durchlauf des Pfahles ist deutlich zu erkennen. Die maximale Kraft der ersten sieben Messstellen ist annähernd konstant und liegt bei ungefähr 15800 kN. An den letzten drei Messstellen ist es zu einem deutlichen Abfall der Kraft gekommen. Diese Abnahme der Kraft von ungefähr 2000 kN erklärt sich durch den Einfluss der Dämpfung im Bereich der Einbindung in den Boden. Zum besseren Verständnis wird der Wellendurchgang im Weiteren an-

hand dreier Messebenen im Bereich der Kräfteinleitung (Messebene 01), der Pfahlmitte (Messebene 04) sowie im Bereich des Pfahlfußes (Messebene 08) aufgezeigt.

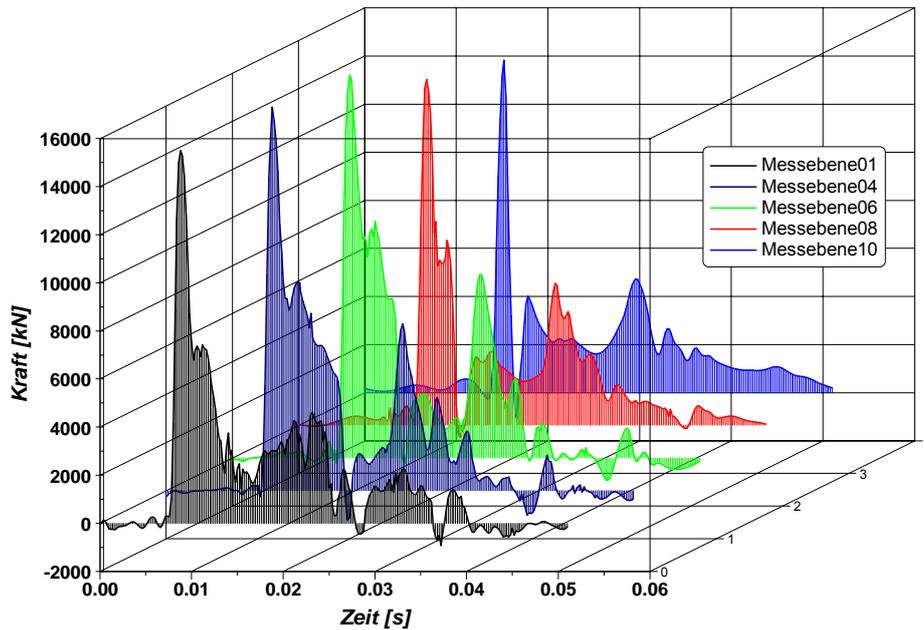


Abb. 4.17: Wellendurchlauf an unterschiedlichen Messebenen

Für die abgebildeten Kraftverläufe sind die Mittelwerte der Dehnungen einer Messebene verwendet worden. Der Kraftverlauf bzw. der Schwinggeschwindigkeitsverlauf werden in der Folge über die Zeit sowie über den Laufweg der Dehnwelle dargestellt. Durch die Länge des Einleitungsimpulses kommt es am Pfahlkopf und am Pfahlfuß zu deutlichen Überlagerungen der inzidenten und reflektierten Wellenanteile. Der Kraftverlauf lässt sich daher am besten an den Messergebnissen einer Messebene in der Mitte des Pfahles beschreiben. Die Abbildung 4.18 zeigt den berechneten und geglätteten Kraftverlauf an der vierten Messstelle für den 400. Rammschlag. Im Diagramm sind vier signifikante Extremwerte des Kraftverlaufes gekennzeichnet, die in Diagramm 4.19 in Anlehnung an die Pfahlgeometrie zugeordnet sind. Die Voraussetzung für die Lagebestimmung ist die theoretische Wellenausbreitungsgeschwindigkeit von $c = 5122 \text{ m/s}$ ($c = (E/\rho)^{0,5}$).

Die maximale Energie des Rammschlages befindet sich zum Zeitpunkt $t=0$ am Pfahlkopf [1]. 3,5 Millisekunden später, dies entspricht einer Lauflänge von ca. 18,0 Metern, erreicht das Impulsmaximum die Lage des Dehnungsmessstreifens an der vierten Messebene [2]. Nach weiteren 42 Metern tritt die größte negative Dehnung auf. Die Dehnwelle wurde zu diesem Zeitpunkt am Pfahlfuß reflektiert und befindet sich nun wieder auf der Höhe der betrachteten Messstelle [3].

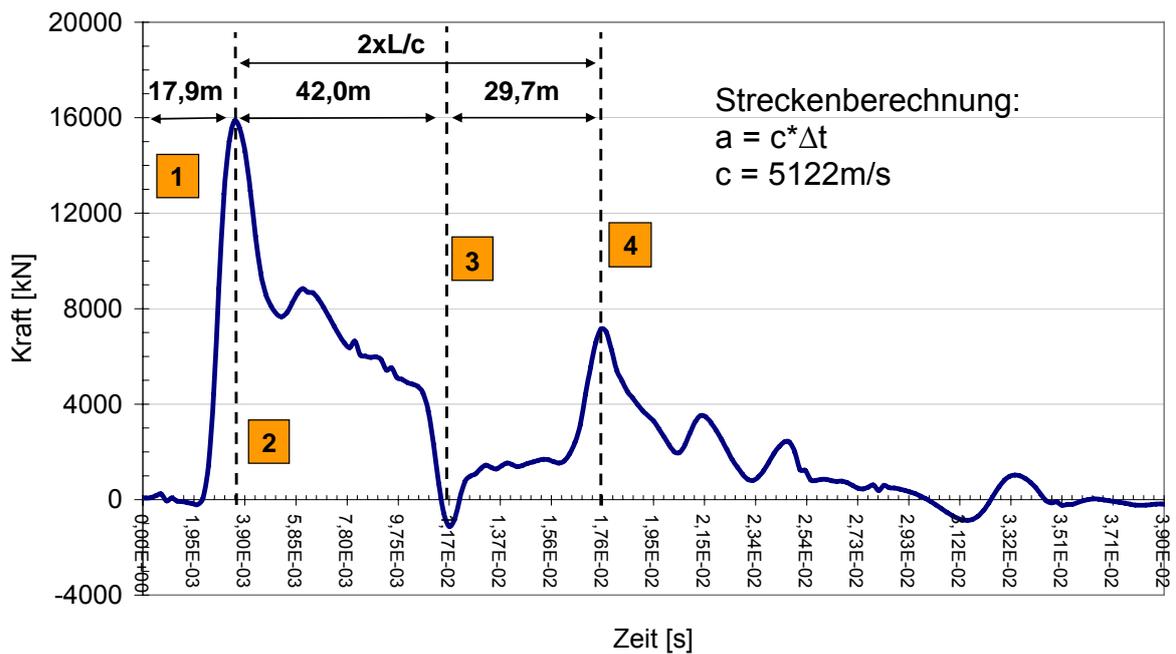


Abb. 4.18: Kraftverlauf der Messebene 4

Interpretiert man die Aufzeichnungen mit der Wellentheorie, so wird ein Teil der Druckwelle am Fuß als Zugwelle reflektiert.

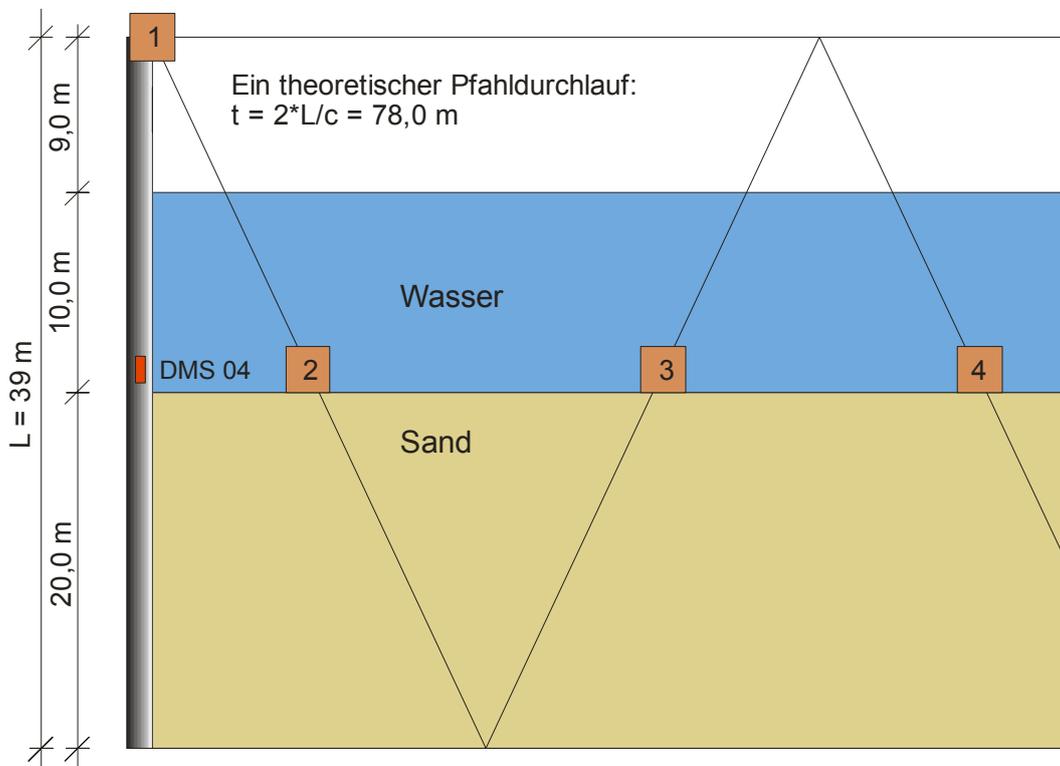


Abb. 4.19: Wellendurchlauf an Messebene 4

Für einen vollständigen Wellendurchlauf ($2L/c$) wäre jedoch eine Länge von 78,0 m notwendig. Die Abbildung 4.21 zeigt den Kraftverlauf anhand der achten Messebene.

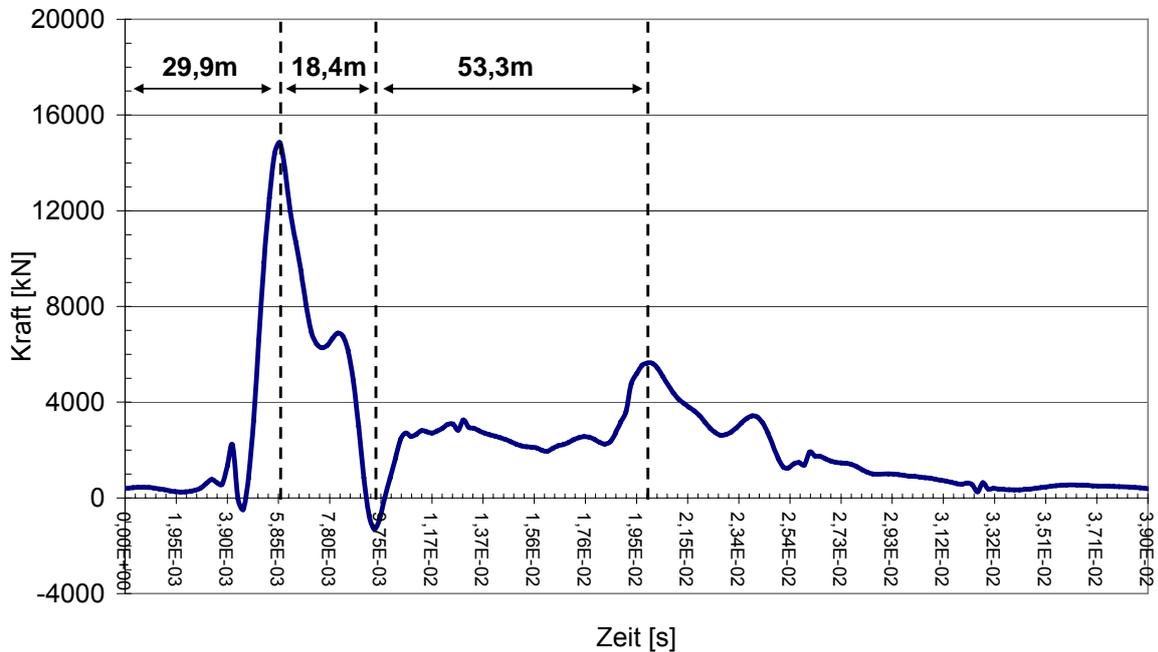


Abb. 4.21: Kraftverlauf der achten Messebene

Die Welle benötigt vom Pfahlkopf bis zu dieser Messebene eine Strecke von 29,9 m. Nach der Reflexion am Pfahlfuß trifft die Kompressionsfront den Messquerschnitt erneut innerhalb einer Laufstrecke von 18,4 m. Mit der zweiten Reflexion am Pfahlkopf durchläuft die Welle eine Strecke von 59,8 m. Sie erreicht den Messquerschnitt allerdings schon nach 53,3 m. Dies entspricht einer Erhöhung der Wellenausbreitungsgeschwindigkeit von ca. 12 %. Das hier aufgezeigte Phänomen zeigt sich über den Rammvorgang bei allen ausgewerteten Rammschlägen. Auf eine Interpretation dieser Wellenausbreitungsgeschwindigkeitsänderung wird zu einem späteren Zeitpunkt näher eingegangen.

4.4.3 Grundlagen der Auto- und Kreuzkorrelation

Im vorhergehenden Kapitel ist der Wellendurchlauf der Kompressionswelle anhand der Dehnungsmaxima und der zugehörigen zeitlichen Differenz unter Annahme einer konstanten Wellenausbreitungsgeschwindigkeit ermittelt worden. Zur Verifizierung dieser Annahme wurden weitere statistische Auswertungen mit Hilfe der Korrelationsfunktionen durchgeführt.

Die Korrelation stellt in der Theorie der stochastischen Zufallsprozesse die Beschreibung der statistischen Erhaltung dar. Die Korrelation kann auf deterministische Signale, deren Signalverlauf sich aufgrund der mathematischen Beschreibung vorherbestimmen lässt, und auf quasi stochastische Signale, die deterministische Anteile enthalten, angewendet werden [Natke, 1992]. Messsignale können entweder deterministische oder zufällige Störsignale enthalten. Derartige Einflüsse werden bei deterministischen Signalen, u.a. durch die Bildung einer Splinefunktion, bei stochastischen Signalen dagegen z.B. durch die Anwendung der Konvolution (Faltung) oder Korrelation eliminiert. Um einen Einblick in die genauen Zusammenhänge eines stochastischen Prozesses zu gewinnen, benötigt man die Zuordnung der Signale zu verschiedenen Zeiten. Für stationäre Prozesse ist diese Zuordnung durch die Autokorrelationsfunktion gegeben [Natke, 1992]. Im statistischen Modell geht man von einer geordneten Folge von Zufallsvariablen aus. Vergleicht man die Folge mit sich selbst, so spricht man von Autokorrelation. In Abbildung 4.22 ist ein Beispiel für eine Autokorrelationsfunktion gegeben.

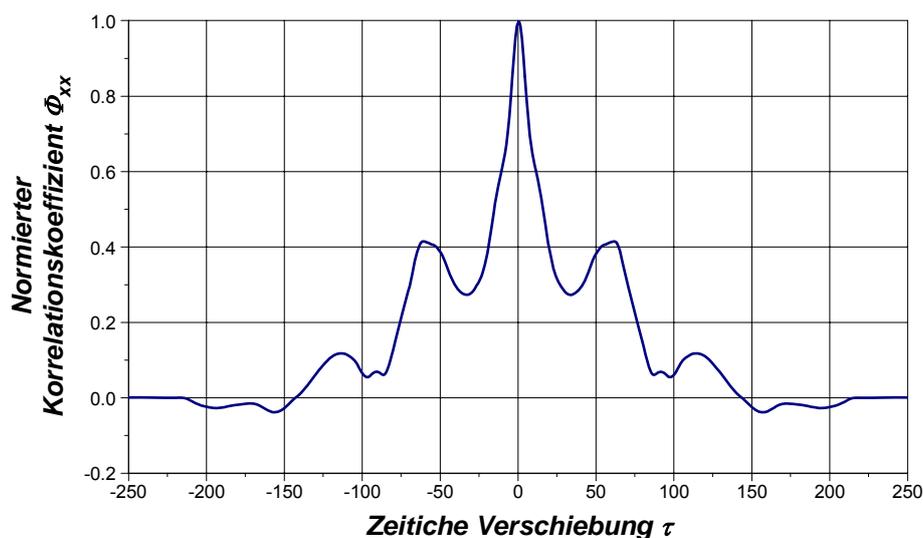


Abb. 4.22: Autokorrelationsfunktion des Kraftsignals
Rammschlag 100 – Messebene 1

Da jede unverschobene Folge mit sich selbst am Ähnlichsten ist, daher ein Höchstmaß an statistischer Verwandtschaft besitzt, hat die Autokorrelation für die unverschobenen Folgen den höchsten Wert. Dies bedeutet, dass für große Zeitverschiebungen τ die Erhaltungstendenz oder innere Kohärenz kleiner wird. Gibt es Wiederholungen im Signal, so ergeben sich Maxima der Autokorrelationsfunktion bei den Zeitverschiebungen, die der Wiederholungsdauer von Erscheinungen im Signal entsprechen. So können z. B. versteckte periodische Anteile und Echoerscheinungen in Signalen detektiert werden. Der Verlauf ist stets symmetrisch zu $\tau = 0$. Die individuelle Autokorrelationsfunktion eines stationären reelwertigen Prozesses ist der Produktmittelwert einer Musterfunktion $x_k(t)$.

$$(4.1) \quad \phi_{xx}(\tau) = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^T x_k(t) x_k(t + \tau) dt$$

Diese Gleichung entspricht der Autokovarianzfunktion für mittelwertfreie, stationäre Signale. Für diskrete Signale oder Funktionen sind die Integrale durch Summen zu ersetzen. Bei der Erweiterung zu komplexen Signalen wird das konjugiert komplexe x^* von x verwendet.

$$(4.2) \quad \underline{\phi}_{xx}(\tau) = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^T \underline{x}_k(t) \underline{x}_k^*(t + \tau) dt$$

Eine wesentliche Eigenschaft der Autokorrelationsfunktion ist, dass Sie keine Informationen über Phasenbeziehungen einzelner Frequenzkomponenten enthält. Frequenz- und Amplitudeninformation bleiben dagegen erhalten.

In der digitalen Signalverarbeitung interessiert nicht nur die Korrelation von $x_k(t)$ und $x_k(t+\tau)$ sondern auch die statistische Verwandtschaft zweier Signalverläufe $x_k(t)$ und $y_k(t)$. In der Signalanalyse wird die Kreuzkorrelationsfunktion zur Beschreibung der Korrelation zweier Signale bei unterschiedlichen Zeitverschiebungen τ zwischen den beiden Signalen eingesetzt. Es gilt:

$$(4.3) \quad \phi_{xy}(\tau) = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^T x_k(t) y_k(t + \tau) dt$$

Die Kreuzkorrelationsfunktion ist weder gerade noch ungerade. Sie zeigt z.B. Spitzen bei Zeitverschiebungen, die der Signallaufzeit vom Messort des Signals $x(t)$ zum Messort des Signals $y(t)$ entsprechen.

Auch Laufzeitunterschiede von einer Signalquelle zu beiden Messorten können auf diese Weise festgestellt werden. Die Kreuzkorrelationsfunktion eignet sich daher besonders zur Ermittlung von Übertragungswegen und zur Ortung von Quellen. Liegen das Signal x und das zeitverschobene Signal $x(t - t_0)$ vor, so kennzeichnet das Maximum der Kreuzkorrelationsfunktion genau die Zeitverschiebung t_0 .

Wie bei der Autokorrelationsfunktion kann nicht aus der Kreuzkorrelationsfunktion auf den zeitlichen Verlauf der Signale $x(t)$ und $y(t)$ geschlossen werden. Für periodische Signale erhält die Kreuzkorrelationsfunktion im Gegensatz zur Autokorrelationsfunktion jedoch eine Phaseninformation. Bei Kreuzkorrelationsfunktionen liegt die größte statistische Verwandtschaft in der Regel nicht bei $\tau=0$, sondern je nach Randbedingungen davon entfernt. Inkohärente, d.h. unkorrelierte Signalanteile aus verschiedenen Signalquellen leisten keinen Beitrag zur Kreuzkorrelationsfunktion. In der Signaltheorie wird dieses ebenfalls als Kohärenzselektion bezeichnet. Signalanteile aus gleicher Signalquelle bei statistischer Korrelation tragen zur Kreuzkorrelationsfunktion bei [Natke, 1996].

4.4.4 Abstandsmessungen mit Hilfe der Kreuzkorrelation

Die statistische Auswertung der Messdaten erfolgt in zwei Schritten. Im ersten Teil wird mit dem Einleitungsimpuls des Rammhammers eine Kreuzkorrelation der einzelnen Messebenen durchgeführt. Die aufgezeichneten Signale werden anschließend untereinander korreliert, um den zeitlichen Abstand zwischen den Messebenen zu bestimmen.

Der Einleitungsimpuls, den der Rammhammer hervorruft, wird maßgeblich durch die Kontaktzeit der Fallmasse bestimmt. Die Kontaktzeit t_c beschreibt die Länge eines Rammschlages, in welcher der Hammer Energie in den Pfahl einleitet. Anhand der Messsignale der ersten acht Messebenen konnte die Kontaktzeit des Hammers aus dem Kraftsignal nicht eindeutig bestimmt werden. Der Grund hierfür liegt in der messtechnischen Erfassung eines über wenige Millisekunden konstanten Kraftplateaus, das beim Abklingen der sinusförmigen Krafteinleitung auftritt. In Abbildung 4.23 ist die Problematik anhand der gemessenen Daten des Pile Driving Analyzers des Rammschlages 400 dargestellt.

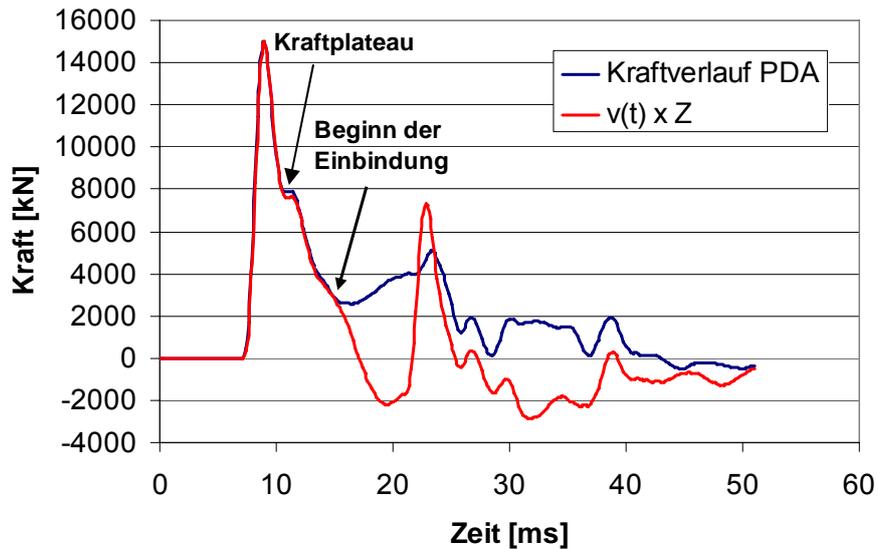


Abb. 4.23: Messsignale des Pile Driving Analyzers

Beim Abklingen der Kraftkurve ist deutlich ein Plateau zu erkennen. Die Kraft ist über einige Millisekunden konstant. Im Schwinggeschwindigkeitsverlauf an dieser Messstelle ist das Plateau ebenfalls zu erkennen. Die Trennung der Geschwindigkeits- und Kraftkurve findet erst zu einem späteren Zeitpunkt mit Beginn der Einbindung statt.

Eine weitere Möglichkeit zur Beschreibung der Stoßbelastung stellt der Energiefluss dar. Die Darstellung erfolgt über die momentane Intensität der eingeleiteten Stoßbelastung, die nach folgender Formel ermittelt werden kann:

$$(4.4) \quad \bar{I}(t) = \bar{\sigma}(t) \times \bar{v}(t)$$

In Gleichung (4.4) steht σ für die Kompressionsspannung des Stahlquerschnittes und v für die longitudinale Schwinggeschwindigkeit an der Messstelle des Pfahles. Der dargestellte Vektor der momentanen Intensität besitzt somit die Einheit des Energieflusses pro Zeit und pro Fläche. Das Ergebnis dieser Betrachtung mit den Daten des Pile Driving Analyzers ist in Abbildung 4.24 dargestellt. Hierbei wird deutlich, dass das Plateau ebenfalls im Energiefluss der eingeleiteten Stoßbelastung zu verzeichnen ist. Das bedeutet, dass es zu einer zweiten Belastung während der eigentlichen Stoßbelastung kommt. Da freies Wasser in der Regel keine Reflexionen hervorruft, ist die Entstehung des Plateaus durch das Auftreffen der Welle auf dem Wasserhorizont weitestgehend auszuschließen. Eine Beeinflussung des Signals durch auftretende Querschwingungen im Bereich der freistehenden Pfahllänge erscheint eben-

falls wenig wahrscheinlich, da das Plateau auch in Bereichen der Einbindung auftritt, so dass auf ein hammerspezifisches Verhalten geschlossen werden muss.

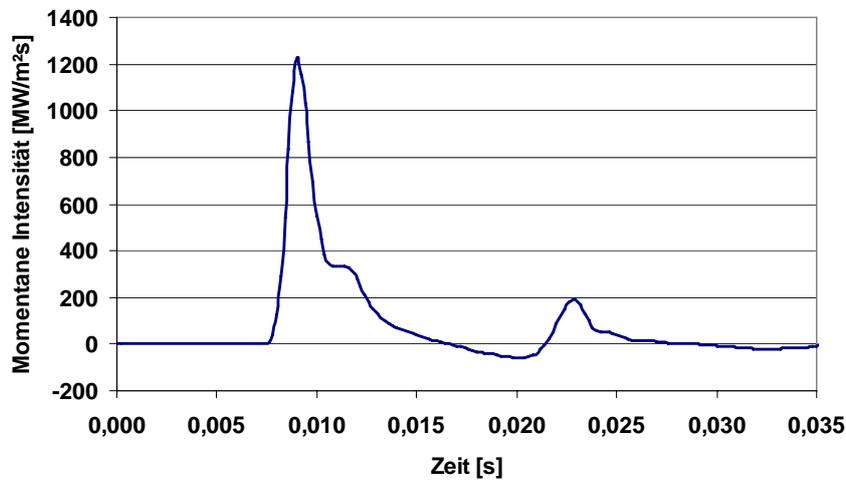


Abb. 4.24: Intensität der Stoßbelastung

Der Grund hierfür kann u.a. durch einen Nachschlag der Fallmasse induziert werden oder durch die Rammhaube verursacht worden sein. Weiterhin kann die Hydraulik beim Abheben des Fallgewichtes zu einer zweiten Belastung führen, weil der Pfahlkopf in diesem Falle als Widerlager wirkt.

Betrachtet man die Zeit vom Belastungsbeginn zum Nulldurchgang der Intensität, erhält man eine Kontaktzeit von ca. 9 ms, die einer Wellen- bzw. Pfahllänge von 46,6 m entspricht, sofern eine Wellenausbreitungsgeschwindigkeit von 5122 m/s zugrunde gelegt wird. Bei Betrachtung aller erfassten Messebenen entlang des Pfahlschaftes konnte die Kontaktzeit des Hammers erst ab Messebene 9 klar definiert werden.

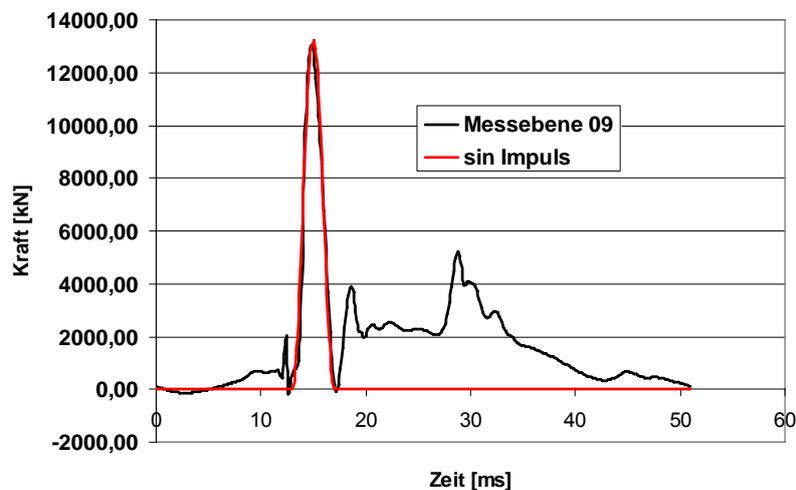


Abb. 4.25: Impulsdauer am Messquerschnitt 09

Das zuvor beschriebene Plateau ist in diesem Messsignal nicht mehr zu verzeichnen. Eine Erläuterung für die Ursache ist in Kapitel 4.5.4 gegeben. Die Abbildung 4.25 zeigt diesen Verlauf. Es kann eine Impulsdauer von 4 ms anhand der Darstellung abgeleitet werden. Dies entspricht einer Wellenlänge von 20,50m und ist mit der typischen Kontaktzeit eines Rammhammers vergleichbar. Zur Kreuzkorrelation der einzelnen Messebenen mit dem Einleitungsimpuls ist daher die angenäherte Sinuskurve zugrunde gelegt worden.

Zwischen den unterschiedlichen Impulsen zeigt der direkte Vergleich der Kreuzkorrelationen eine gute Übereinstimmung. Ein entscheidender Vorteil des Sinusimpulses liegt in der größeren Schärfe, die die Längenbestimmung vereinfacht.

In den folgenden Diagrammen werden die Ergebnisse der Kreuzkorrelation vorgestellt, die mit der Software MatLab ermittelt worden sind. An der ersten Messebene wurde die Kreuzkorrelation sowohl für den Kraftverlauf als auch für den Schwinggeschwindigkeitsverlauf durchgeführt. Die Ergebnisse sind in Abbildung 4.26 dargestellt.

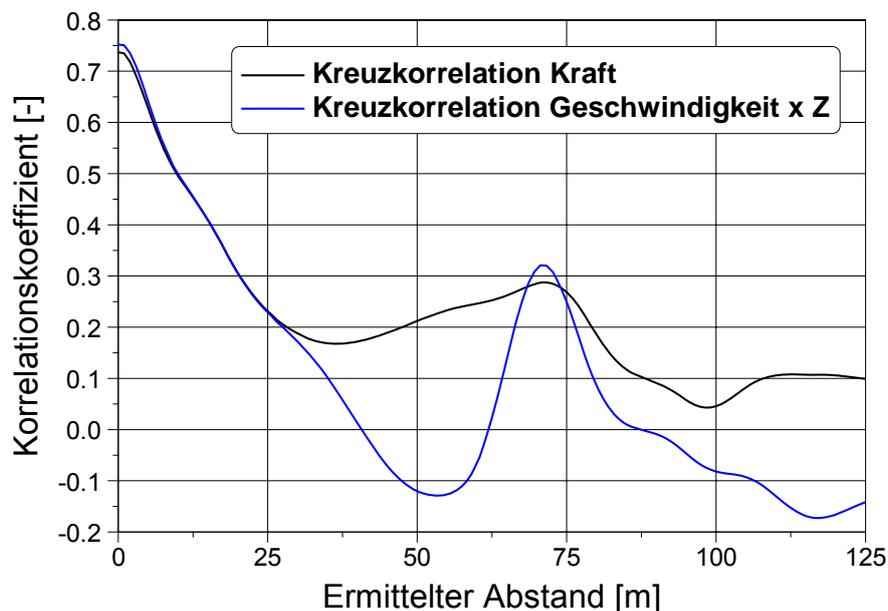


Abb. 4.26: Ergebnisse der Kreuzkorrelation am Pile Driving Analyzer

Zwischen den Messsignalen der einzelnen Messebenen und dem Sinusimpuls wurde das Signal nach der Kreuzkorrelation direkt ins Amplitudenmaximum verschoben. Das zweite Maximum stellt jeweils das dritte Auftreffen der Welle am Messquerschnitt dar. Während der Kraftereinleitung ergibt sich folgerichtig der höchste Korrelationskoeffizient zwischen dem Sinusimpuls und dem Messsignal. Die Amplitudenabnahme der Kraft aufgrund der Energieabgabe der Welle impliziert kleinere Korrelati-

onskoeffizienten für das Wiederauftreffen der Welle am Messquerschnitt. In der folgenden Abbildung sind die Ergebnisse für weitere Auswertungen unterschiedlicher Messebenen als Wasserfalldiagramm aufgezeigt.

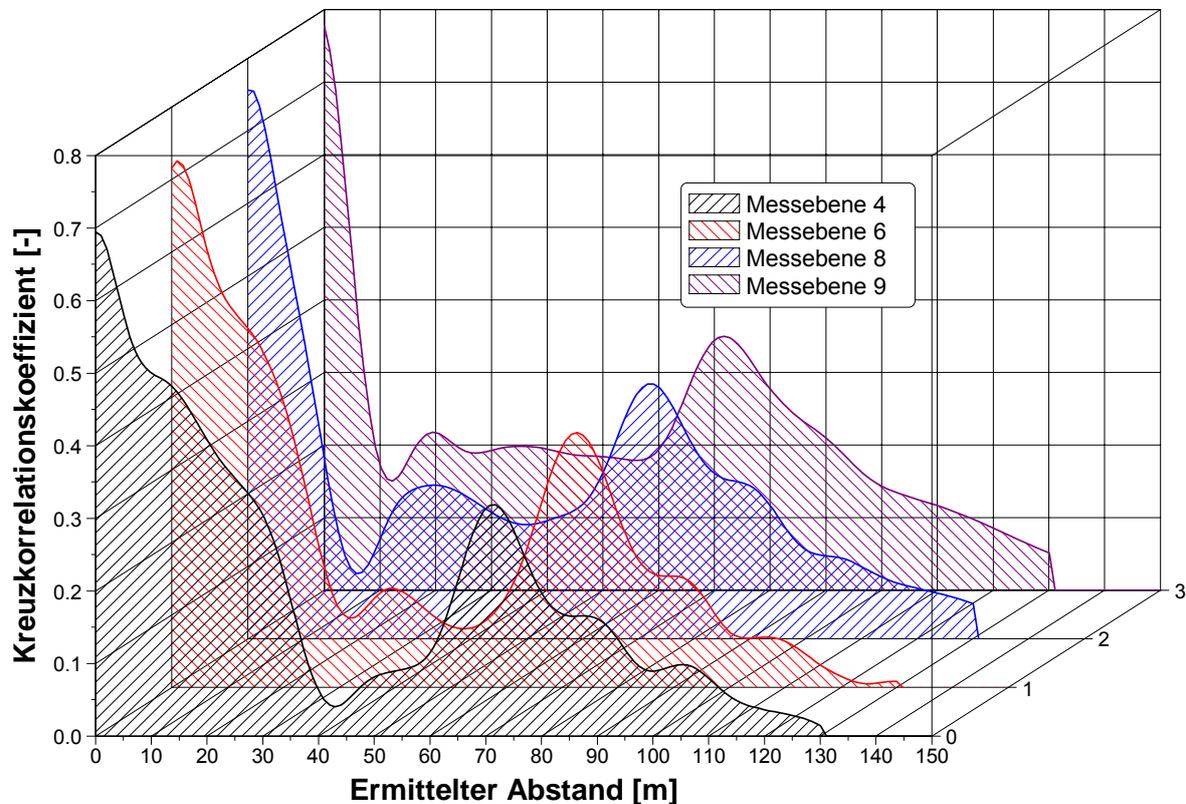


Abb. 4.27: Ergebnisse der Kreuzkorrelation

Anhand der Kreuzkorrelation ist für alle Messquerschnitte eine einheitliche Pfahllänge von 71,7 m ermittelt worden. Dies entspricht einer Erhöhung der Wellenausbreitungsgeschwindigkeit von ca. 9% von 5122 auf 5571 m/s. Anhand der statistischen Auswertung konnte im Gegensatz zur Betrachtung der Maximalwerte aus den Messsignalen ein einheitliches Bild der Ausbreitungsgeschwindigkeitserhöhung nachgewiesen werden.

Im zweiten Auswertungsschritt wurden unterschiedliche Messebenen untereinander kreuzkorreliert. Die erste Messebene wurde hierbei als Referenz betrachtet und mit darunter liegenden Querschnitten in Relation gesetzt. Anhand des größten normierten Kreuzkorrelationskoeffizienten kann so die Laufzeit der Welle zwischen den Messebenen beurteilt werden. In Abbildung 4.28 sind die Ergebnisse der Kreuzkorrelation zwischen den einzelnen Messebenen dargestellt. Der zeitliche Versatz der Amplitude in der Kreuzkorrelation ist deutlich zu erkennen. Die Verschiebung über das so genannte -lag- wurde in Anlehnung an die Abtastrate der verwendeten Mess-

technik angepasst, so dass die Zeitachse im direkten Bezug zur Kreuzkorrelation steht. Diese Auswertung ist jeweils für unterschiedliche Rammschläge durchgeführt worden.

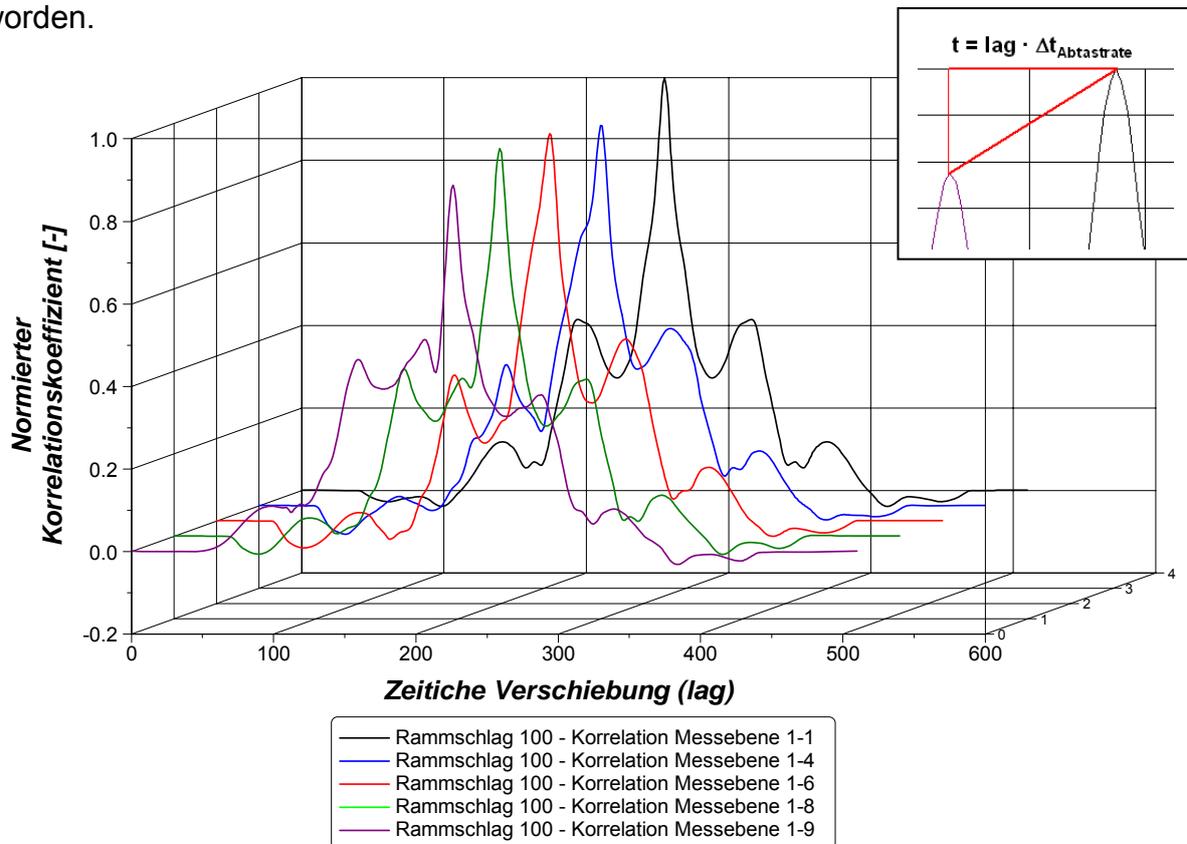


Abb. 4.28: Ergebnisse der Kreuzkorrelation zwischen den Messebenen

Nachdem die Auswertung für unterschiedliche Rammtiefen und Rammschläge vorgenommen wurde, konnte anhand der Mittelwerte eine Beurteilung der Laufzeit zwischen den Messebenen durchgeführt werden. In Abbildung 4.29 ist die Entwicklung der Wellenausbreitungsgeschwindigkeit beim ersten Auftreffen der Kompressionsfront an den unterschiedlichen Messstellen aufgezeigt.

Von Messebene 01 bis zur Messebene 04 wird eine annähernd einheitliche Wellenausbreitungsgeschwindigkeit der Einzelauswertungen im Mittel von ca. 5200 m/s erreicht. Dieser Wert ist mit der theoretischen Wellenausbreitungsgeschwindigkeit von 5122 m/s vergleichbar. Beim Auftreffen der Welle in den Einbindungsbereich kommt es zu einer kleinen Verringerung der Ausbreitungsgeschwindigkeit, die sich bis zur Messebene 06 erstreckt und auf die Dämpfung des angreifenden Bodens zurückzuführen ist. Die Wellenausbreitungsgeschwindigkeit steigt danach wieder an. Beim ersten Passieren der Welle an Messebene 09 liegt der Maximalwert bei ca. 5390 m/s. Anhand der zuvor durchgeführten Untersuchungen ist deutlich geworden, dass es nach der Reflexion am Pfahlfuß zu einer weiteren Erhöhung der Wellenaus-

breitungsgeschwindigkeit kommt, die ein Maximum bei dem zweiten Auftreffen der Welle von ca. 5570 m/s besitzt.

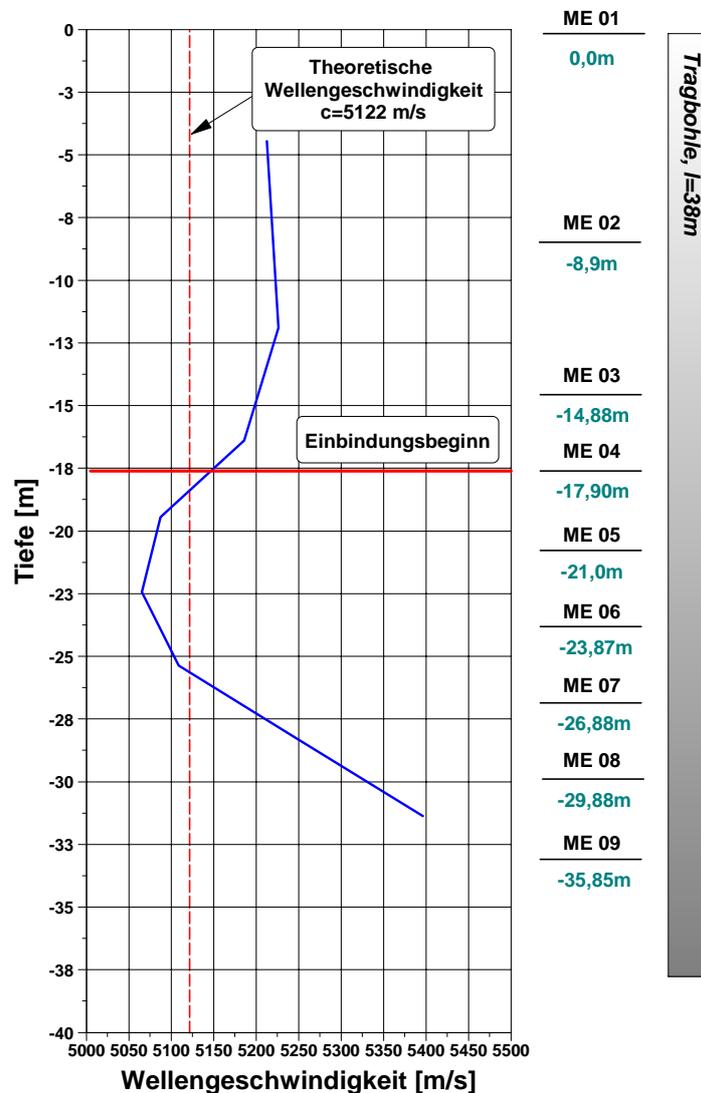


Abb. 4.29: Ermittelte Wellenausbreitungsgeschwindigkeiten

4.5 Auswertungen im Frequenzbereich

4.5.1 Fourier - Transformation

Im Folgenden werden Untersuchungen der einzelnen Messsignale der Messebenen im Frequenzbereich durchgeführt. Eine Transformation des gemessenen Kraft- bzw. Schwinggeschwindigkeitsverlaufes im Zeitbereich wird hierbei notwendig. Zur Frequenztransformation ist im Rahmen dieser Untersuchungen eine komplexe Fast-Fourier-Transformation (FFT) verwendet worden.

Da man ein kontinuierliches Signal mit einer gewissen äquidistanten Abtastung in ein diskretes Signal überführt, handelt es sich bei den hier verwendeten Signalen um diskrete Signale. Um die Wirkung eines linearen zeitinvarianten Systems im Frequenzbereich zu untersuchen, betrachtet man die Antwort auf die Erregung mit einer komplexen Exponentialfolge [Kammeyer et al., 1998]:

$$(4.5) \quad x(k) = e^{j\omega T k} = e^{j\Omega k}$$

Nach Abspaltung der vom Zeitparameter k abhängigen Terme mit der Faltungsoperation folgt für das Ausgangssignal $y(k)$:

$$(4.6) \quad y(k) = h(k) \times x(k) = \sum_{i=-\infty}^{\infty} h(i) e^{j\Omega(k-i)} = e^{j\Omega k} \sum_{i=-\infty}^{\infty} h(i) e^{-j\Omega i}$$

Die Systemantwort $y(k)$ ist somit eine komplexe Exponentialfolge mit derselben Frequenz der Erregung $x(k)$, nur die Amplitude und die Phase werden durch dieses System beeinflusst.

Dieser Effekt ist eine typische Eigenschaft linearer Systeme. Man nennt:

$$(4.7) \quad H(e^{j\Omega}) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} h(k) e^{-j\Omega k}$$

den Frequenzgang oder die Übertragungsfunktion des Systems mit der Impulsantwort $h(k)$. Da der Frequenzgang diskreter Systeme periodisch ist, lässt er sich als Fourierreihe darstellen. Dies folgt aus der Definition des Frequenzganges nach (4.6). Für die Koeffizienten dieser Reihe gilt dann:

$$(4.8) \quad h(k) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} H(e^{j\Omega}) e^{j\Omega k} d\Omega$$

Das Transformationspaar (4.6) und (4.7) kann man für jedes andere diskrete Signal $x(k)$ und das zugehörige Spektrum angeben.

Auf diese Weise wird die so genannte zeitdiskrete Fourier – Transformation definiert. Eine ausführliche Herleitung der Fourier - Transformation und die Weiterentwicklung für eine computergestützte FFT ist z.B. in [Proakis et al., 2007] vorzufinden.

4.5.2 Transiente Erregung

Die durch den Rammhammer induzierte Kompressionsfront kann man, wie bereits in Kapitel 4.4.4 gezeigt, näherungsweise durch einen Sinusimpuls abbilden. Der Sinusimpuls gehört zu den transienten Anregungen.

In Abbildung 4.30 sind drei unterschiedliche Belastungsfunktionen dargestellt, die jeweils die gleiche Rammenergie in den Pfahl einleiten und sich in der Impulsdauer T unterscheiden.

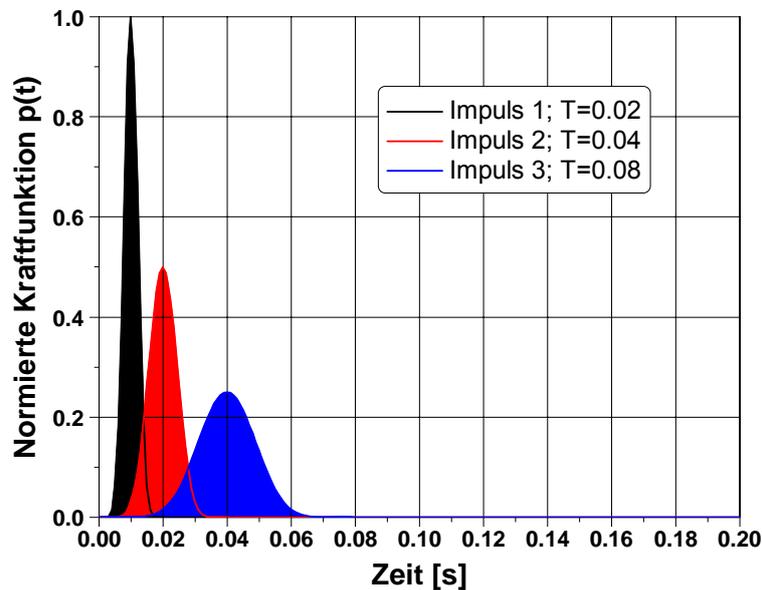


Abb. 4.30: Sinusimpuls mit unterschiedlicher Impulsdauer und gleicher Rammenergie

Die Nennenergie der verwendeten Ramme setzt sich letztlich aus der potentiellen Energie $E = m \cdot g \cdot h$ zusammen, wobei m der Hammermasse, g der Erdbeschleunigung und h der verwendeten Fallhöhe entspricht. Die Rammenergie, die in den Pfahl eingeleitet wird, kann man über die Messung von Dehnung und Beschleunigung indirekt ermitteln. Die momentane Intensität kann mittels der Messwerte über Gleichung (4.4) ermittelt werden. Den zugehörigen Energiefluss im Pfahl erhält man, indem man die momentane Intensität mit der Querschnittsfläche des Pfahles multipliziert. Die eingeleitete Energie entspricht dann dem Integral über den Energiefluss nach der Zeit. Da die gemessene Spannung und die Schwinggeschwindigkeit des Pfahles mit der Stoßkraft verändert werden, sollte z.B. für eine Reduzierung der Stoßkraft auf den 0,7fachen Wert auch eine 0,7fache Spannung und Schwinggeschwindigkeit erzeugt werden. Dies bedeutet dann aber eine 0,5fache Intensität bzw. 0,5fachen Energiefluss, der nur dann auf dieselbe eingeleitete Energie im Pfahl kommt, wenn die Stoßdauer so verlängert wird, dass das Zeitintegral, in der dieser Energiefluss als Zeitfunktion stattfindet, gleich ist. In Abbildung 4.31 ist das Ergebnis der zeitlichen Integration zur Ermittlung der eingeleiteten Energie dargestellt. Die Kraftfunktion $p(t)$

sowie die Stoßdauer wurden so angepasst, dass die eingeleitete Energie jeweils den gleichen Wert liefert.

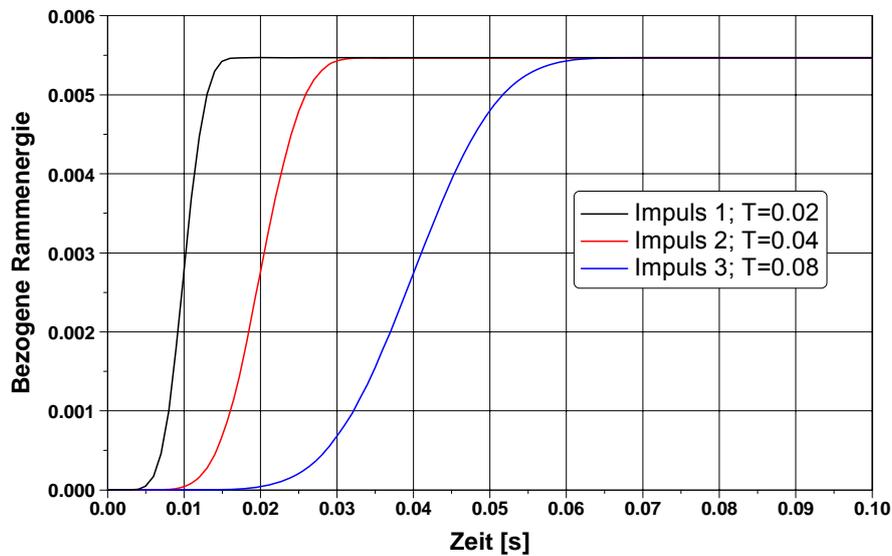


Abb. 4.31: Bezogene Rammenergie bei unterschiedlicher Impulsdauer

Dargestellt ist die 'bezogene Rammenergie' über die Zeit. Die aus der Literatur bekannte Rammenergie erhält man, wenn durch die Pfahlimpedanz Z dividiert wird. Die Abbildung 4.32 zeigt die Magnitude der Amplitudendichten, die aus den unterschiedlichen Lastfunktionen gleicher Rammenergie ermittelt wurden. Mit wachsendem T wächst ebenfalls für kleine Frequenzen die Amplitudendichte an. Ihr Abfall ist dann jedoch steiler. Der Grund hierfür liegt in dem endlichen Leistungsinhalt pro Frequenz für die Signale endlicher Zeitdauer.

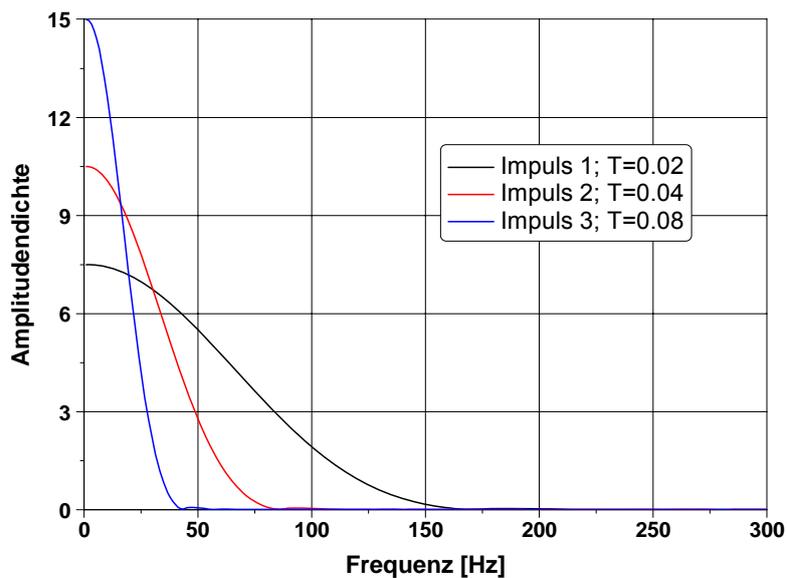


Abb. 4.32: Amplitudendichten bei unterschiedlicher Impulsdauer

Der Betrag des fouriertransformierten Signals ist als Mittelwert über mehrere Rammschläge exemplarisch an Messebene 04 in Abbildung 4.33 dargestellt. Die größten Werte liegen im Bereich der kleinen Frequenzen. Analog zu dem vorher dargestellten Sinusimpuls ist der Abfall ansteigender Frequenzen deutlich ausgeprägt. Es wird deutlich, dass durch die Stoßbelastung ein breites Band an Frequenzen angeregt wird.

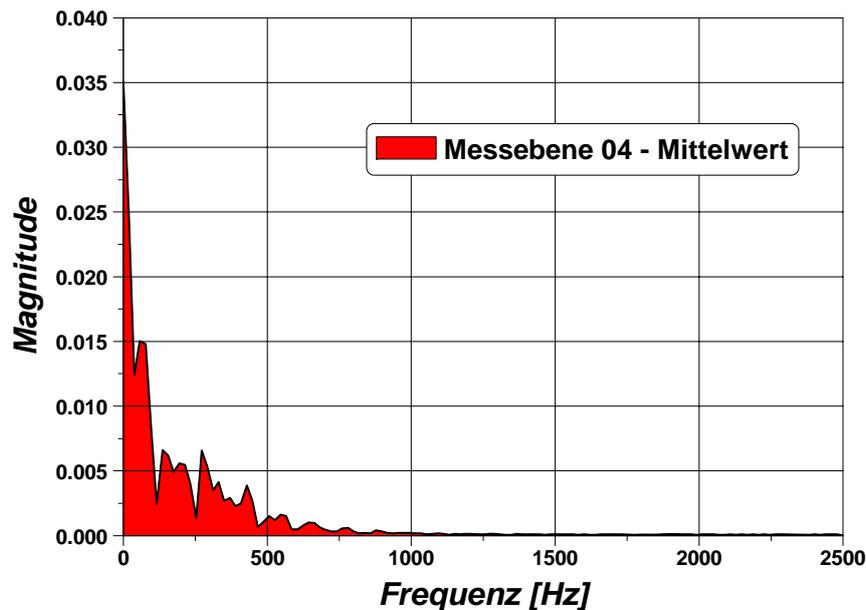


Abb. 4.33: Mittelwert der fouriertransformierten Spektraldichten

4.5.4 Dispersion von Dehwellen

Die bereits dargestellten Untersuchungen sind anhand des aufgezeichneten Messsignals durchgeführt worden. Wie in Kapitel 2.3.3 gezeigt, setzt sich die messtechnisch erfasste Bewegung jedoch aus unterschiedlichen Schwingungsformen zusammen. Bei allen Auswertungen ist daher die Gruppengeschwindigkeit der Kompressionswelle bewertet worden. In den theoretischen Grundlagen wurde gezeigt, dass die Gruppengeschwindigkeit die Geschwindigkeit darstellt, mit der sich die Kompressionsfront, d. h. das Intensitätsmaximum mehrerer sich überlagernder Wellen, fortbewegt.

Bei viskoelastischen Materialien tritt eine physikalische Dispersion aufgrund der Materialeigenschaft auf. Weiterhin kann eine Dispersion auftreten, sobald mindestens eine der wesentlichen Wellenlängen des zusammengesetzten Wellenzuges kleiner ist als das Doppelte der Querabmessung H des Pfahles (vgl. 2.3.2). Unter Dispersion versteht man insofern die Abhängigkeit der Phasengeschwindigkeit von der Wellen-

länge bzw. von der Frequenz. Die Phasengeschwindigkeit viskoelastischer Materialien steigt mit ansteigender Frequenz an. Dies bedeutet, dass sich bei einer induzierten Dehnwelle hochfrequente Anteile schneller fortpflanzen, als die im Messsignal ebenfalls enthaltenen niedrigfrequenten Komponenten [Benatar, et al. 2003]. Dieses Phänomen ist in Abbildung 4.34 anhand eines infiniten Wellenzuges an unterschiedlichen Positionen dargestellt.

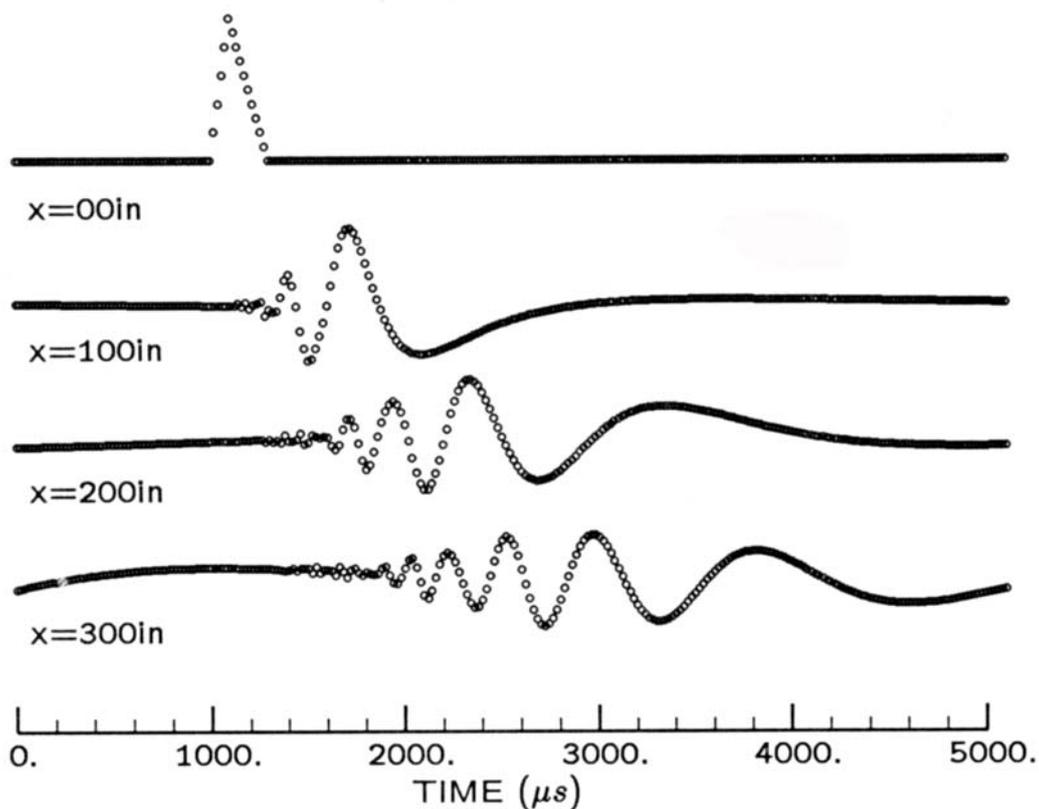


Abb. 4.34: Infiniter dispersiver Wellenzug [Doyle, 1997]

Die Sinoide besitzen unterschiedliche Ausbreitungsgeschwindigkeiten, so dass der zusammengesetzte Wellenzug eine Veränderung der Form beinhaltet.

In Kapitel 4.4.4 wurde gezeigt, dass das in den oberen Messebenen erfasste Kraftplateau ab der neunten Messstelle nicht mehr zu verzeichnen ist. Ein plausibler Grund für diese Ursache ist in dem Laufzeitunterschied hochfrequenter und niedrigfrequenter Wellenanteile zu suchen. Die zweite Belastung stellt ebenfalls einen Stoß dar, der sich aus unterschiedlichen Wellen zusammensetzt. Der Laufzeitunterschied führt zu einer Separation der Wellenanteile und das Plateau wird somit nicht mehr in den tieferen Messebenen erfasst. Für diese Annahme spricht ebenfalls die schmalere Impulsform an der neunten Messstelle (vgl. Abbildung 4.27).

Um den Frequenzgehalt unterschiedlicher Messebenen zu untersuchen, wurden die Transferfunktionen zwischen den einzelnen Messebenen betrachtet. Hierzu wurde das Amplitudenspektrum für unterschiedliche Schläge an den einzelnen Messebenen bestimmt.

Im Anschluss daran wurden die Transferfunktionen durch Division der Amplitudenspektren benachbarter Messebenen gebildet. Bei einem identischen Frequenzgehalt müsste sich somit für jede Frequenz der Wert von Eins ergeben.

In Abbildung 4.35 sind die Transferfunktionen von der ersten zur zweiten Messebene für unterschiedliche Rammschläge (RS) dargestellt.

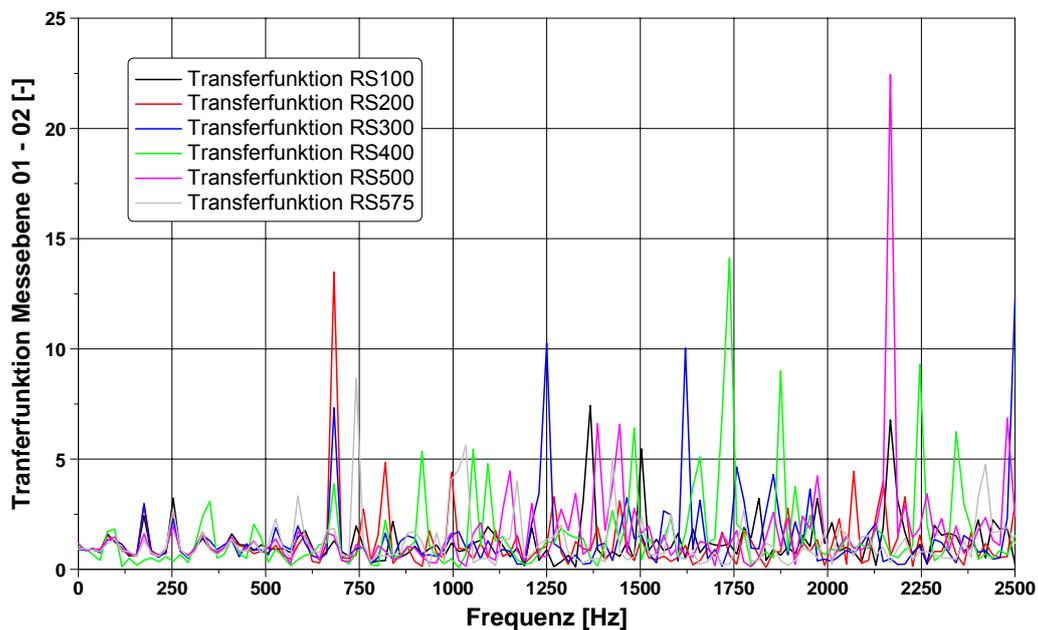


Abb. 4.35: Transferfunktion Messebene 01 – 02

Anhand der Darstellung ist deutlich zu erkennen, dass bezogen auf einzelne Frequenzen Abweichungen gegenüber der Sollgeraden entstehen. Ein Trend ist anhand dieser Darstellung nicht abzuleiten, da sich die Peaks in der Regel lediglich aus einem Datenpunkt ableiten. Die dargestellten Kurven lassen auf lokale Schwingungseffekte schließen, die z.B. durch den Einfluss der Querdehnung entstehen können. Bei der untersuchten Tragbohle handelt es sich weiterhin um einen zusammengesetzten Querschnitt, so dass ebenfalls Schwingungseffekte aus unterschiedlichen Bewegungen der Querschnitte resultieren können. Diese Interpretation wird ebenfalls durch die gegenläufigen Schwinggeschwindigkeiten der Beschleunigungsgeber des PDA unterstützt, die erst durch die Mittelwertbildung den zu erwartenden Verlauf zeigen. In Abbildung 4.36 sind die Transferfunktion zwischen Messebene 07 und 08 in Analogie zu Abbildung 4.35 ausgewertet.

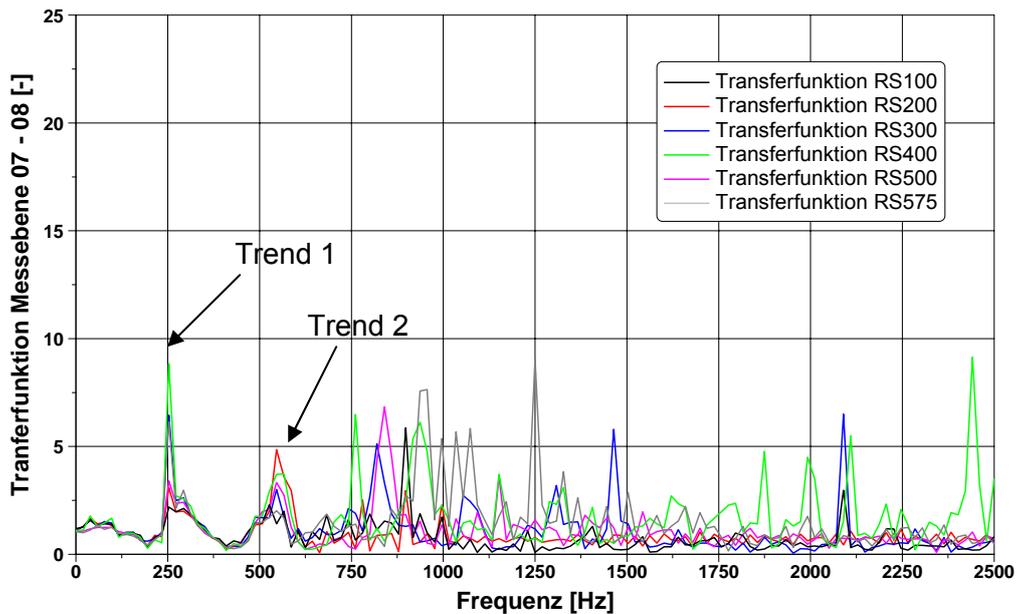


Abb. 4.36: Transferfunktion Messebene 07 – 08

Das stark streuende Verhalten für ansteigende Frequenzen ist hierbei deutlich weniger ausgeprägt. Des Weiteren zeigt sich im Bereich von 250 Hz sowie 500 Hz ein Trend, der sich aus mehreren Datenpunkten bildet. Werden die zwei letzten Transferfunktion zwischen Messebene 08 und 09 sowie zwischen Messebene 09 und 10 betrachtet, so zeigt sich in der ersten Transferfunktion lediglich noch ein Trend stark ausgeprägt (vgl. Abbildung 4.38). Die Transferfunktion des letzten Messquerschnittes (vgl. Abbildung 4.37) weist keinen Trend mehr auf, was darauf schließen lässt, dass einzelne Frequenzen durch den Boden aus dem Messsignal aufgenommen und gedämpft worden sind.

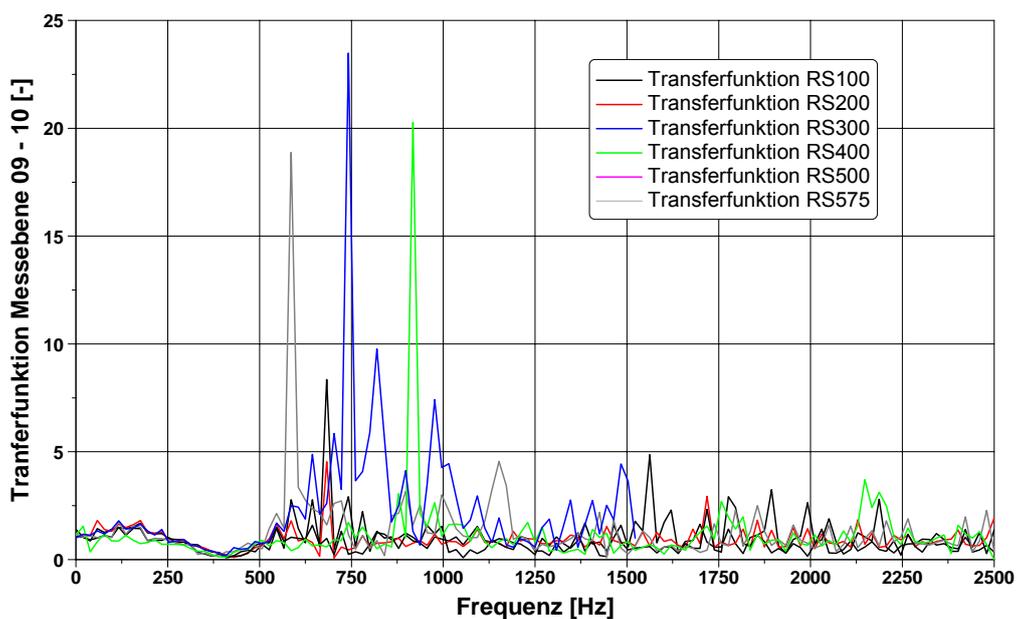


Abb. 4.37: Transferfunktion Messebene 09 – 10

Weiterhin streuen die Werte für ansteigende Frequenzen wesentlich weniger als bei höher liegenden ausgewerteten Transferfunktionen einzelner Messebenen. Dies bestätigt die Vermutung des Einflusses lokaler Schwingungseffekte aus der Querdehnung.

Durch die Mittelung der Transferfunktionen an einzelnen Messebenen kann der Einfluss lokaler Extremwerte reduziert werden. In Abbildung 4.38 sind zwei Mittelwerte von Transferfunktionen gegenübergestellt.

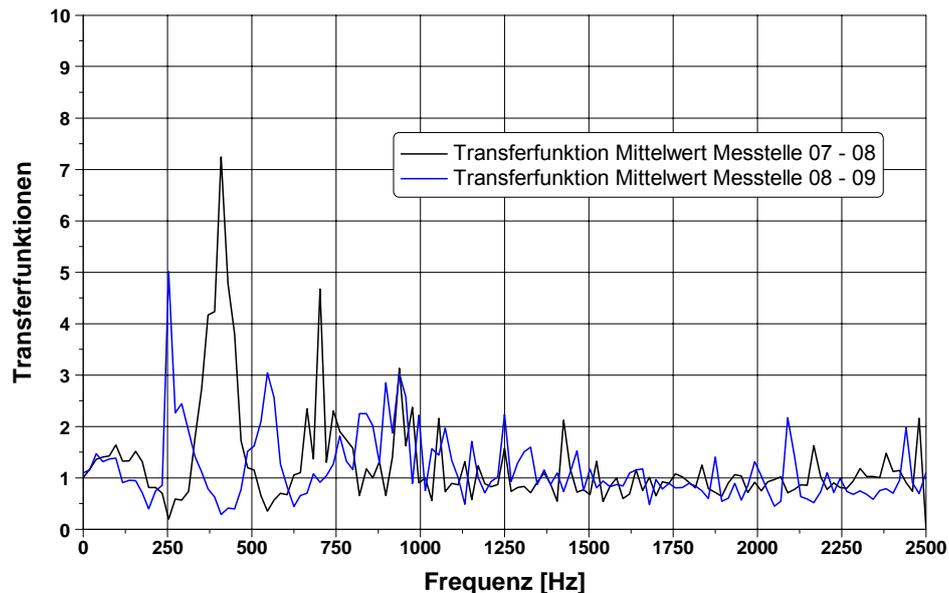


Abb. 4.38: Transferfunktion Messebene 09 – 10

Gegenüber den zuvor dargestellten Abbildungen ist der Maximalwert der Peaks bezogen auf den Betrag wesentlich reduziert. Grundsätzlich zeigt sich weiterhin der zuvor beschriebene Trend.

Aufgrund der Tatsache, dass die angewendete Messtechnik keine Erfassung der Querdehnungseffekte berücksichtigt, kann der Einfluss der Querdehnung jedoch nicht eindeutig identifiziert werden. Die lokalen Schwingungseffekte sind daher nicht weiter untersucht worden.

4.6 Ergebnisse der Messungen

Um die Wellenausbreitung in einem Einzelpfahl zu erfassen, ist eine Tragbohle in zehn Messebenen mit insgesamt 20 DMS instrumentiert worden. An der ersten Messebene wurden mit dem Pile Driving Analyzer als Referenzsystem parallel die Dehnungen und Beschleunigungen des Pfahles erfasst. Der Wellendurchlauf im Pfahl durch den Rammhammer konnte für über 500 Schläge und für unterschiedliche Einbindelängen messtechnisch erfasst werden.

Anhand der Messergebnisse sind weiterführende Untersuchungen zur Wellenausbreitung vorgenommen worden. Ziel dieser Untersuchung war die Bestimmung der longitudinalen Wellenausbreitungsgeschwindigkeit entlang der Pfahlachse. Es wurden Betrachtungen im Zeitbereich sowie im Frequenzbereich durchgeführt.

Die Untersuchungen im Zeitbereich erfolgten in zwei Schritten. Zunächst wurde die Laufzeit der Welle anhand der durch die Randbedingungen des Pfahles entstehenden Maximalwerte im Messsignal ermittelt. Hierbei konnte gezeigt werden, dass sich die Welle bis zum ersten Auftreffen am jeweiligen Messquerschnitt mit der theoretischen angenommenen Wellenausbreitungsgeschwindigkeit fortbewegt. Nach ihrem Austritt aus dem Einbindungsbereich und der anschließenden Reflektion am Pfahlkopf kommt es bis zum zweiten Auftreffen der Welle zu einer Beschleunigung der Kompressionsfront. In leicht variierender Form zeigt sich dieses Phänomen für alle Messquerschnitte des Pfahles. Mit Hilfe der im Anschluss durchgeführten Korrelationsstudie zwischen Messsignal und Impulslast konnte eine einheitliche Erhöhung der Wellenausbreitungsgeschwindigkeit von 5.122 auf 5.571 m/s für einen kompletten Wellendurchlauf des Pfahles nachgewiesen werden. Die Kreuzkorrelationsstudie einzelner Messebenen zeigt, dass die Wellenausbreitungsgeschwindigkeit auf dem Weg zur Pfahlspitze beim Eintritt in den Boden kurzzeitig abgebremst wird und danach eine Beschleunigung erfährt.

Anschließend wurden Untersuchungen im Frequenzbereich durchgeführt. Zu diesem Zweck sind die Messsignale vom Zeitbereich mittels der komplexen FFT in den Frequenzbereich transformiert worden. Anhand dieser Auswertungen konnte qualitativ der Einfluss von dispersiven Effekten aufgezeigt werden. Es zeigt sich ein deutlicher Trend der Transferfunktionen im Einbindungsbereich, der auf eine Dämpfung von Frequenzen hinweist. Aufgrund der Tatsache, dass keine messtechnische Erfassung der Querdehnung vorliegt, kann der Einfluss lokaler Schwingungsformen nicht quantitativ nachgewiesen werden.

5 Numerische Untersuchungen zur Wellenausbreitung

5.1 Ziele der numerischen Untersuchungen

Die Wellenausbreitung im Pfahl wird durch verschiedene Faktoren beeinflusst. Um eine Beurteilung dieser Parameter zu erreichen, werden neben den Messungen zur Wellenausbreitung im Pfahl ebenfalls numerische Berechnungen durchgeführt. Die in diesem Kapitel dargestellten Berechnungen umfassen zwei numerische Modelle. Die ersten Untersuchungen werden an einem rotationssymmetrischen Stab durchgeführt. Das Finite Elemente Modell (FEM) wurde in Anlehnung an das von Smith entwickelte CAPWAP Modell aufgestellt. Anhand dieser Studien soll das im Folgenden diskutierte Bodenmodell verifiziert werden. Weiterhin dienen die Berechnungen zur Ermittlung der messtechnisch nicht erfassten lokalen Geschwindigkeitsverläufe entlang der Pfahlachse, so dass der Energiefluss im Pfahl bewertet werden kann. Die gemessenen Werte werden dabei adaptiv in den Berechnungen berücksichtigt.

Das zweite dreidimensionale Finite Differenzen Modell (FDM) dient zur Grundsatzuntersuchung der Änderung der Wellenausbreitungsgeschwindigkeit infolge einer lateralen Behinderung.

5.2 Allgemeines

Numerische Berechnungen setzen eine Modellbildung für die dynamisch beanspruchte Struktur voraus. Hierzu ist es notwendig, das physikalische kontinuierliche System auf ein diskretes mathematisch idealisiertes System zu reduzieren.

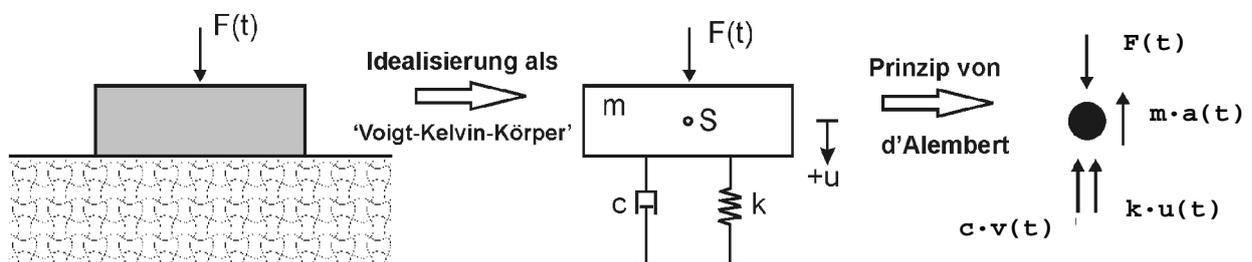


Abb. 5.1: Idealisierung eines physikalischen Systems

Inwiefern das Modell vereinfacht werden kann, hängt vom dynamischen Vorgang ab. Wie bereits in den vorangegangenen Kapiteln gezeigt, ist vor allem der Frequenzgehalt des eingeleiteten Stoßimpulses gegenüber der Pfahlgeometrie von Bedeutung. Stellt sich in Abhängigkeit des Frequenzinhaltes ein Schwingungsvorgang ein, kann

der Pfahl im Prinzip in ein einfaches Masse-Feder-Dämpfer Modell übertragen werden. In dieser Arbeit soll die Wellenausbreitung entlang der Pfahlachse untersucht werden. Dies bedingt mindestens eine Formulierung des Pfahles als Dehnstab.

Wie in Kapitel 3 gezeigt, werden diese Modelle ebenfalls zur Auswertung dynamischer Probelastungen herangezogen. Sollen mehrdimensionale Effekte erfasst werden, kann das physikalische System als rotationssymmetrisches System oder dreidimensionales Modell abgebildet werden. Um Reflektionen am Rand des Strukturmodells zu vermeiden, die in der Natur durch die Abstrahlung in den Halbraum nicht auftreten, werden an den Rändern entweder angepasste Feder-Dämpfer Elemente oder infinite Elemente vorgesehen. Die Randelementmethode kann ebenfalls Anwendung finden.

5.3 Lösung der Bewegungsgleichungen in kinetischen Berechnungen

Die Bewegungsgleichung der Gesamtstruktur als Matrizenformulierung eines Systems aus finiten Elementen lautet:

$$(5.1) \quad M\ddot{U} + C\dot{U} + KU = R$$

M stellt hierbei die Massenmatrix, C die Dämpfungsmatrix und K die Steifigkeitsmatrix dar. R ist der Vektor der äußeren Lasten. U, \dot{U}, \ddot{U} sind die jeweiligen Vektoren der Verschiebung, Geschwindigkeit und der Beschleunigung der Finite-Elemente-Gruppierung. Da diese Formulierung aus dem dynamischen Kräftegleichgewicht zur Zeit t abgeleitet worden ist, kann die Gleichung auch wie folgt aufgestellt werden [Bathe, 2002]:

$$\begin{aligned} F_I(t) + F_D(t) + F_E(t) &= R(t) \\ \text{mit} \\ (5.2) \quad F_I(t) &= M\ddot{U} \\ F_D(t) &= C\dot{U} \\ F_E(t) &= KU \end{aligned}$$

In kinetischen Berechnungen wird daher im Prinzip das dynamische Gleichgewicht zur Zeit t betrachtet, das die Wirkung von beschleunigungsabhängigen Trägheitskräften und geschwindigkeitsabhängigen Dämpfungskräften mit einschließt.

5.4 Verwendete Zeitintegrationsschemata

5.4.1 Rotationssymmetrisches FEM Modell – Das Newmark Verfahren

Zur Lösung der Gleichung (5.1) wird für das rotationssymmetrische Modell das direkte Integrationsverfahren nach Newmark benutzt. In der direkten Integration wird mittels eines Schritt-für-Schritt Verfahrens integriert. Dabei bedeutet der Ausdruck 'direkt', dass keine Transformation der Gleichungen in eine andere Form durchgeführt wird [Bathe, 2002].

Bei dem Verfahren nach Newmark werden folgende lineare Ansätze für die Geschwindigkeits- und Verschiebungsverläufe in Abhängigkeit der Beschleunigung getroffen:

$$(5.3) \quad \begin{aligned} {}^{t+\Delta t}\dot{U} &= {}^t\dot{U} + \left[(1-\delta) {}^t\ddot{U} + \delta {}^{t+\Delta t}\ddot{U} \right] \Delta t \\ {}^{t+\Delta t}U &= {}^tU + {}^t\dot{U}\Delta t + \left[\left(\frac{1}{2} - \alpha \right) {}^t\ddot{U} + \alpha {}^{t+\Delta t}\ddot{U} \right] \Delta t^2 \end{aligned}$$

mit den Integrationsparametern α und δ den Verschiebungs-, Geschwindigkeits- und Beschleunigungsvektoren nach (5.1) zum Zeitpunkt t_n bzw. t_{n+1} sowie dem Zeitschritt $\Delta t = t_{n+1} - t_n$.

Die Parameter α und δ können so gewählt werden, dass Integrationsgenauigkeit und Stabilität erreicht wird (vgl. Kapitel 5.5). Für $\delta=1/2$ und $\alpha=1/6$ entsprechen die Beziehungen (5.3) der linearen Beschleunigungsmethode. Als unbedingt stabiles Schema hatte Newmark ursprünglich die Methode der konstanten mittleren Beschleunigung, die auch Trapezregel genannt wird, vorgeschlagen [Bathe, 2002]. Für sie setzt man $\delta=1/2$ und $\alpha=1/4$ (vgl. Abbildung 5.2).

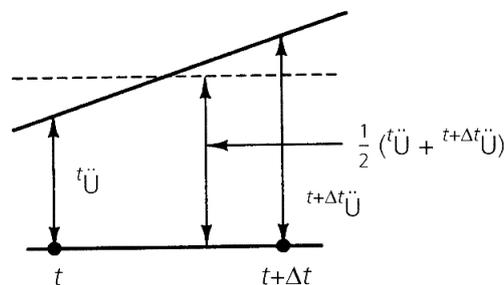


Abb. 5.2: Newmarksches Schema mit konstanter mittlerer Beschleunigung [Bathe, 2002]

Um die Verschiebungen, Geschwindigkeiten und Beschleunigungen zur Zeit $t+\Delta t$ zu berechnen, werden zusätzlich zur Gleichung (5.3) die Bewegungsgleichungen (5.1) zur Zeit $t+\Delta t$ betrachtet [Bathe, 2002]:

$$(5.4) \quad M \overset{t+\Delta t}{\ddot{U}} + C \overset{t+\Delta t}{\dot{U}} + K \overset{t+\Delta t}{U} = \overset{t+\Delta t}{F}$$

Löst man Gleichung (5.3) nach $\overset{t+\Delta t}{\ddot{U}}$ in Abhängigkeit von $\overset{t+\Delta t}{U}$ auf und setzt $\overset{t+\Delta t}{\ddot{U}}$ dann in Gleichung (5.2) ein, erhält man Gleichungen für $\overset{t+\Delta t}{\ddot{U}}$ und $\overset{t+\Delta t}{\dot{U}}$, die als Unbekannte nur die Verschiebung $\overset{t+\Delta t}{U}$ enthalten. Durch Einsetzen der Gleichungen für $\overset{t+\Delta t}{\ddot{U}}$ und $\overset{t+\Delta t}{\dot{U}}$ in Gleichung (5.4) und anschließendes Auflösen nach $\overset{t+\Delta t}{U}$ lassen sich unter Verwendung (5.3) nun auch $\overset{t+\Delta t}{\ddot{U}}$ und $\overset{t+\Delta t}{\dot{U}}$ berechnen.

Für die rotationssymmetrischen Berechnungen ist in den durchgeführten Simulationen das Programmsystem ANSYS verwendet worden. Um das Maß der numerischen Dämpfung bzw. der numerischen Dissipation zu beeinflussen, wird unter ANSYS der Parameter γ eingeführt:

$$(5.5) \quad \alpha = 0,25(1 + \gamma^2) \text{ und } \delta = 0,5 + \gamma$$

Der Parameter γ bestimmt das Maß der numerischen Dämpfung bzw. der numerischen Dissipation (vgl. Kapitel 5.5). Grundsätzlich führt dies zur Abnahme der Schwingungsamplitude, weiterhin kann hochfrequentes Schwingen unterdrückt werden.

5.4.2 Dreidimensionales FD Modell - Expliziter paralleler Algorithmus

Das dreidimensionale Finite-Differenzen-Modell wird benutzt, um das aufgezeigte Phänomen der Zunahme der Wellenausbreitungsgeschwindigkeit numerisch abzubilden. Das verwendete Finite Differenzen Programm TransDyn wurde am Institut für Statik und Dynamik (ehemals Curt-Risch-Institut und Institut für Statik) der Leibniz Universität Hannover entwickelt (vgl. [Elmer, 2004]). Das Programm besitzt gegenüber kommerziellen Programmen den Vorteil, dass der Quellcode zugänglich ist und somit eine gezielte Beeinflussung der mathematischen Formulierungen erfolgen kann.

Das Programm TransDyn basiert auf der zwei- und dreidimensionalen Wellenausbreitung und dem Energiefluss. Im Folgenden werden die theoretischen Grundlagen dargestellt und diskutiert.

Als initiale Grundgleichung für die numerische Diskretisierung wird die spannungsba-
sierte Bewegungsgleichung benutzt:

$$(5.6) \quad \tau_{ji,j} + \rho f_i = \rho \ddot{u}_i$$

Unter Annahme eines linear elastischen Verhaltens nach Hooke folgt:

$$(5.7) \quad \tau_{ji,j} = \lambda u_{k,k} \delta_{ij} + \mu (u_{i,j} + u_{j,i})$$

Unter Zugrundelegung von:

$$(5.8) \quad \frac{\partial v_i}{\partial t} = \frac{\partial^2 u_i}{\partial t^2}$$

für die Gleichungen (5.6) und (5.7) und anschließender zeitlicher Ableitung von (5.7) erhält man unter Vernachlässigung der eingepprägten Körperkräfte f pro Masseneinheit die Bewegungsgleichungen eines linear elastischen Körpers als eine Formulierung erster Ordnung auf Basis der Spannungen und Geschwindigkeiten:

$$(5.9) \quad v_i = \frac{1}{\rho} \int_T \tau_{ji,j} dt$$

$$(5.10) \quad \tau_{ji,j} = \int_T \left[\lambda v_{k,k} \delta_{ij} + \mu (v_{i,j} + v_{j,i}) \right] dt$$

mit den Lamé-Konstanten λ und μ und dem Kronecker Delta δ_{ij} . Anhand dieser Gleichungen lassen sich alle Wellenarten mit ihren unterschiedlichen Ausbreitungsgeschwindigkeiten und Eigenschaften beschreiben.

Die räumlichen partiellen Ableitungen der Gleichungen (5.9) und (5.10) in kartesischen Koordinaten x, y, z werden über zentrale finite Differenzen nach dem 'leapfrog' Schema mit den Knotenkoordinaten i, j, k und den Abständen $\Delta x_i, \Delta y_i, \Delta z_i$ approximiert. Daraus folgt:

$$(5.11) \quad \frac{\partial \tau_{xx}}{\partial x} \approx \frac{\Delta \tau_{xx}}{\Delta x} \Rightarrow \frac{\tau_{xx i+1,j,k} - \tau_{xx i,j,k}}{\Delta x_i}$$

Sowie:

$$(5.12) \quad \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} \approx \frac{\Delta \tau_{xy}}{\Delta y} \Rightarrow \frac{\tau_{xy i,j,k} - \tau_{xy i,j-1,k}}{\Delta y_j}$$

Für die zeitliche Integration mit zentralen Differenzen und dem Zeitschritt Δt werden die partiellen zeitlichen Ableitungen wie folgt definiert:

$$(5.13) \quad \frac{\partial v}{\partial t} = \dot{v} \Rightarrow \dot{v}(t) \approx \frac{\Delta v}{\Delta t} \Rightarrow \frac{v_{n+1/2} - v_{n-1/2}}{\Delta t}$$

Und für die zeitliche Integration:

$$(5.14) \quad v = \int_t^{t+\Delta t} \dot{v} dt \Rightarrow v_{n+1/2} \approx v_{n-1/2} + \Delta t \times \dot{v}(t) \\ \Rightarrow \tau_{n+1/2} \approx \tau_n + \Delta t \times \dot{\tau}(t + \Delta t/2)$$

Die zeitlichen Ableitungen aus (5.14) sind aus den Integranden der Gleichung (5.9) für den Zeitpunkt $t=n \cdot \Delta t$ bekannt.

$$(5.15) \quad \dot{v}_i \approx \frac{1}{\rho} \frac{\tau_{ji}}{\Delta j}$$

Ebenso anhand (5.10) für jeden halben Zeitschritt $t=(n+0,5) \cdot \Delta t$.

$$(5.16) \quad \dot{\tau}_{i,j} \approx \lambda \frac{\Delta v_k}{\Delta k} \delta_{i,j} + \mu \frac{\Delta v_i}{\Delta j} + \mu \frac{\Delta v_j}{\Delta i}$$

In Abbildung 5.3 ist das Prinzip der räumlichen und zeitlichen Diskretisierung anhand der Spannungs- und Geschwindigkeitsknotenpunkten dargestellt. Das dargestellte System zeigt einen Stab mit vier Elementen und drei Zeitschritten.

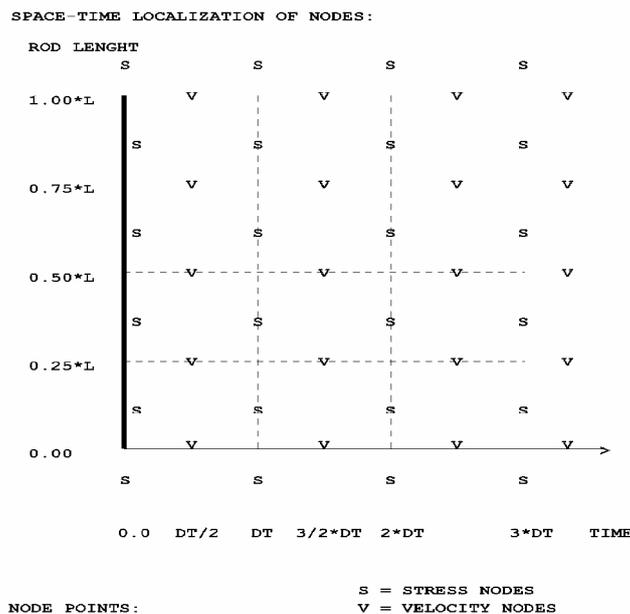


Abb. 5.3: Anordnung der Spannungs- und Geschwindigkeitsknoten in Raum und Zeit [Elmer, 2004]

Unter Verwendung dieses expliziten Integrationschema sowie einer Formulierung mit konzentrierten Massen sind alle Knotenpunkte mit der FD-Methode entkoppelt. Der Algorithmus basiert auf der Wellengleichung als eine Formulierung 1. Ordnung in Spannungen und Geschwindigkeiten.

5.5 Stabilität und Genauigkeit von Zeitintegrationsverfahren

Es gibt Integrationsverfahren, die unbedingt stabil (implizite Newmark Methode) und solche, die nur bedingt stabil (explizite zentrale Differenzenmethode) sind. Eine Integrationsmethode wird als unbedingt stabil bezeichnet, wenn die Lösung bei beliebigen Anfangsbedingungen für einen beliebigen Zeitschritt Δt und insbesondere wenn $\Delta t/T$ groß ist, nicht über alle Grenzen wächst. Eine Methode ist nur bedingt stabil, wenn diese Aussage nur für den Fall zutrifft, dass $\Delta t/T$ kleiner oder gleich einem bestimmten Wert ist. Dieser Wert wird gewöhnlich als Stabilitätsgrenze bezeichnet [Bathe, 2002].

Es wird angenommen, dass die gesuchte Lösung in den diskreten Zeitpunkten $0, \Delta t, 2\Delta t, \dots, \Delta t-t, t$ schon ermittelt wurde, so dass als nächstes die Lösung $t+\Delta t$ gesucht wird. Dann stellt man für die verwendete Integrationsmethode die folgende Rekursionsbeziehung auf [Bathe, 2002]:

$$(5.17) \quad {}^{t+\Delta t}\hat{X} = A \quad {}^t\hat{X} + L({}^{t+v}r)$$

${}^{t+\Delta t}\hat{X}$ und ${}^t\hat{X}$ sind die Vektoren, die die Lösungsgrößen (z.B. Verschiebungen, Geschwindigkeit) enthalten, und ${}^{t+v}r$ die Last zur Zeit $t+v$. A ist die so genannte Amplifikationsmatrix. Die Matrix A und der Vektor L sind die Operanten der Integrationsapproximation bzw. der Last. Das bedeutet, dass der Verschiebungsvektor zum Zeitpunkt t mit der Amplifikationsmatrix multipliziert wird, um den Verschiebungsvektor zum nächsten folgenden Zeitpunkt $t+\Delta t$ zu erhalten. Ein vorhandener Lastvektor ist ebenfalls zu berücksichtigen. Die Stabilität einer Integrationsmethode untersucht man anhand des Verhaltens der numerischen Lösung für verschiedene Randbedingungen. Deshalb wird in der Regel die Integration für den Fall untersucht, dass keiner Last zu genügen ist (homogener Fall). Sind nur die Anfangsbedingungen vorgeschrieben, reduziert sich Gleichung (5.17) zu:

$$(5.18) \quad {}^{t+\Delta t}\hat{X} = A \quad {}^t\hat{X}$$

Als Kriterium für die Stabilitätsbedingung wird im Allgemeinen der Spektralradius angewendet. Der spektrale Radius entspricht dem maximalen Eigenwert. Die spektrale Zerlegung des Integrationsoperators A^n kann wie folgt vorgenommen werden:

$$(5.19) \quad A^n = (PJP^{-1}) = PJ^nP^{-1}$$

P stellt die Matrix der Eigenvektoren der Amplifikationsmatrix A dar, J ist die kanonische jordanische Form der Diagonalmatrix mit den Eigenwerten λ_i von A auf der Hauptdiagonalen. Der spektrale Radius der Matrix A ist dann definiert mit:

$$(5.20) \quad \rho(A) := \max \{ |\lambda_i| \}, \quad i = 1, 2, \dots, n$$

Die Matrix J^n und damit die Lösung von A^n für $n \rightarrow \infty$ ist nur dann begrenzt, wenn die Beträge der Eigenwerte $|\lambda_i| \leq 1$ sind, daher gilt:

$$(5.21) \quad \rho(A) \leq 1.$$

Anhand dieser Formulierung können folgende Aussagen bezüglich der numerischen Stabilität getroffen werden [Bathe, 2002]:

- Für $\rho(A) > 1$ wächst die Lösung über alle Grenzen (numerische Instabilität).
- Bei stabilen Verfahren liegen die Eigenwerte auf oder innerhalb des Einheitskreises um den Ursprung der komplexen Zahlenebene.
- Eigenwerte mit $|\lambda_i| < 1$ dämpfen die Komponenten der Lösung für $n \rightarrow \infty$ zu Null.
- Verfahren mit $\rho(A) = 1$ sind unbedingt stabil, frei von numerischer Dämpfung.

In Abbildung 5.4 sind die Stabilitätseigenschaften für diverse Integrationsverfahren angegeben. Die spektralen Radien und damit die Stabilität der Integrationsmethode hängen nur von dem Zeitverhältnis $\Delta t/T$, dem Dämpfungsmaß D und den verwendeten Integrationsparametern ab.

Anhand des spektralen Radius lässt sich ableiten, dass das Newmark Verfahren sowie die Methoden von Wilson und Houbolt unbedingt stabil sind, wobei die zentrale Differenzenmethode bedingt stabil ist.

Die Frage, welcher Integrationsoperator in Berechnungen verwendet wird, ist individuell auf die Aufgabenstellung zurückzuführen.

Bei der Verwendung eines bedingt stabilen Algorithmus, wie z.B. der zentralen Differenzenmethode, wird die Zeitschrittgröße und damit auch die Zahl der Zeitschritte für einen gegebenen Zeitbereich von der kritischen Zeitgröße Δt_{krit} bestimmt.

Wird dagegen ein unbedingt stabiler Algorithmus verwendet, so ist der Zeitschritt dahingehend zu optimieren, dass sich ein hohes Maß an Genauigkeit und Effizienz einstellt.

Entstehende Fehler in der impliziten, unbedingt stabilen Integration können anhand des Phasenfehlers, d.h. die Periodenverlängerung der Welle infolge numerischer Bedingungen und die numerische Dissipation, d.h. die Amplitudenabnahme mit fortschreitender Welle infolge numerischer Effekte, bewertet werden.

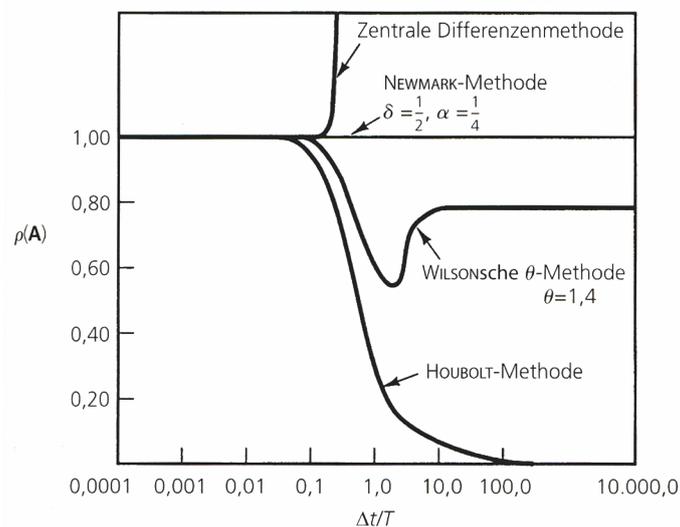


Abb. 5.4: Spektrale Radien von Näherungsoperatoren und $D=0$ bei verschiedenen Verhältnissen des Zeitschritts Δt zum betrachteten Zeitintervall T [Bathe, 2002]

Implizite Verfahren, wie die Newmark-Familie, benötigen eine Gleichgewichtslösung für den neuen Zeitpunkt, wobei die Beschleunigungen zunächst geschätzt und dann im 2. Schritt für das Gleichgewicht korrigiert werden (Prädiktor-Korrektor Schritte). Ein einfaches Lösungsschema ist nur möglich, wenn die Systemmatrizen konstant bleiben. Da bei der impliziten Lösung aber eine Gleichgewichtslösung, d.h. dynamisches Gleichgewicht inkl. Beschleunigungs- bzw. Trägheitskräften ermittelt wird, ist auch die statische Lösung enthalten, also augenblickliche, gegenseitige Beeinflussung aller Elemente mit allen Elementen (Bandmatrix). Der Zeitschritt kann also beliebig groß sein, weil letztlich für jeden Zeitschritt eine 'statische (dynamische) Lösung' ermittelt wird. Der Zeitschritt hängt von der höchsten noch abzubildenden Frequenz im Erregerspektrum ab. Wenn der Zeitschritt zu groß wird, fallen die höchsten Frequenzen heraus, aber es existiert immer eine stabile Lösung.

5.6 Räumliche Diskretisierung

Im vorherigen Kapitel wurde gezeigt, dass die numerische Zeitintegration zu dem Amplituden- und dem Phasenfehler führt. Der erste Fehler resultiert aus der algorithmischen Dissipation, der Phasenfehler führt zur numerischen Dispersion. Grundsätzlich besitzt jeder numerische Zeitintegrator einen numerischen Fehler, dessen

Größenordnung mit der Verfahrensgenauigkeit korreliert. Realitätsnahe Modelle erfordern eine sehr große Anzahl von Elementen und Zeitschritten, um die auftretenden Fehler der räumlichen und zeitlichen Diskretisierung vernachlässigen zu können. Durch die räumliche Diskretisierung der Bewegungsgleichung wird die so genannte künstliche Dispersion induziert. Die Dispensionsfreiheit der analytischen Lösung ist durch die konstante Wellenausbreitungsgeschwindigkeit nach (2.7) gegeben. Im Gegensatz zur analytischen Lösung bedingt die Näherungslösung eine 'cut off' Frequenz ω_{co} , die im Gegensatz zur analytischen Lösung nach oben beschränkt ist (vgl. Abbildung 5.5, links). Die Frequenz ω_{co} ist die maximal abbildbare Frequenz des diskretisierten Systems. Selbstverständlich stimmt ω_{co} mit der größten möglichen Eigenkreisfrequenz $\omega_{h,max}$ des finiten Elementes mit der Kantenlänge h überein [Neumann, 2004].

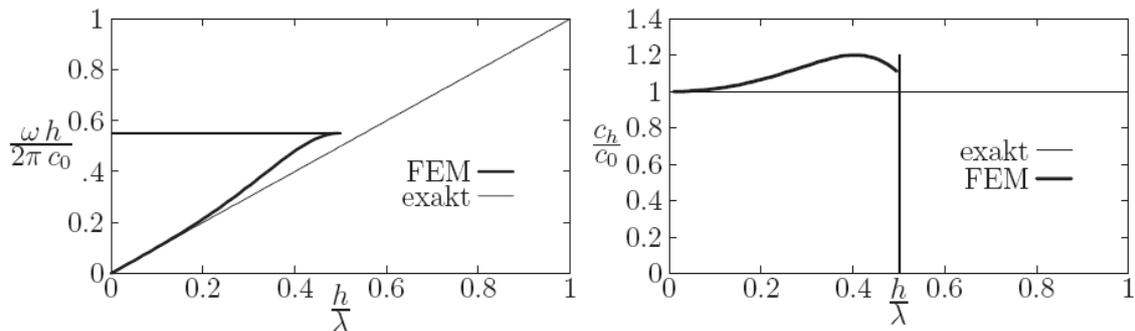


Abb. 5.5: Kreisfrequenz ω_h (links) und Ausbreitungsgeschwindigkeit c_h (rechts) dargestellt über dem Verhältnis Element- / Wellenlänge für das 1-D Kontinuumsproblem [Neumann, 2004]

Die numerische Wellenausbreitungsgeschwindigkeit c_h weicht somit auch von $c_0 = \text{const.}$ ab (vgl. Abbildung 5.5, rechts).

Bei der räumlichen Diskretisierung sollte das verwendete Elementnetz so gleichförmig als möglich konstruiert werden. Die Elementkantenlänge h ist gleich dem kleinsten Abstand zwischen zwei beliebigen Knoten des verwendeten Netzes und kann nach folgender Gleichung (5.23) bestimmt werden.

Für ein gleichförmig in alle drei Ortsrichtungen Δ_i $i=1, 2, 3$ unterteiltes Netz, ist ein explizites Zeitintegrationsschema stabil für Courant-Zahlen $S \leq 1$ (vgl. (5.22)).

$$(5.22) \quad S = c_p \Delta t \sqrt{\sum_{i=1}^3 \frac{1}{\Delta_i^2}} \leq 1$$

Die Bedingung, dass $\Delta t = \text{Elementkantenlänge} / \text{Wellenausbreitungsgeschwindigkeit}$ sein soll, wird ebenfalls als Courant, Friedrichs und Lewy (CFL) Kriterium bezeichnet.

In Abbildung 5.6 ist die numerische Dispersion für verschiedene Courant Zahlen in Abhängigkeit von der Anzahl der Elemente pro Wellenlänge dargestellt [Elmer, 2002].

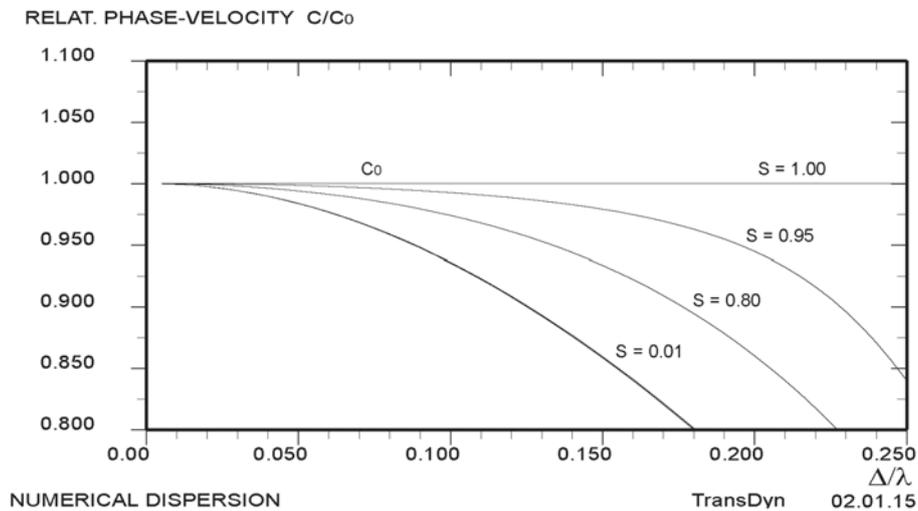


Abb. 5.6: Numerische Dispersion von expliziten FE-Modellen bei verschiedenen Courant Zahlen in Abhängigkeit von der Anzahl der Elemente pro Wellenlänge

Die räumliche Diskretisierung nach Abbildung 5.7 führt weiterhin sowohl für die Modellierung von Punktmassen als auch bei der Modellierung von verteilten Massen im FE-Modell zu einer numerischen Dispersion als frequenzabhängige Abnahme der Wellenausbreitungsgeschwindigkeit in Abhängigkeit von der Anzahl der Elemente pro Wellenlänge.

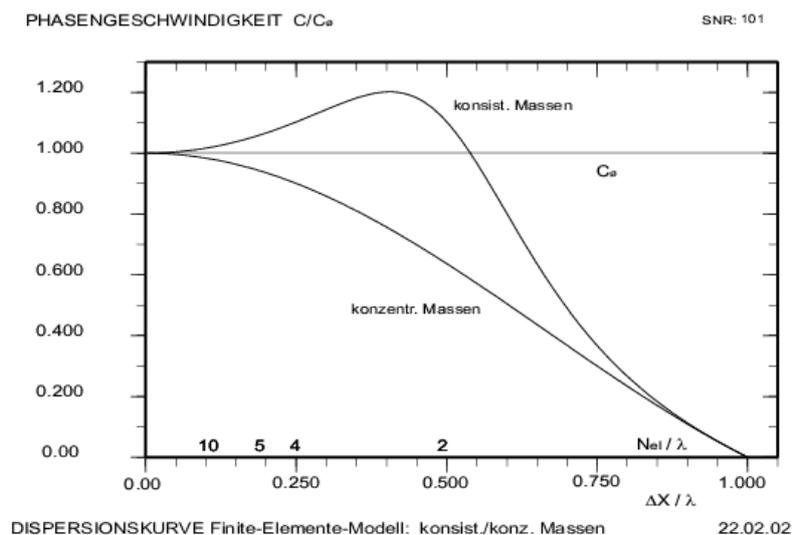


Abb. 5.7: Numerische Dispersion infolge der räumlichen Diskretisierung von FE-Modellen bei konzentrierten und verteilten Massenmodellen in Abhängigkeit von der Anzahl der Elemente pro Wellenlänge.

Entscheidend ist damit wieder die Wellenlänge der höchsten Frequenz im numerischen Modell.

Wenn die explizite zentrale Differenzenmethode Anwendung findet, sollte die Formulierung der Massenmatrix mit konzentrierten Massen erfolgen [Bathe, 2002]. Der Grund hierfür liegt darin, dass der Phasenfehler bei einer Formulierung mit konzentrierten Massen gegenläufig zum Phasenfehler der expliziten Zeitintegration verläuft. Dies führt weiterhin dazu, dass bei einer vorliegenden kritischen Ausbreitungsgeschwindigkeit bezogen auf die gewählte Elementkantenlänge, die so genannte superkonvergente Lösung erreicht wird, die der exakten analytischen Lösung entspricht. Wird der Zeitschritt dann bei gleicher Diskretisierung verkleinert, kommt es zu einer Ergebnisverschlechterung.

5.7 Wahl der Elementgröße und Zeitschrittweite

Wichtigster Unterschied zwischen einem strukturdynamischen Problem und einem Problem der Wellenausbreitung ist, dass bei der Wellenausbreitung eine große Anzahl von Frequenzen angeregt wird. Daraus folgt, dass ein Weg zur Berechnung von Wellenausbreitungsproblemen über die Verwendung einer ausreichend großen Grenzfrequenz (cut off frequency) führt, um eine hohe Genauigkeit zu erhalten [Bathe, 2002].

Zur Wahl einer geeigneten Elementgröße existieren zahlreiche Untersuchungen. Hier erfolgt die Wahl in Anlehnung an die Grenzwellenlänge.

$$(5.23) \quad f_{\text{grenz}} = \frac{1}{t_c} \Rightarrow \lambda_{\text{grenz}} = \frac{c}{f_{\text{grenz}}} \Rightarrow L_{\text{Element}} = h = \frac{\lambda_{\text{grenz}}}{n}$$

Nach [Elmer, 1995] ist der Parameter n so zu wählen, dass mindestens 10 Elemente pro Wellenlänge vorhanden sind. Zur Wahl dieses Parameters müssen die auftretenden Effekte, der numerischen Dissipation und numerischen Dispersion berücksichtigt werden. In der vorliegenden Arbeit ist eine Elementanzahl von $n \geq 20$ verwendet worden, um eine möglichst hohe Genauigkeit zu erzielen.

In Anlehnung an die gewählten 20 Elemente pro Wellenlänge wird der Zeitschritt ebenfalls auf 20 Zeitschritte für die Periodenlänge festgelegt. Dies entspricht in etwa dem kritischen Zeitschritt.

Der gewählte Zeitschritt genügt ebenfalls der Forderung von [Bathe, 2002], den Zeitschritt aus der Elementlänge und der anzusetzenden Wellenausbreitungsgeschwindigkeit zu bestimmen.

$$(5.24) \quad \Delta t = \frac{L_{Element}}{c}$$

In Abbildung 5.8 ist das den Berechnungen zugrunde gelegte rotationssymmetrische Modell aufgezeigt. Die Einbindelängen beziehen sich auf den 500. Rammschlag, da die Auswertungen für diesen Rammschlag beispielhaft durchgeführt worden sind.

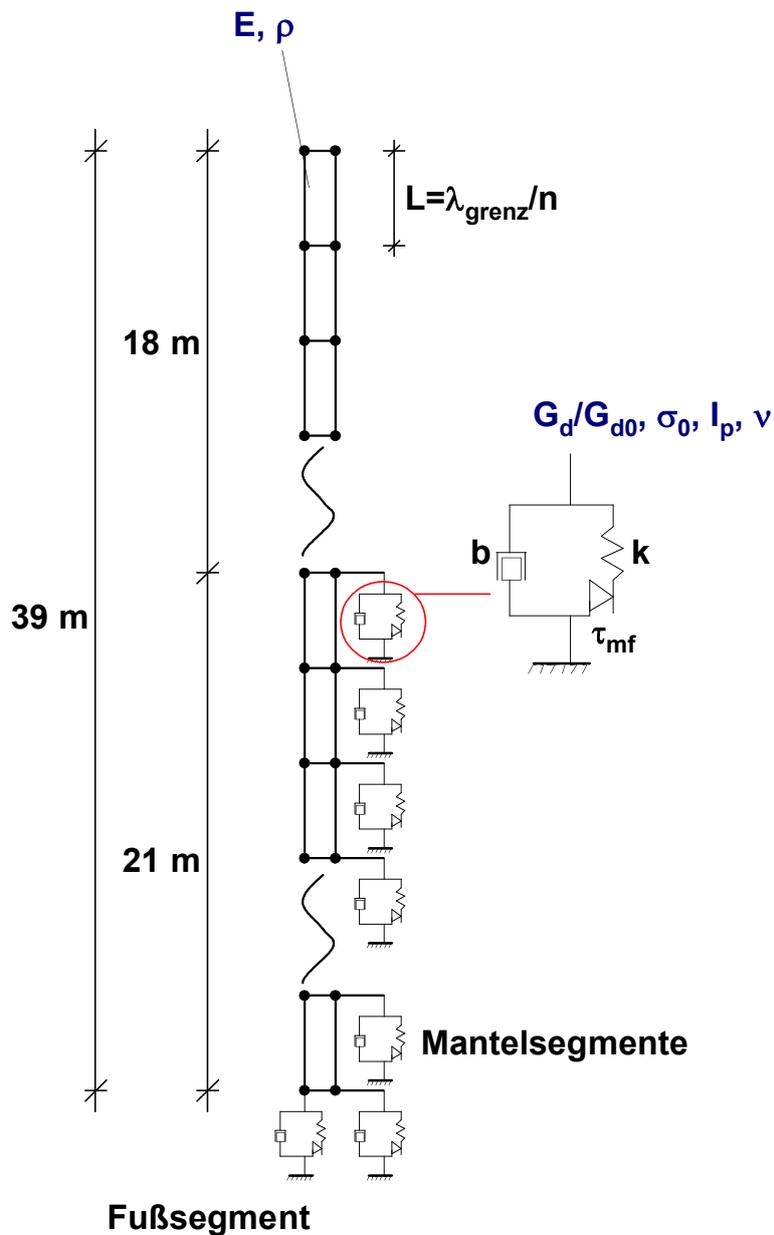


Abb. 5.8: Schematisches rotationssymmetrisches ANSYS Modell
(nicht maßstäblich)

5.8 Gewählte Elementtypen

Die Abbildung von Wellenausbreitungsproblemen mittels der FEM setzt eine Modellierung des Pfahles als Dehnstab oder Strukturmodell voraus. In den durchgeführten Untersuchungen mit dem Programmsystem ANSYS ist der Pfahl mit quadratischen Vier-Knoten Elementen im rotationssymmetrischen Spannungszustand und linearen Weggrößenansätzen modelliert (Abbildung 5.9) worden. Die Freiheitsgrade des Systems sind die Knotenverschiebungen in vertikaler und horizontaler Richtung. Die Modellierung des Stoffverhaltens des Pfahles erfolgt unter Zugrundelegung des linear elastischen Stoffgesetzes nach Hooke.

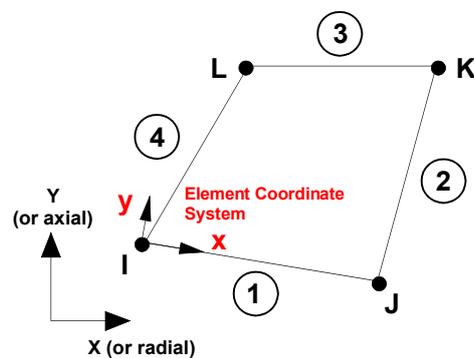


Abb. 5.9: ANSYS Struktur Element 'plane42'

Durch die Einbindung des Pfahles in den anstehenden Boden kommt es zu einer Interaktion von Boden und Bauwerk. Im Berechnungsmodell wird der angreifende Boden sowohl als linear elastisch-viskoplastisch im Mantelbereich als auch für den Spitzendruck berücksichtigt. Das verwendete Element mit einem Freiheitsgrad ist in Abbildung 5.10 dargestellt.

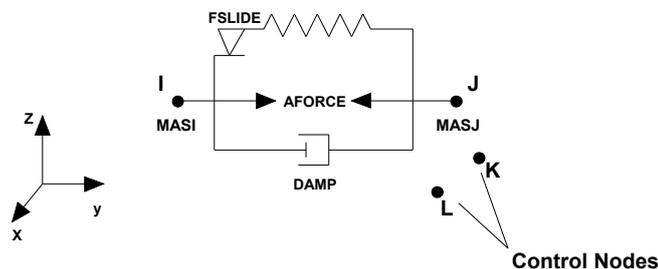


Abb. 5.10: ANSYS Element 'combin37'

Die Formulierung der Massenmatrix erfolgt bei den rotationssymmetrischen Berechnungen mit konsistenten Massen, in den dreidimensionalen Simulationen aus den genannten Gründen mit konzentrierten Massen. Die Diskretisierung des Pfahles erfolgt im 3D-Fall mit gleichförmigen Würfelementen.

5.9 Das Baugrundmodell

5.9.1 Ermittlung der Schubverzerrungsamplitude

Zur Bestimmung der Eingangsparameter für die numerischen Berechnungen müssen zunächst die Vorgänge am Pfahlmantel und an der Pfahlspitze im Hinblick auf die Energieübertragung in den Boden betrachtet werden. Generell kann der umgebende Boden bei der Rammung in drei Bereiche differenziert werden [Massarsch, 2002a]:

- Plastischer Bereich

Der Boden in der Scherzone befindet sich im Bruchzustand, die Schwinggeschwindigkeit der Bodenteilchen ist maximal, die Schubverzerrungsamplitude liegt im Bereich $\gamma > 10^{-3}$.

- Elasto – plastischer Bereich

Der Schubmodul G_d und die Schwinggeschwindigkeit der Bodenteilchen hängen stark von der Schubverzerrungsamplitude ab ($10^{-3} > \gamma > 10^{-5}$).

- Linear – elastischer Bereich

Der dynamische Schubmodul und die Schwinggeschwindigkeit der Bodenteilchen sind nahezu konstant ($\gamma < 10^{-5}$).

In Abbildung 5.11 sind die Einteilung der Bereiche unterschiedlicher Schubverzerrungsamplituden und der Abfall der Schwinggeschwindigkeit der Bodenteilchen bei dynamischer Tiefenverdichtung [Massarsch, 2002a] dargestellt.

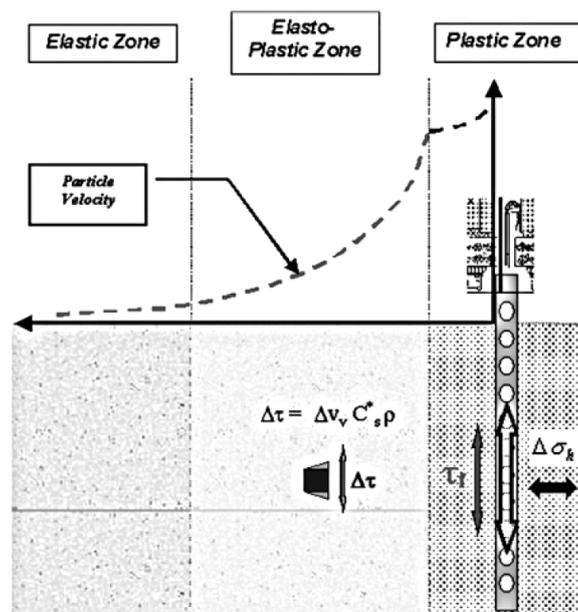


Abb. 5.11: Bodenbereiche bei der Tiefenverdichtung [Massarsch, 2002a]

Es sei an dieser Stelle nochmals explizit darauf hingewiesen, dass die Schwinggeschwindigkeit nicht der Wellenausbreitungsgeschwindigkeit entspricht.

Bei der Pfahlrammung ist der Energieübertragungsbereich vom Pfahl in den Boden im unmittelbaren Interaktionsbereich. Voraussetzung für die Entstehung einer plastischen Zone im direkten Mantelbereich des Pfahles ist eine ausreichende Verschiebung des Pfahles unter der Rammbelastung. Aufgrund der Verschiebungen, die durch den Menck – Hammer pro Rammschlag induziert wurden und der fortschreitenden Rammung über die letzten fünf Meter, ist davon auszugehen, dass der anstehende Boden in den plastischen Bereich versetzt wird.

Bei der Übertragung der Rammenergie in den anstehenden Boden ist die Impedanz entscheidend. Wie bereits in den theoretischen Grundlagen gezeigt, berechnet sich die maximale dynamische Kraft im Pfahl nach Gleichung (2.15). In den Arbeiten von [Svinkin, 1996] sind umfangreiche Untersuchungen zur Schwinggeschwindigkeit in der Nähe des Pfahlkopfes anhand von Messwerten aus über 70 CAPWAP Analysen durchgeführt worden. Die Auswertung von [Svinkin, 1996] ist in Abbildung 5.12 mit der berechneten Trendlinie dargestellt.

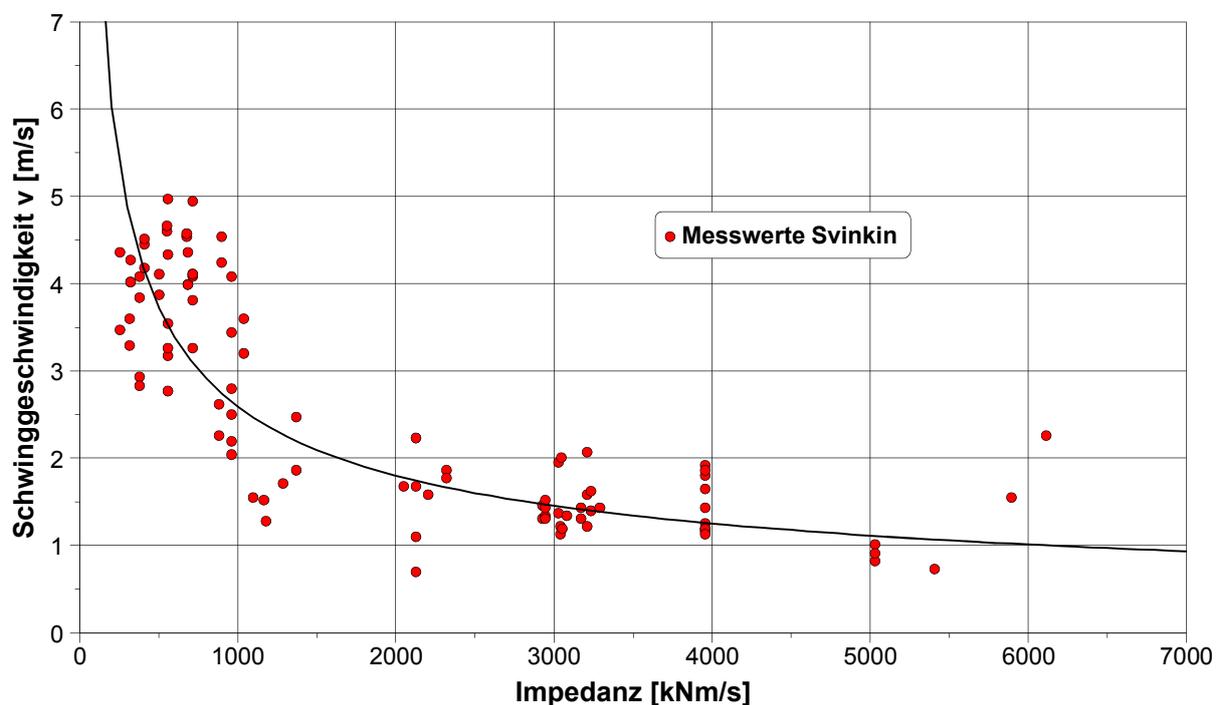


Abb. 5.12: Abhängigkeit der im Pfahl auftretenden Schwinggeschwindigkeit von der Impedanz bei gerammten Pfählen [Svinkin, 1996]

Die Trendkurve zeigt, dass die auftretenden Schwinggeschwindigkeiten bei niedrigen Impedanzen $Z < 1000$ kNs/m deutlich ansteigt. Die Signifikanz dieser Feststellung für die Baupraxis ist darin begründet, dass nahezu alle gängigen Stahl- und Stahlbetonprofile sich unterhalb dieser Grenze befinden. Setzt man die Messwerte von [Svinkin, 1996] in Relation mit der aus dem Messsignal ermittelten Rammenergie, so zeigt sich die Zunahme der Schwinggeschwindigkeit für große Impedanzen erst bei wesentlich größeren Rammenergien (Abbildung 5.13).

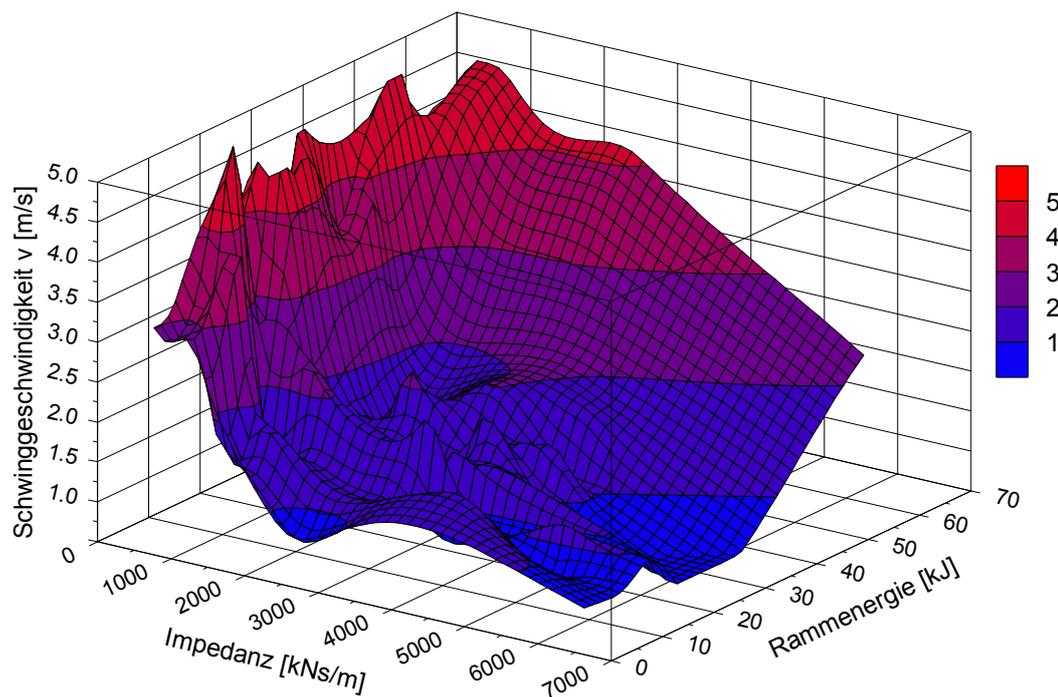


Abb. 5.13: Abhängigkeit der im Pfahl auftretenden Schwinggeschwindigkeit von der Impedanz und Rammenergie bei gerammten Pfählen [Svinkin, 1996]

Die starke Erhöhung der Schwinggeschwindigkeit im Pfahl, und damit auch im umgebenden Boden, unterhalb eines bestimmten Impedanzwertes ist durch die Untersuchungen von [Heckmann, et al., 1978] bestätigt worden. Die Bedeutung der Schwinggeschwindigkeit im Hinblick auf die Schubverzerrungsamplitude wird anhand der Gleichung (5.25) sichtbar [Massarsch, 1997].

$$(5.25) \quad \gamma = \frac{v_s}{c_s}$$

Die Schubverzerrungsamplitude kann mit den aus den Messwerten bekannten Schwinggeschwindigkeiten des Pfahles und unter Zugrundelegung der aus der Literatur bekannten Kompressions- und Scherwellengeschwindigkeiten in Böden bestimmt werden. Beim Erreichen der Welle des Messquerschnitts bewegt sich die maximale Schwinggeschwindigkeit an der ersten Messstelle im Mittel um ca. 5 m/s. Typische Werte der Wellenausbreitungsgeschwindigkeiten für Böden sind in Abbildung 5.14 angegeben.

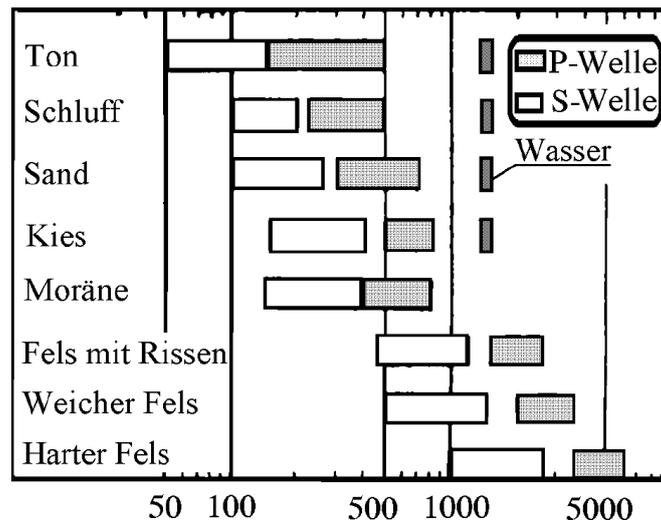


Abb. 5.14: Typische Werte der Scher- und Kompressionswellengeschwindigkeit in m/s für verschiedene Boden- und Gesteinsarten [Massarsch, 1997]

Setzt man die mittlere Scherwellengeschwindigkeit des Sandes von ca. 200 m/s in Gleichung (5.25) ein, so ergibt sich eine Schubverzerrungsamplitude von $\gamma = 2,5 \cdot 10^{-2}$. Diese überschlägige Berechnung bestätigt weiterhin die Annahme eines plastischen Bereiches im direkten Mantelbereich.

5.9.2 Ermittlung der Schubmodulverteilung

Der dynamische Schubmodul G_d bezeichnet das Verhältnis der dynamischen Schubspannung τ_d zur resultierenden elastischen Schubverzerrung γ .

$$(5.26) \quad G_d = \frac{\tau_d}{\gamma}$$

Der dynamische Schubmodul G_d ist keine Bodenkonstante. Vielmehr variiert er mit der Scherdehnungsamplitude γ , der Porenzahl e und der mittleren, allseitigen, effektiven Druckspannung $\bar{\sigma}'_0$ sowie bei kohäsiven Böden mit der Spannungsgeschichte

in Form des Überkonsolidierungsgrades OCR. Die Abhängigkeit des Schubmoduls von γ und $\bar{\sigma}'_0$ ist in Abbildung 5.15 dargestellt.

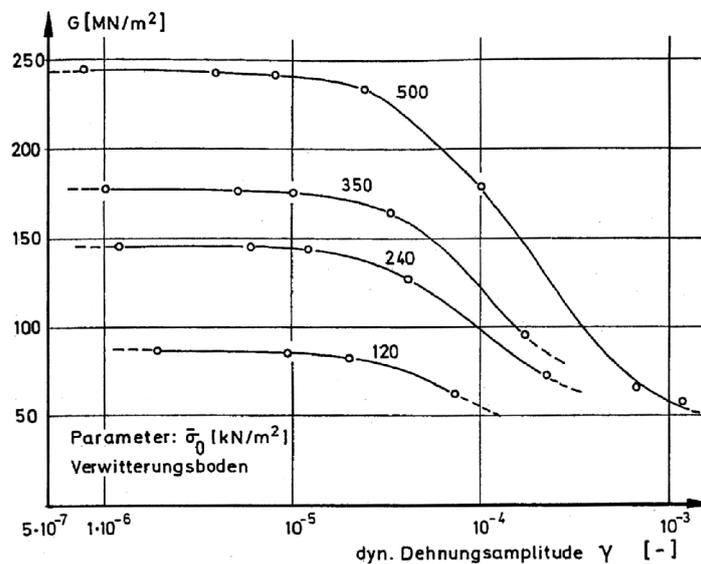


Abb. 5.15: Dynamischer Schubmodul in Abhängigkeit vom Druck und von der dynamischen Schubverzerrungsamplitude [Haupt, 1986]

Der Maximalwert des Schubmoduls stellt sich bei kleinen Schubverzerrungen ($\gamma < 10^{-5}$) ein und wird mit G_{d0} gekennzeichnet. In Abhängigkeit der Porenzahl und des Spannungszustandes kann G_{d0} für verschiedene Bodenarten mit folgenden Formeln abgeschätzt werden [Haupt, 1986]:

a. Nichtbindige Böden

$$(5.27) \quad G_{d0} = \frac{6,9 \times (2,17 - e)^2}{(1 + e)} (\bar{\sigma}'_0)^{0,5} \quad \text{mit runder Kornform}$$

$$G_{d0} = \frac{3,23 \times (2,97 - e)^2}{(1 + e)} (\bar{\sigma}'_0)^{0,5} \quad \text{mit eckiger Kornform}$$

b. Bindige Böden

$$(5.28) \quad G_{d0} = \frac{3,23 \times (2,17 - e)^2}{(1 + e)} OCR^k (\bar{\sigma}'_0)^{0,5}$$

Die empirischen Formeln sind anhand der Ergebnisse zahlreicher Resonant Column Versuche abgeleitet worden.

Im Einzelnen bedeuten darin:

a. Mittlerer, allseitiger, statischer Druck

$$(5.29) \quad \bar{\sigma}'_0 = \frac{1}{3} \sigma'_v (1 + 2K_0)$$

mit: σ'_v : Vertikalspannung

K_0 : Erdruhedruckbeiwert $K_0 = 1 - \sin \varphi$

b. Porenzahl

$$(5.30) \quad e = \frac{\text{Porenvolumen}}{\text{Festmassenvolumen}} = \frac{V_a + V_w}{V_T} = \frac{V_p}{V_T}$$

mit: V_T : feste Phase (Mineralbestandteile)

V_w : flüssige Phase (im Allgemeinen Wasser)

V_a : gasförmige Phase (im Allgemeinen Luft)

c. Überkonsolidierungsgrad (Overconsolidation Ratio)

$$(5.31) \quad OCR^k = \left(\frac{\bar{\sigma}'_c}{\bar{\sigma}'_0} \right)^k$$

mit: $\bar{\sigma}'_c$: mittlere, allseitige Konsolidierungsspannung

V_w : Exponent, abhängig vom Plastizitätsindex

Liegt eine bodenmechanische Beschreibung des Baugrundes vor, kann der Schubmodul mit diesen Formeln für den kleinen Schubverzerrungsbereich hinreichend genau berechnet werden. Hinsichtlich der Abhängigkeit der dynamischen Bodenparameter von der Druckspannung besteht nach [Hardin, Drnevich, 1970] ein vernachlässigbarer Unterschied zwischen der mittleren, allseitigen Druckspannung $\sigma_0 = 1/3(\sigma_x + \sigma_y + \sigma_z)$ und der isotropen Druckspannung. Die mittlere, allseitige, effektive Druckspannungsverteilung kann somit aus dem Erdruhedruckbeiwert K_0 und der effektiven Vertikalspannungsverteilung hinreichend genau mit Formel (5.29) berechnet werden. Zur Berechnung des Maximalwerts des Schubmoduls wird zur Bestimmung der Eingangsparameter für die numerischen Berechnungen Gleichung (5.27) benutzt. Es wird eine runde Kornform unterstellt.

Anhand des Baugrundgutachtens kann diese Annahme auch für die anstehenden Sandböden abgeleitet werden. Insbesondere für die Spülsande, die vor der Rammung der Hauptwand bis zu sechs Metern aufgespült worden sind, trifft diese Annahme zu. Der ermittelte Maximalwert des Schubmoduls ist in Abbildung 5.16 dokumentiert.

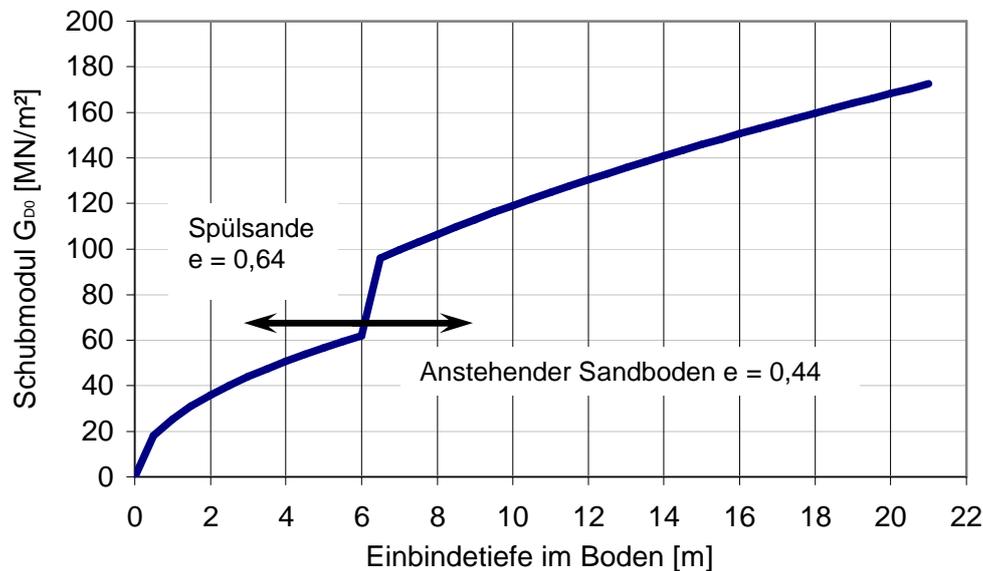


Abb. 5.16: Schubmodulverteilung im Einbindungsbereich

Wie bereits dargestellt, kommt es durch die Zunahme der Schubverzerrungsamplitude zu einer Abnahme des Schubmoduls G_{d0} (vgl. auch Abbildung 5.10). Dadurch kann bezogen auf die Pfahlrammung der Schubmodul G_{d0} nicht zur Berechnung der Dämpfungs- und Elastizitätsparameter angesetzt werden. In der Literatur werden unterschiedliche Ansätze zur Degradation des Schubmoduls für große Schubverzerrungen vorgeschlagen. In dieser Arbeit wird der Ansatz von [Ishibashi, Zhang, 1993] benutzt. Dieser Ansatz beschreibt die Abnahme des Schubmoduls G_{d0} in Abhängigkeit des effektiv angreifenden Spannungszustandes und des Plastizitätsindex I_p . Bei nichtbindigen Böden ist I_p gleich Null zu setzen. In Abbildung 5.17 sind die Degradationskurven nach [Ishibashi, Zhang, 1993] für unterschiedliche angreifende Spannungszustände dargestellt. Während der Simulationsberechnungen wurden ebenfalls die Ansätze von [Hardin, Drnevich, 1970] und [Massarsch, 1985] benutzt. Im Vergleich aller Ansätze zeigte sich jedoch gegenüber der Formulierung von [Ishibashi, Zhang, 1993] eine zu große Abminderung des Schubmoduls G_{d0} für die anstehenden Sandböden, was zu einer Unterschätzung der angreifenden Dämpfungsfaktoren am Pfahlschaft führt.

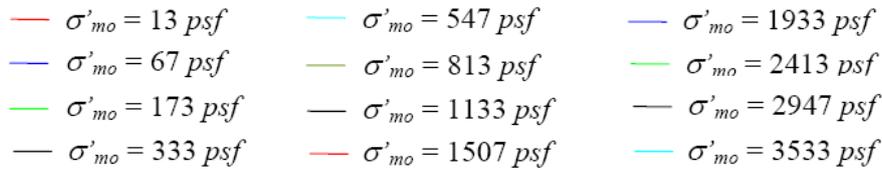
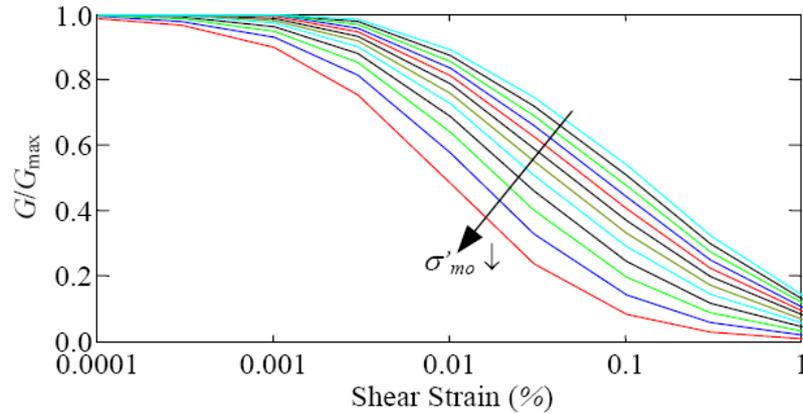


Abb. 5.17: Schubmodul – Degradationskurven für unterschiedliche angreifende effektive Spannungszustände [Green, 2001]

Die Abminderung des Maximalwerts des Schubmoduls G_{d0} kann mit folgenden geschlossenen Formeln berechnet werden:

$$(5.32) \quad \frac{G_d}{G_{d0}} = K(\gamma, I_p) \times (\bar{\sigma}'_0)^{m(\gamma, I_p) - m_0}$$

mit:

$$(5.33) \quad K(\gamma, I_p) = 0,5 \times \left(1 + \tanh \left(\ln \left(\frac{0,000102 + n(I_p)}{\gamma} \right)^{-0,492} \right) \right)$$

$$(5.34) \quad m(\gamma, I_p) - m_0 = 0,272 \times \left(1 - \tanh \left(\ln \left(\frac{0,000556}{\gamma} \right)^{0,4} \right) \right) \times e^{-0,0145 \times I_p^{1,3}}$$

$$(5.35) \quad n(I_p) = \begin{cases} 0,0 & I_p = 0 & \text{nichtbindige Böden} \\ 3,37 \times 10^{-6} \times I_p^{1,404} & 0 < I_p \leq 15 & \text{schwach plastische Böden} \\ 7,0 \times 10^{-7} \times I_p^{1,976} & 15 < I_p \leq 70 & \text{mittel plastische Böden} \\ 2,7 \times 10^{-5} \times I_p^{1,115} & I_p > 70 & \text{stark plastische Böden} \end{cases} \quad \text{für}$$

Die nach der Schubmodulreduzierung ermittelten Dämpfungsparameter nach später folgender Gleichung (5.41) sind in Abbildung 5.18 für die Einbindelänge des Pfahles dargestellt.

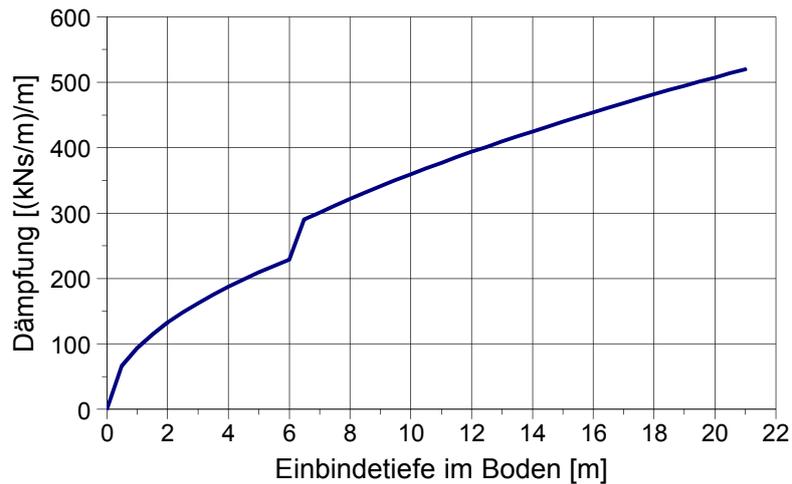


Abb. 5.18: Dämpfungswerte entlang der Einbindung

Das hier vorgestellte Berechnungskonzept zur Ermittlung der Dämpfungsparameter bezieht sich auf die Energieübertragung der Abstrahlungsdämpfung. Eine Materialdämpfung des anstehenden Bodens bleibt unberücksichtigt. Diese Annahme trifft aber nur dann zu, solange die Schubverzerrungsamplitude in der Scherzone kleine Werte aufweist. Die durch die Materialdämpfung entstehende Dissipation wird dann durch andere Effekte, wie z.B. durch die Änderung des Schubmoduls mit der Tiefe, überdeckt und ist somit nicht messbar [Haupt, 1986]. Erst durch die Entstehung eines plastischen Bereichs am Pfahlschaft und durch die damit verbundenen großen Schubverzerrungen ist die Vernachlässigung der Materialdämpfung nicht mehr möglich. Zur Berechnung des Dämpfungsgrades D wird ebenfalls die Formulierung nach [Ishibashi, Zhang, 1993] verwendet. Die folgende Formel für den dimensionslosen Dämpfungsgrad ist sowohl für bindige als auch nichtbindige Böden anwendbar.

$$(5.36) \quad D = 0,333 \frac{1 + e^{-0,0145 \times l_p^{1,3}}}{2} \left(0,586 \left(\frac{G_d}{G_{d0}} \right) - 1,547 \frac{G_d}{G_{d0}} + 1 \right)$$

Durch die Vielzahl an durchgeführten Probelastungen entlang der kompletten Rammtrasse in unterschiedlichen Abständen konnte mit Hilfe des rotationssymmetrischen Berechnungsmodells der Ansatz der Materialdämpfung sowohl für die bindigen als auch für die nichtbindigen Bodenbereiche überprüft werden.

Die Materialdämpfung wird bei der Ermittlung der Dämpfungsparameter b (vgl. Abbildung 5.8) als prozentuale Erhöhung der Abstrahlungsdämpfung berücksichtigt.

Anhand der durchgeführten Variationsberechnungen können folgende Aussagen zur Modellierung der Materialdämpfung abgeleitet werden:

- Zur Ermittlung der Dämpfungsparameter für die Pfahlspitze muss die Materialdämpfung als prozentuale Erhöhung zur Abstrahlungsdämpfung für nichtbindige und bindige Böden berücksichtigt werden. Die Berechnung erfolgt nach Gleichung (5.37) sowie (5.38).
- Bei der Bestimmung der inkrementellen Dämpfung am Pfahlschaft ist die Materialdämpfung nur im Bereich bindiger Bodenschichten anzusetzen (Gleichung (5.40) und (5.41)).

Die ermittelten Dämpfungsgrade nach (5.36) stehen in guter Vergleichbarkeit zu den durchgeführten Untersuchungen von [Vucetic, Dobri, 1991]. In dieser Studie wurde die Degradation von maritimen Tonböden unter zyklischer Last untersucht. In Abbildung 5.19 sind Ergebniskurven der Dämpfungsverhältnisse in Abhängigkeit des Plastizitätsindex I_p , der Schubdehnung und des Überkonsolidierungsgrades zwischen 1 und 8 dargestellt.

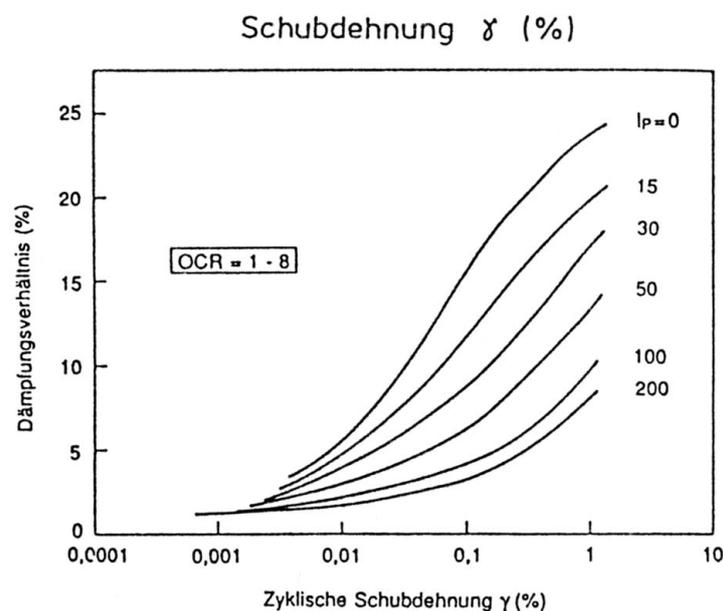


Abb. 5.19: Dämpfungsgrad D als Funktion des Plastizitätsindex I_p und der Schubverzerrung für Überkonsolidierungsgrade von 1-8 [Vucetic, Dobry, 1991]

Grundsätzlich ist der Ansatz der Materialdämpfung am Pfahlschaft in nichtbindigen Böden nicht auszuschließen. In den Studien von [Thompson, Goble, 1988] wird von hohen CASE - Dämpfungskonstanten bei der Auswertung von dynamischen Pfahlprobelastungen in Sandböden berichtet. Anhand von neun verschiedenen Projekten wurden zum Teil sehr hohe Materialdämpfungen hauptsächlich am Pfahlmantel dokumentiert. In den hier untersuchten Messsignalen konnte diese Annahme nicht bestätigt werden.

Im Folgenden sind die Formeln, die zur Bestimmung der Federsteifigkeiten und der Dämpfungsparameter am Pfahlschaft und für die Spitze dienen, zusammengefasst:

a. Pfahlspitze

Federsteifigkeit:

$$(5.37) \quad k_t = \frac{4 \times G_d \times r_0}{(1-\nu)}$$

Dämpfung:

$$(5.38) \quad b_t = \frac{3,4 \times r_0^2 \times \sqrt{\rho G_d}}{(1-\nu)} \times \left(\frac{100 + D}{100} \right)$$

b. Pfahlschaft

Federsteifigkeit:

$$(5.39) \quad k_s = 2,75 \times G_d$$

Dämpfung:

$$(5.40) \quad b_s = 2\pi \times r_0 \times \sqrt{\rho G_d} \times \left(\frac{100 + D}{100} \right) \quad \text{bindige Böden}$$

$$(5.41) \quad b_s = 2\pi \times r_0 \times \sqrt{\rho G_d} \quad \text{nichtbindige Böden}$$

Die Formeln zur Berechnung der Widerstände an der Pfahlspitze entsprechen dabei der Lysmer Analogie (2.115). Der Term wurde allerdings um die Materialdämpfung des anstehenden Bodens erweitert. Für die Beschreibung der elastischen Widerstandskräfte wird anstatt der Formulierung von [Randolph, Simons, 1986] (vgl. (2.111)) der Ansatz von [Lee, Chow, 1988] benutzt. Beide Ansätze liefern grundsätzlich jedoch gut vergleichbare Ergebnisse. Die Gleichung (5.40) entspricht (2.110), wurde jedoch in gleicher Weise wie (5.37) für bindige Böden erweitert.

Die Mantelreibungparameter τ_{mf} zur Simulation des plastischen Anteils des Bodens können entweder iterativ bestimmt werden oder aus der durchgeführten CAPWAP Analyse entnommen werden. In Abbildung 5.20 ist der zugrunde gelegte Mantelreibungsverlauf entlang des Pfahlschaftes dargestellt.

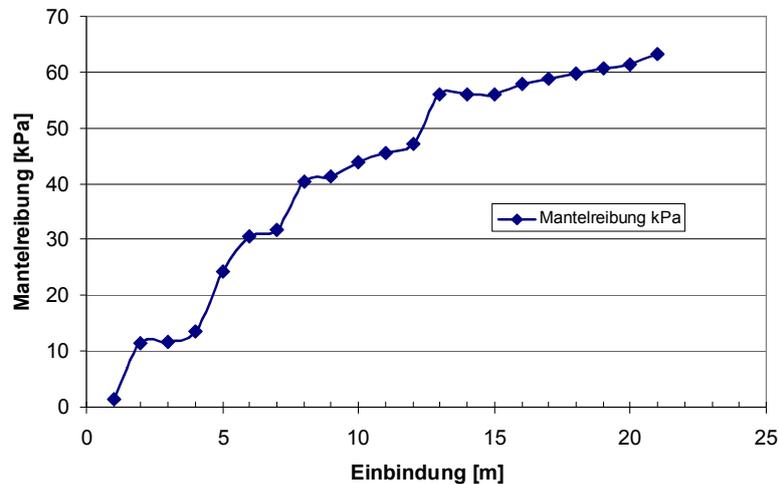


Abb. 5.20: Mantelreibungsverteilung entlang des Pfahlschaftes

In den Abbildungen 5.21 sowie 5.22 sind die Organigramme zur Bestimmung der Mantel- und Spitzendruckparameter für das rotationssymmetrische Berechnungsmodell zusammenfassend dargestellt.

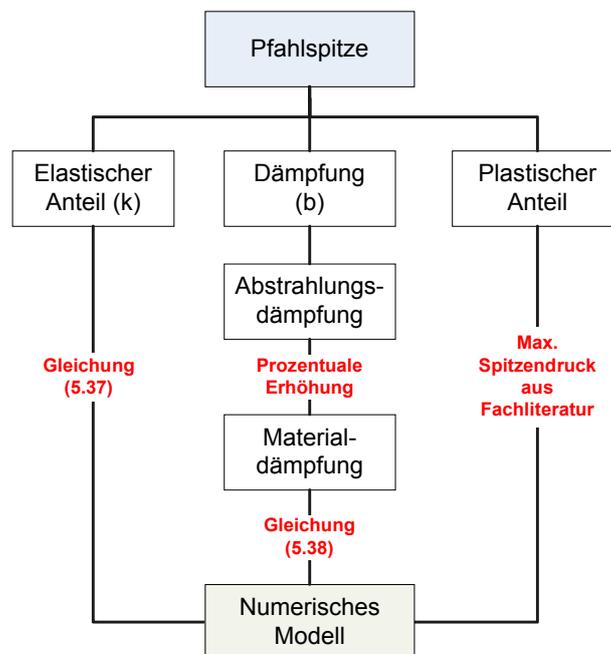


Abb. 5.21: Ermittlung der Parameter an der Pfahlspitze

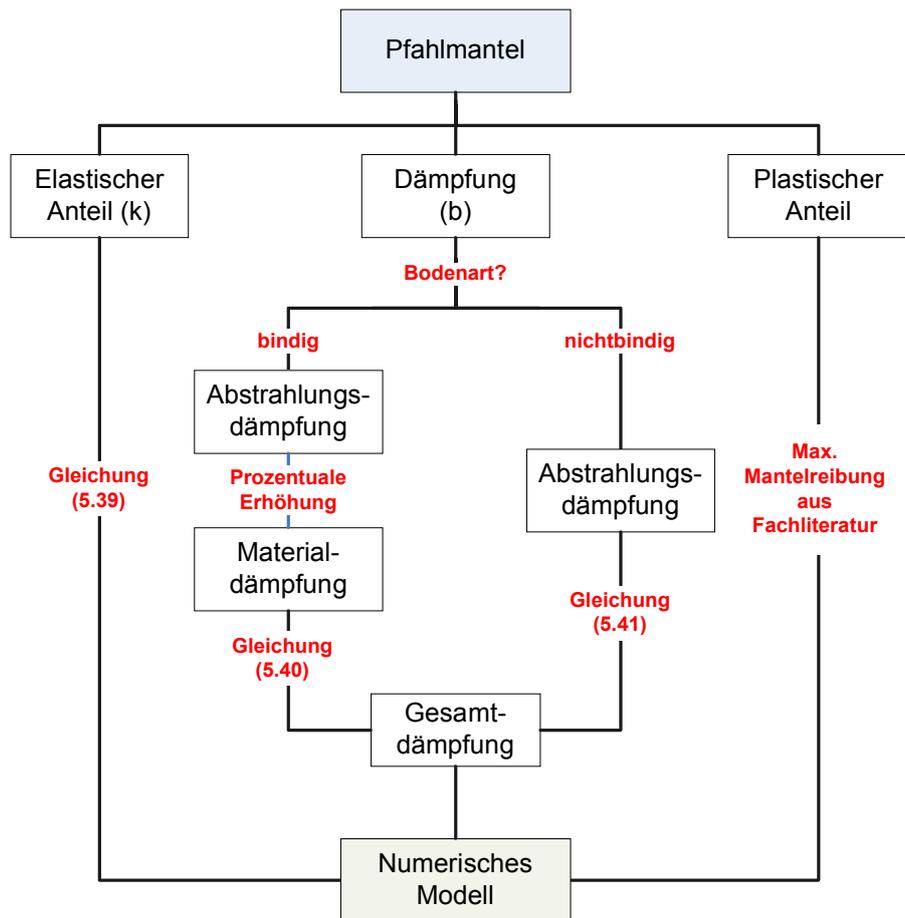


Abb. 5.22: Ermittlung der Parameter am Pfahlschaft

5.10 Dynamische Wirkung von mitbeschleunigten Bodenmassen an der Pfahlspitze

Durch den Rammvorgang wird der anstehende Boden unterhalb der Pfahlspitze und in seitlicher Richtung verdichtet. Der aufnehmbare Spitzenwiderstand nimmt dabei zu. Die größten Verschiebungsbeträge treten direkt unter der Pfahlspitze auf. Unter der Pfahlspitze sind die Bewegungen nach unten gerichtet, die für die seitliche Verdrängung zuständigen dagegen fast waagrecht. Ein Boden mit einer dichten Lagerung wird bei den zur seitlichen Bodenverdrängung notwendigen Schervorgängen eine Neigung zur Auflockerung zeigen. Die Volumenausdehnung wird jedoch durch den umgebenden, kaum noch verdichtbaren Boden behindert. In derartigen Fällen können erhebliche Spitzendrücke auftreten, die zu Kornzertrümmerungen führen können [Balthaus, 1986].

Die Größe der Verschiebungszone unterhalb des Pfahlfußes kann nach [Balhaus, 1986] in einer Näherung mit dem dreifachen Pfahldurchmesser nach unten und dem fünffachen Pfahldurchmesser in der Breite abgeschätzt werden. In den numerischen Berechnungen wurde die Lastfläche, wie in Abbildung 5.23 dargestellt, angenommen. Die Annahme der Steghöhe der Tragbohle zur Durchmesserbestimmung der Ersatzfläche zu nutzen, zeigte in den Berechnungen optimale Ergebnisse gegenüber den gemessenen Kurvenverläufen. Bei allen geprüften Pfählen entlang der Rammtrasse ist vor der Pfahlprüfung durch Lotung die Annahme eines verdichteten Bodempfropfens innerhalb des Pfahles überprüft worden. Die Messung innerhalb und außerhalb des Pfahlschaftes konnte diese Annahme für alle geprüften Pfähle verifizieren.

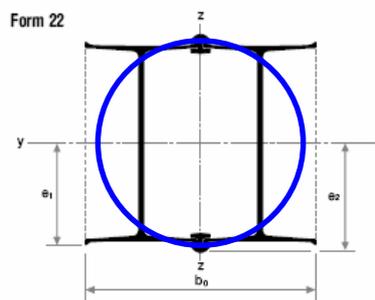


Abb. 5.23: Gewählter Lastflächenradius (Kreis) in den numerischen Berechnungen

Bei allen hier durchgeführten Variationsberechnungen zeigt sich eine gute Übereinstimmung der gemessenen und errechneten Schwinggeschwindigkeitskurve mit der Erhöhung dieser Lastflächenbreite. Die Schwankungsbreite der Lastflächenerhöhung liegt dabei zwischen einem Faktor von 4,5 und 5,5. Der daraus resultierende Ersatzradius für die Pfahlfußfläche dient in den numerischen Berechnungen als Eingangsgröße zur Ermittlung der Federsteifigkeit sowie der Dämpfungskonstante unterhalb der Pfahlspitze.

In den kommerziellen Softwarepaketen zur Analyse derartiger Messsignale können sowohl am Pfahlmantel als auch an der Pfahlspitze zusätzliche mobilisierbare Massen berücksichtigt werden, die sich aus der Pfahlgeometrie errechnen. Wichtungsfaktoren geben dann die Möglichkeit den Einfluss dieser Massen verschieden stark in der Systemidentifikation zu berücksichtigen. Dadurch wird ein zusätzlicher, beschleunigungsproportionaler dynamischer Spitzenwiderstandsanteil eingeführt.

Die zuvor beschriebenen Mechanismen unter der Pfahlspitze beeinflussen sowohl die statische als auch die dynamische Wirkung der Spitzendruckfläche in nicht exakt beschreibbarer Weise.

Das führt dazu, dass bis heute keine allgemeingültigen Berechnungsansätze für den Spitzendruck und dessen Verformungsabhängigkeit existieren.

5.11 Transiente Erregung am Pfahlkopf

Bei der Kreuzkorrelation ist eine sinusimpulsförmige Erregung zur Abstandsmessung benutzt worden. Wie bereits in Kapitel 4.4.4 erläutert, kommt es beim Abklingen der Kraftkurve zu einem deutlichen Plateau im Messsignal. Die Kraft ist über einige folgende Millisekunden konstant (vgl. Abbildung 4.24). Das Plateau ist in den unteren Messebenen nicht mehr festzustellen, so dass hier die Kontaktzeit des Hammers abgegriffen werden kann. Zur Abstandsmessung mit Hilfe der Kreuzkorrelation ist dieser Ansatz durchaus vorteilhafter, da das Plateau bei der Krafteinleitung während des zweiten Auftreffens der Kompressionsfront an der Messebene nicht mehr zu verzeichnen ist. Um jedoch den gemessenen Geschwindigkeitsverlauf optimal durch die Berechnung abzubilden, ist es notwendig, das Kraftplateau mit in der Belastungsfunktion des Pfahles zu berücksichtigen.

Die zuvor angestellten Überlegungen zur Entstehung dieses Plateaus stützten sich vornehmlich auf den Einfluss der Rammhaube bzw. den Einfluss der Hydraulik des Systems. Eine ebenso plausible Erklärung für die Entstehung ist durch den Einfluss von aufwärtsgerichteten Wellenanteilen zu suchen. Simuliert man einen Aufprall einer großen Masse auf dem Pfahl in numerischen Berechnungen, so ist neben der induzierten abwärtsgerichteten Wellenfront ebenfalls eine aufwärtsgerichtete Wellenausbreitung in der Fallmasse zu erkennen.

Der bei den Versuchen verwendete Menck MHU 270T Rammhammer besitzt eine konstruktive Höhe von 10,3 m über der Pfahlkopfebene. Die Welle benötigt somit unter der Annahme einer theoretischen Wellenausbreitungsgeschwindigkeit von 5122 m/s eine Durchlaufzeit von ca. 4×10^{-3} ($2 \times L/c$) Sekunden bis zum erneuten Auftreffen am Pfahlkopf. Dies entspricht in etwa der Entstehungszeit des Kraftplateaus im Messsignal, so dass dies ein weiterer Grund für die Entstehung der konstanten Last am Pfahlkopf darstellt.

5.12 Ergebnisse der rotationssymmetrischen Berechnungen

Im Folgenden werden die wichtigsten Ergebnisse der numerischen Berechnungen dargestellt. Als Referenzwert der ermittelten Pfahlbeschleunigungen bzw. Schwinggeschwindigkeiten kann der gemessene Geschwindigkeitsverlauf der ersten Messebene herangezogen werden. In Abbildung 5.24 ist der gemessene Geschwindigkeitsverlauf dem der numerischen Berechnung gegenübergestellt. Der Kurvenverlauf macht deutlich, dass unter Ansatz der zuvor beschriebenen Modellparameter eine optimale Angleichung der numerisch ermittelten Schwinggeschwindigkeit erzielt worden ist.

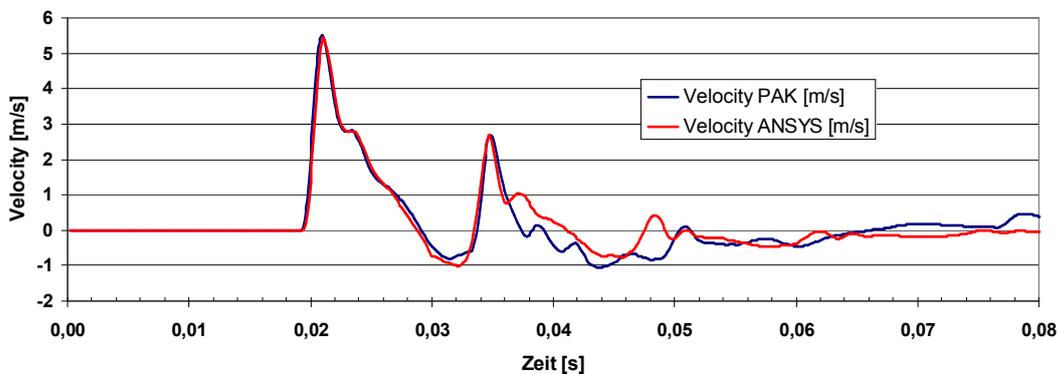


Abb. 5.24: Vergleich zwischen gemessenem und errechnetem Schwinggeschwindigkeitsverlauf – Messebene 01

Die Abbildung 5.25 zeigt den Vergleich der axialen Verschiebung. Auch hier ist eine gute Übereinstimmung zwischen gemessener und berechneter Verschiebung abzuleiten.

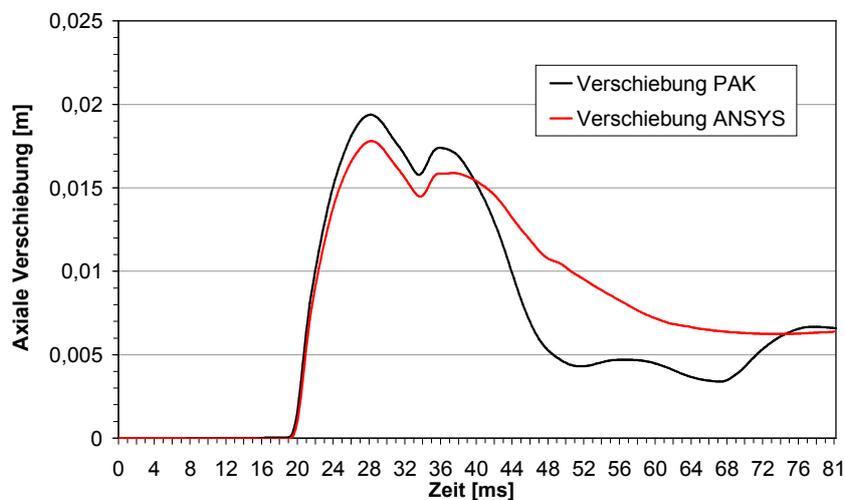


Abb. 5.25: Vergleich zwischen gemessenem und errechnetem Verschiebungsverlauf – Messebene 01

Bei den numerischen Berechnungen musste für die in Abbildung 5.24 dargestellte berechnete Kurve, die ermittelte Wellenausbreitungsgeschwindigkeit aus der Kreuzkorrelation (vgl. Kapitel 4.4.4) zugrunde gelegt werden. Die numerische Berechnung bestätigt somit ebenfalls das aufgezeigte Phänomen der Wellenausbreitungsgeschwindigkeitserhöhung. Die Erhöhung der resultierenden Wellenausbreitungsgeschwindigkeit erfolgte über die Anpassung der Rohdichte des Stahlquerschnitts. Anhand des numerischen Modells konnten die Schwinggeschwindigkeitsverläufe entlang der kompletten Pfahlachse ermittelt werden. In den folgenden Abbildungen ist der numerische Verlauf an ausgewählten Messebenen dargestellt. Die numerisch ermittelten Kurvenverläufe zeigen eine gute Übereinstimmung im Bereich der Kräfteinleitung. Durch die am Pfahlmantel angreifende Dämpfung kommt es im weiteren Verlauf der Zeitachse zu einer Trennung der Kraft- und der Geschwindigkeitskurve. Im Bereich der auftretenden Reflexion sowie im zweiten Durchlauf der Kompressionsfront an den Messquerschnitten zeigt sich ein plausibles Verhalten der auftretenden Schwinggeschwindigkeiten. Zu beachten ist, dass die nach der Reflexion entstehende Zugbelastung eine nach unten gerichtete Bewegung des Pfahles beim Passieren der Welle an der Messebene hervorruft.

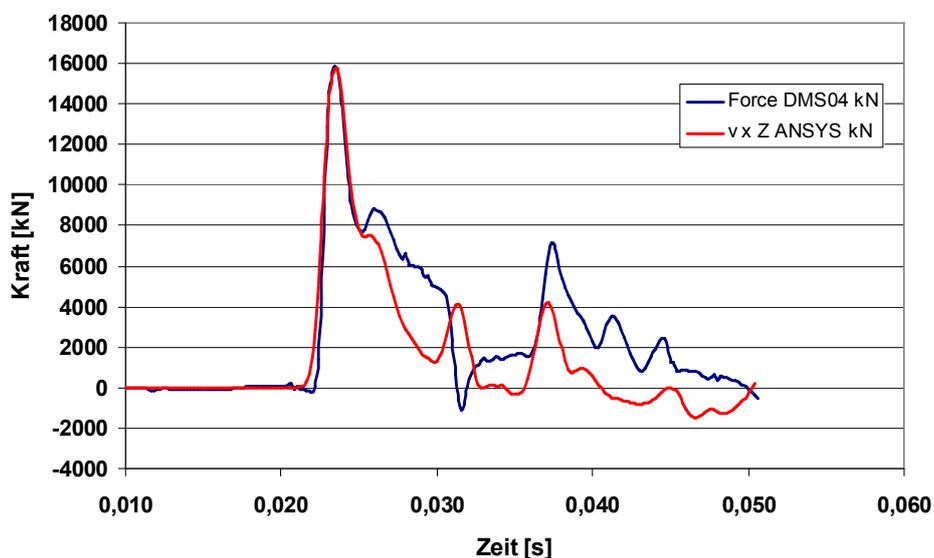


Abb. 5.26: Ermittelter Schwinggeschwindigkeitsverlauf an Messebene 04

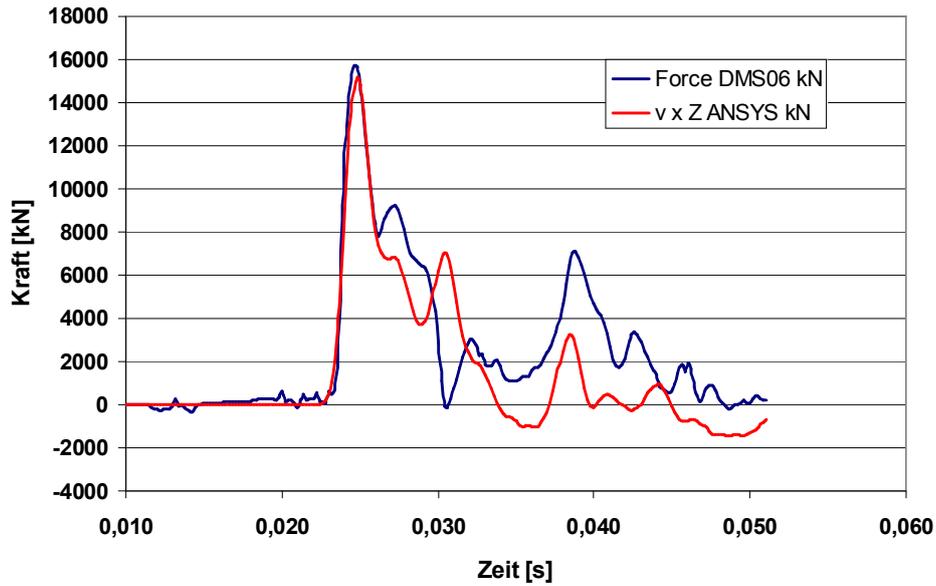


Abb. 5.27: Ermittelter Schwinggeschwindigkeitsverlauf an Messebene 06

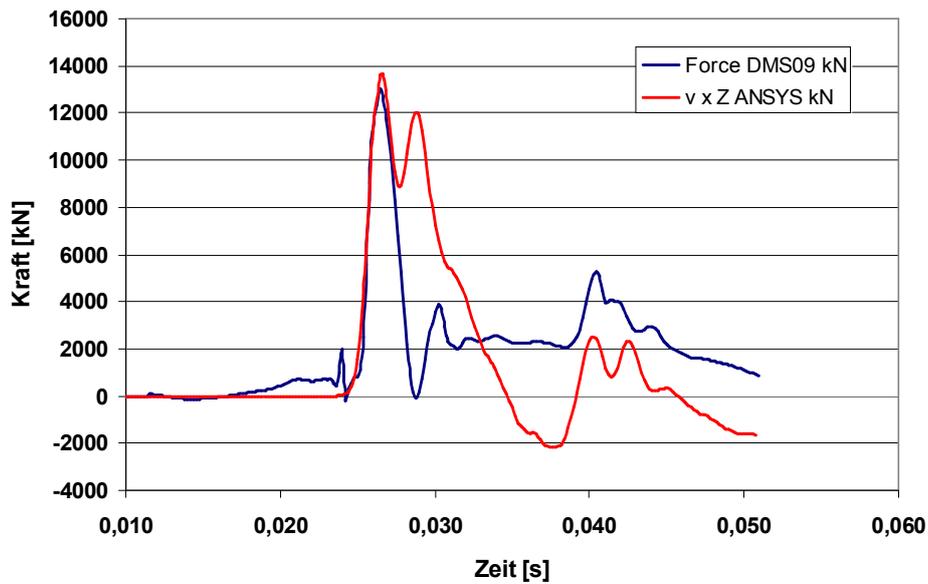


Abb. 5.28: Ermittelter Schwinggeschwindigkeitsverlauf an Messebene 09

Die ermittelten Schwinggeschwindigkeitsverläufe können wie im Kapitel 4.4.4 gezeigt zur Beurteilung des momentanen Energieflusses herangezogen werden. Die Darstellung erfolgt wieder über die momentane Intensität der eingeleiteten Stoßbelastung, die nach Formel (4.4) ermittelt werden kann.

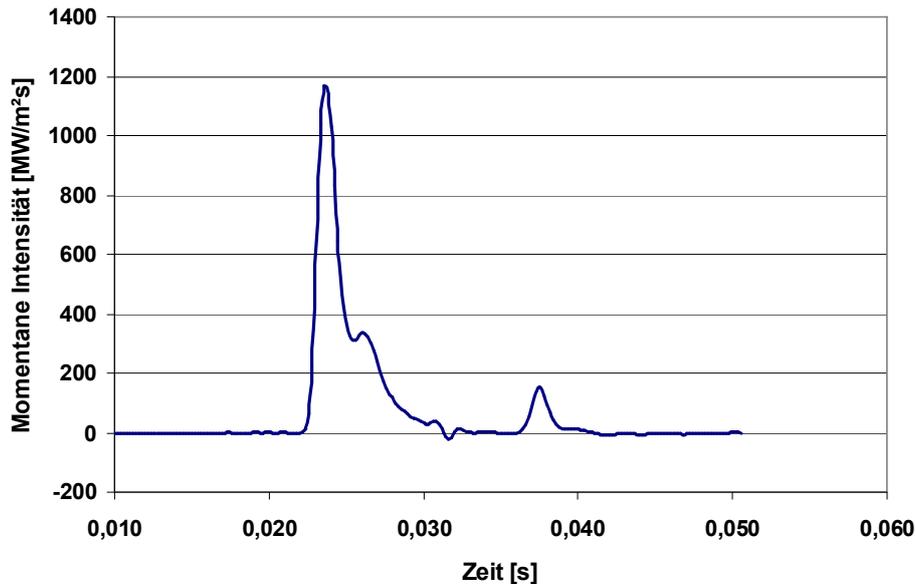


Abb. 5.29: Intensität der Stoßbelastung an Messebene 04

In Abbildung 5.29 ist die momentane Intensität am Beispiel des 500. Rammschlages dargestellt. Auch in dieser Darstellung sind deutlich die Maxima bei der Kraffteinleitung und dem zweiten Wiederauftreffen am Messquerschnitt zu erkennen. Die diskutierte konstante Kraft während der Belastungsphase zeigt sich ebenfalls in allen oberen Messlagen im Verlauf der momentanen Intensität. In Abbildung 5.30 sind die Maximalwerte der momentanen Intensität für jeden Messquerschnitt abgebildet. Ab dem sechsten Messquerschnitt kommt es zu einer kontinuierlichen Abnahme der Intensität. Diese Amplitudenabnahme kann über die angreifenden Kräfte aus der Interaktion mit dem Boden erläutert werden. Von Messstelle 05 bis zur neunten Messebene reduziert sich die Intensität von ca. 1200 MW/m²s auf ein Maximum von ca. 900 MW/m²s.

Durch die Multiplikation der momentanen Intensität mit dem Stahlquerschnitt und anschließender Integration über die Zeit kann die Energie des Rammhammers bestimmt werden. Der theoretische Verlauf eines generierten Sinusimpulses wurde bereits in Abbildung 4.32 dargestellt.

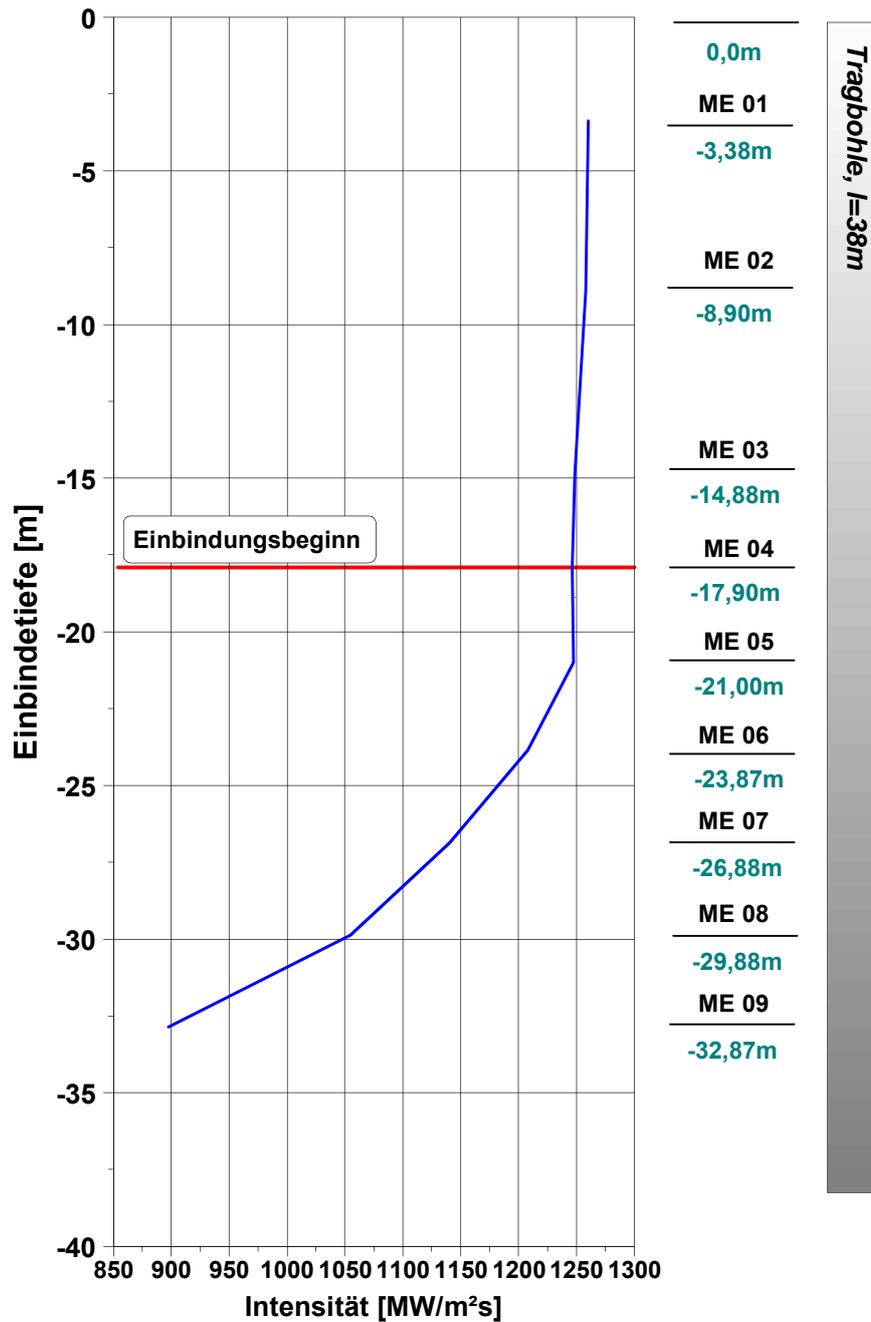


Abb. 5.30: Momentanes Intensitätsmaximum der Stoßbelastung über die Messquerschnitte

In der folgenden Abbildung 5.31 ist das Ergebnis der Integration von der ersten bis zur neunten Messebene aufgezeigt. Ebenfalls in dieser Darstellung ist der Abfall der Energie bei der longitudinalen Ausbreitung zu erkennen.

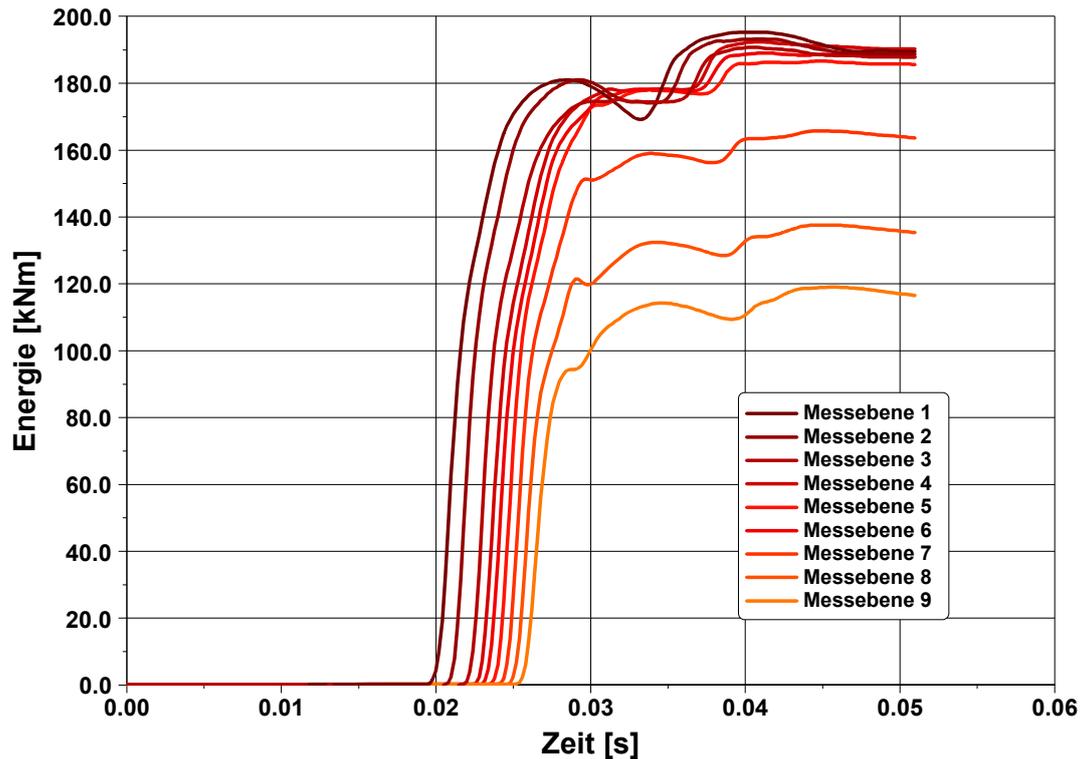


Abb. 5.31: Energie an den Messebenen für
Rammschlag 500

Die theoretische Rammenergie des Rammhammers kann aus Abbildung 4.14 mit ca. 250 kNm entnommen werden. Anhand der ermittelten Integrationskurven der Abbildung 5.31 zeigt die eingeleitete Energie ein Maximum von ca. 200 kNm an der ersten Messstelle. Der Differenzbetrag der Energie ist durch die Abstrahlung beim Aufprall des Hammers sowie durch die Energieumwandlung in Wärme am Pfahlkopf entzogen worden. Ab der fünften Messebene reduziert sich die eingeleitete Energie bis zur neunten Messebene um einen Betrag von ca. 80 kNm durch die angreifenden Dämpfungskräfte aus dem angrenzenden Boden, der Abstrahlung in den Boden sowie der Energieumwandlung in Wärme innerhalb der Scherzone zwischen Pfahl und Boden.

5.13 Ergebnisse der dreidimensionalen Berechnungen

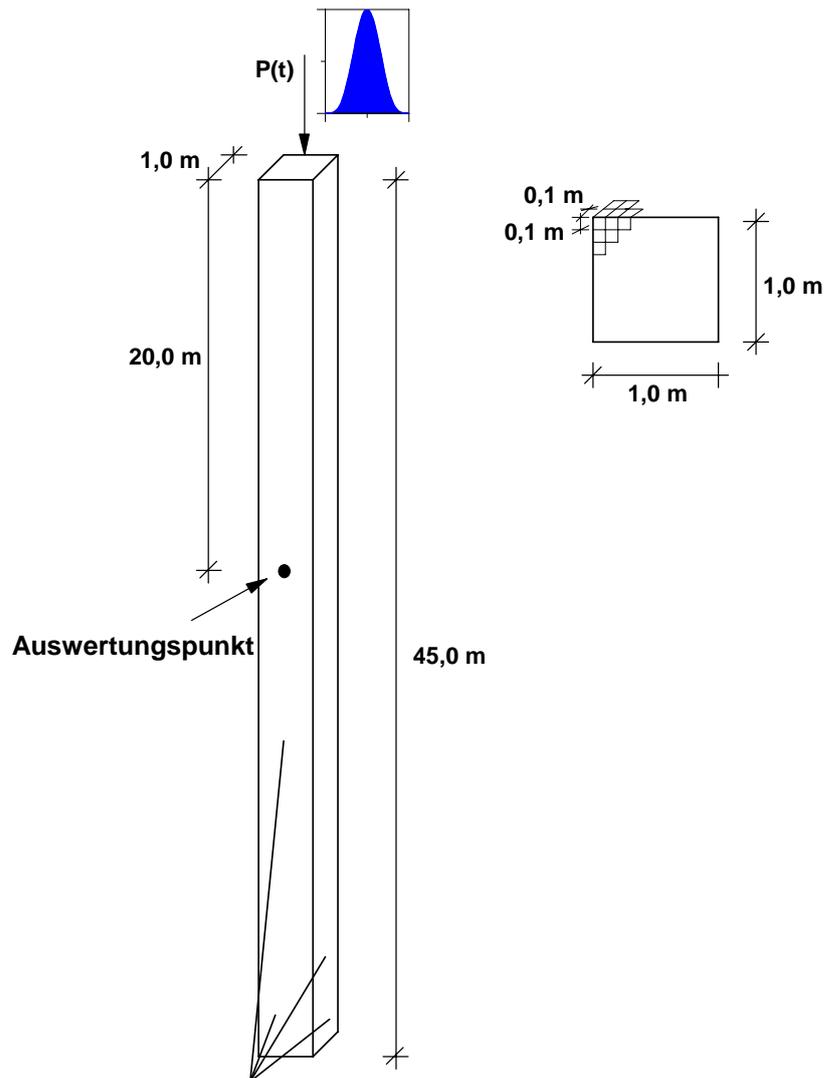
Das vorgestellte rotationssymmetrische FEM Modell diene vornehmlich der Ermittlung messtechnisch nicht erfasster, transienter Schwinggeschwindigkeitsverläufe einzelner Messebenen unter der Stoßbelastung. Um eine optimale Anpassung zwischen der errechneten und der gemessenen Schwinggeschwindigkeit zu erhalten, muss die Wellenausbreitungsgeschwindigkeit an die Voruntersuchungen angepasst werden. Dies geschieht in der Regel über die Anpassung der Impedanz des Pfahles und somit über den Elastizitätsmodul oder die Rohdichte des Pfahlmaterials.

Ziel der hier durchgeführten Untersuchungen war die numerische Abbildung der Wellenausbreitungsgeschwindigkeitserhöhung infolge einer Randbedingung. Dafür wurde ein Wellenausbreitungsproblem in einem Betonpfahl mit den Abmessungen 1 m x 1 m x 45 m simuliert. Der Elastizitätsmodul des Betons ist in Anlehnung an einen C25/30 mit einem Wert von 30000 N/mm² und einer Querdehnzahl $\nu = 0,35$ festgelegt worden.

Der Pfahl ist für die erste Wellenausbreitungssimulation ohne laterale Behinderung an den Seiten abgebildet worden, im zweiten Schritt wurde die Behinderung der Querdehnung durch eine horizontale Randbedingung eingeführt.

Zur Einhaltung einer maximalen Genauigkeit der numerischen Lösung bezogen auf die diskutierten Problematiken bei der Simulation von Wellenausbreitungsproblemen, wurde eine gleichförmige Diskretisierung vorgenommen. Die Unterteilung für alle Richtungen ist auf eine Elementkantenlänge von 0,1 m festgelegt worden. Der Zeitschritt wurde mit 8×10^{-6} s in den Berechnungen berücksichtigt. Das untersuchte geometrische Modell ist in Abbildung 5.32 dargestellt.

Die Auswertung der Wellenausbreitungsgeschwindigkeiten erfolgt 20 m unter dem Pfahlkopf im mittleren Bereich des abgebildeten Pfahles. In den numerischen Simulationen wird die maximale Amplitude nach einer Zeit von $t = 0,0025$ s am Pfahlkopf erreicht. Die Stoßdauer besitzt somit eine Kontaktzeit von 5 ms. Aufgrund des Stoßes wird eine Spannungswelle im Pfahl erzeugt, die sich in Abhängigkeit der Wellenausbreitungsgeschwindigkeit im Pfahl ausbreitet.



Fall A: Ohne laterale Behinderung der Seiten 
 Fall B: Mit lateraler Behinderung der Seiten

Abb. 5.32: Geometrisches Modell der dreidimensionalen Finite Differenzen Simulationen

In Abbildung 5.33 ist das Ergebnis der Geschwindigkeitsbetrachtung 20 m unter dem Pfahlkopf dargestellt. Anhand der Spannungswelle im Pfahl ist die Ankunftszeit des Amplitudenmaximums nach einer Durchlaufzeit von $t=0,0083$ s unter Berücksichtigung der freien Dilatationswellen zu erkennen. Unter Verwendung der Durchlaufzeit bezogen auf die Strecke von 20 m ergibt sich damit eine Wellenausbreitungsgeschwindigkeit von 3450 m/s. Dies steht ebenfalls in guter Vergleichbarkeit zu der theoretischen Wellenausbreitungsgeschwindigkeit von 3500 m/s unter Verwendung der Materialparameter des Pfahlbetons.

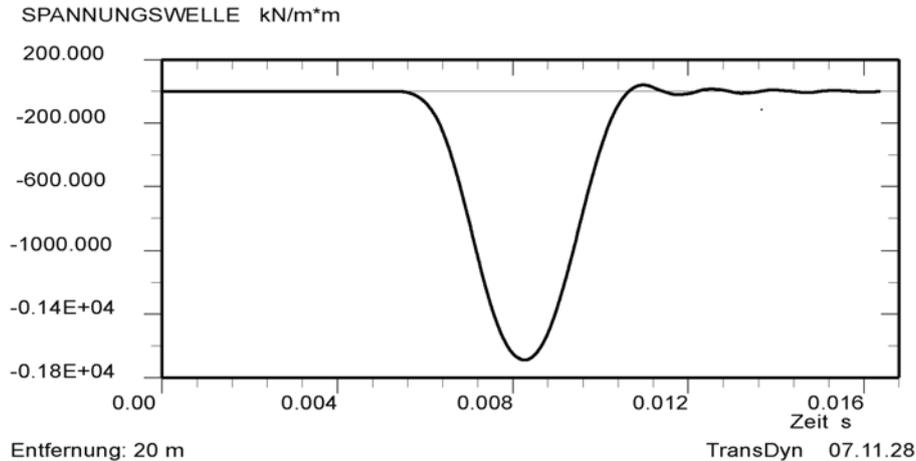


Abb. 5.33: Spannungswelle des freien Systems – 20 m unter Pfahlkopf

Zu beachten ist, dass zur Ermittlung der theoretischen Wellenausbreitungsgeschwindigkeit keine Querdehnung benutzt wird und sich daher sinngemäß eine kleinere Ausbreitungsgeschwindigkeit im dreidimensionalen Modell ergeben muss.

In Abbildung 5.34 ist das Ergebnis der Wellenausbreitung unter Berücksichtigung einer lateralen Behinderung dargestellt.

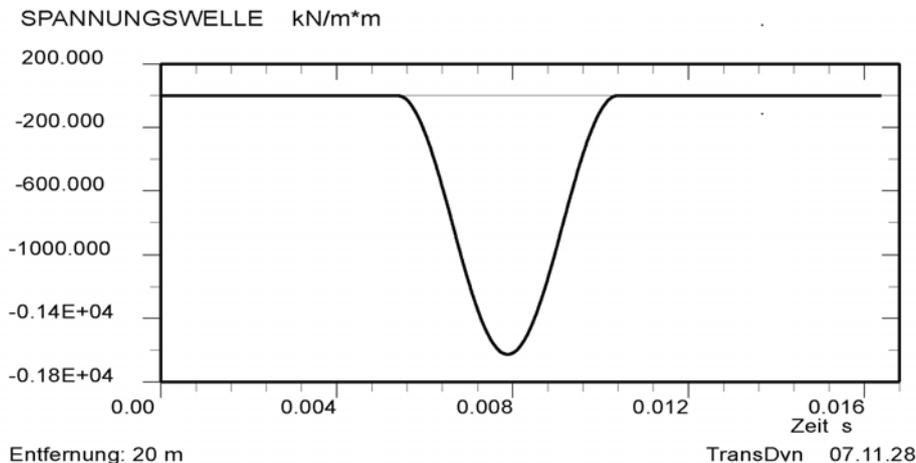


Abb. 5.34: Spannungswelle des behinderten Systems – 20 m unter Pfahlkopf

Durch die eingeführte seitliche Randbedingung, zeigt sich im Vergleich zu der freien Betrachtung auch hier das Phänomen der deutlich größeren Ausbreitungsgeschwindigkeit. Die maximale Amplitude erreicht im Gegensatz zur freien Lagerung eine Ankunftszeit von $t=0,0079$ s, daher 4 ms früher im Vergleich zur ersten Simulation, den Auswertepunkt unterhalb des Pfahlkopfes. Diese Ankunftszeit entspricht einer Ausbreitungsgeschwindigkeit von 3700 m/s, was einer Erhöhung der Wellenausbreitungsgeschwindigkeit von ca. 7 % entspricht. Anhand dieser Untersuchung wird der Einfluss der Randbedingung auf die Ausbreitungsgeschwindigkeit deutlich.

6 Fazit

6.1 Durchgeführte Untersuchungen

Ziel dieser Arbeit ist, das Phänomen der zunehmenden Ausbreitungsgeschwindigkeit der Wellenfront in einem Stahlpfahl, experimentell, analytisch und numerisch zu untersuchen.

In den theoretischen Grundlagen wird der Ansatz gezeigt, dass die mathematisch-analytische Beschreibung des insgesamt dispersiven Wellenausbreitungsproblems mit bereichsweise veränderbarer Wellenausbreitungsgeschwindigkeit im Rammpfahl, sich mit komplexen Ansatzfunktionen im Frequenzbereich weiterhin als eindimensionales Wellenausbreitungsproblem modellieren lässt.

Ein großmaßstäblicher in situ Versuch ist durchgeführt worden, um den Wellendurchlauf transient entlang der Pfahlachse zu erfassen. Hierzu wurde eine Tragbohle in zehn Messebenen mit insgesamt 20 DMS instrumentiert. Als Referenzsystem sind die Dehnungen und Beschleunigungen im Bereich des Pfahlkopfes mit dem Pile Driving Analyzer an der ersten Messebene erfasst worden.

Die Betrachtung der Messwerte und deren Auswertung erfolgten im Zeit- und Frequenzbereich für unterschiedliche Rammschläge und die damit verbundenen Einbindungslängen. Folgende Aussagen lassen sich anhand dieses Versuchsprogramms bezüglich der Wellenausbreitung ableiten:

- Die elementare Wellenausbreitungsgeschwindigkeit, die sich durch den Elastizitätsmodul und die Rohdichte des Pfahlmaterials ergibt, besitzt höchstens im nicht eingebundenen Pfahlbereich Gültigkeit im unteren Frequenzbereich.
- Beim zweiten Auftreffen der Welle an den einzelnen Messebenen besitzt die Kompressionswelle eine erhöhte Wellengeschwindigkeit gegenüber der theoretischen Ausbreitungsgeschwindigkeit.
- Die Korrelationsstudien der Messdaten zeigen, dass die Welle nach dem Eintritt in den anstehenden Boden eine Beschleunigung erfährt.

Im Anschluss an die Versuchsauswertungen sind umfangreiche numerische Simulationen durchgeführt worden. Der erste Berechnungsteil umfasst die Ermittlung des Geschwindigkeitsverlaufs an den Messstellen ohne Beschleunigungsaufnehmer anhand eines rotationssymmetrischen Modells. Mithilfe dieser Daten kann der Energie-

fluss entlang der Pfahlachse beschrieben werden. Die gemessenen Beschleunigungsdaten sind dabei adaptiv in den FEM Berechnungen berücksichtigt worden.

Um die Dämpfungs- und Steifigkeitsparameter des anstehenden Bodens zu beschreiben, wurden die Degradationsansätze für den Schubmodul von [Ishibashi, Zhang, 1993] zugrunde gelegt.

Die Formeln zur Ermittlung der Dämpfungsparameter, wurden zur Beschreibung der Pfahlrammung um die Materialdämpfung nach Kapitel 5.2.5 erweitert. Nach dieser Implementierung zeigt sich die bestmögliche Übereinstimmung zwischen dem gemessenen und dem numerisch ermittelten Geschwindigkeitsverlauf.

Abschließend wurden dreidimensionale FD Berechnungen durchgeführt, um den Einfluss einer lateralen Behinderung abzubilden. Das Modell wurde dahingehend optimiert, dass die Wellenausbreitung mit möglichst hoher Genauigkeit abgebildet werden kann. Weiterhin ist der Einfluss des Amplituden- und Phasenfehlers aufgezeigt und diskutiert worden.

6.2 Ursachen der Wellengeschwindigkeitsänderung

Vier mögliche Ursachen, die die Wellengeschwindigkeit erhöhen, können anhand der durchgeführten Untersuchungen festgestellt werden. Dies sind im Einzelnen:

1) Querdehnungsbehinderung

Im Bereich der Einbindung kommt es zu einer lateralen Behinderung der auftretenden Querdehnung durch die Rammbelastung. Hierdurch entsteht der Übergang vom Elastizitätsmodul zum Kompressionsmodul mit behinderter Seitendehnung als charakteristische Bezugsgröße der Ausbreitungsgeschwindigkeit. Diese Ursache wurde ebenfalls durch die numerischen Berechnungen bestätigt.

2) Gruppen- und Phasengeschwindigkeit

Die eingeleitete Wellenfront unter der dynamischen Stoßbelastung setzt sich aus unterschiedlichen Schwingungsformen zusammen. Dies bedeutet, dass sich bei einer induzierten Dehnwelle höherfrequente Anteile langsamer fortpflanzen, als die im Messsignal ebenfalls enthaltenen niedrigfrequenten Komponenten. Messtechnisch erfasst wird die Gruppengeschwindigkeit der eingeleiteten Welle. Anhand der Versuchsauswertungen wurde gezeigt, dass die Welle bei Eintritt in den anstehenden Boden eine Beschleunigung erfährt. Dies

ist genau dann möglich, wenn der Boden die höherfrequenten Anteile aus der Kompressionsfront dämpft, so dass sich die Gruppengeschwindigkeit erhöht.

3) Dispersion im viskoelastischen Material

Unter Dispersion versteht man die Abhängigkeit der Phasengeschwindigkeit von der Wellenlänge bzw. von der Frequenz. Die Phasengeschwindigkeit viskoelastischer Materialien steigt mit ansteigender Frequenz an. Gegenüber dem Werkstoff Stahl, handelt es sich bei Boden um ein dispersives Medium. Das bedeutet, dass eine sich im Boden ausbreitende Welle gegenüber der Anfangsgeschwindigkeit eine Beschleunigung erfährt. Bei viskoelastischen Materialien tritt eine physikalische Dispersion aufgrund der Materialeigenschaft auf.

4) Dispersion von Dehnwellen

Weiterhin kann eine Dispersion der geführten Dehnwelle im Pfahl auftreten, sobald mindestens eine der wesentlichen Wellenlängen des zusammengesetzten Wellenzuges kleiner ist, als etwa das Doppelte der Querabmessung H des Pfahles. Aufgrund dieser geometrischen Eigenschaften nimmt die Ausbreitungsgeschwindigkeit höherfrequenter Wellen in einem Wellenleiter ab.

6.3 Beurteilung des Baugrundmodells

In dieser Arbeit ist der Ansatz von [Ishibashi, Zhang, 1993] zur Ermittlung der Degradation des Schubmoduls berücksichtigt worden. Durch die Rammung des Pfahles entsteht im direkten Mantelreibungsbereich eine plastische Zone. Diese Annahme ist grundsätzlich dann gültig, wenn eine ausreichende Rammbelastung vorliegt, so dass der Pfahl seine Grenzverschiebung erreicht bzw. eine ausreichende Schwinggeschwindigkeit vorliegt, die eine große Schubverzerrungsamplitude hervorruft.

Die maximal auftretende Verschiebungsgeschwindigkeit zur Bestimmung der Schubverzerrungsamplitude sollte aus dem Messsignal abgegriffen werden. Anhand des Wellendurchlaufes zeigt sich lediglich eine leichte Abnahme der maximal auftretenden Schwinggeschwindigkeit beim ersten Auftreffen an den einzelnen Messstellen, so dass der im Bereich des Pfahlkopfes ermittelte Geschwindigkeitsverlauf während der dynamischen Probelastung als maßgeblich unterstellt werden kann. Die erfor-

derlichen Ausbreitungsgeschwindigkeiten im Boden zur Ermittlung der Schubverzerrungsamplitude können standardisiert aus der Fachliteratur entnommen werden. Durch die Zunahme der Schubverzerrungsamplitude kommt es zu einer Abnahme des maximalen Schubmoduls G_{d0} . In Abhängigkeit des effektiv angreifenden Spannungszustandes, der Plastizitätszahl I_p sowie der ermittelten Schubverzerrungsamplitude kann die Degradation des Schubmoduls G_{d0} nach Kapitel 5.2.5 vorgenommen werden.

6.3.1 Ermittlung der Mantelwiderstände

Die elastischen Steifigkeitsparameter sind in Anlehnung an die von [Lee, Chow, 1988] bzw. [Richart, et al., 1978] vorgeschlagene Formel ermittelt worden. Bei dieser Berechnung wird das Geometrieverhältnis vernachlässigt. Kommt es zu starken Abweichungen zwischen dem numerisch ermittelten und gemessenen Geschwindigkeitsverlauf sollten die Steifigkeiten entlang der Pfahlachse auf Grundlage der Arbeiten von [Randolph, Simons, 1986] sowie [Corté, Lepert, 1986] berechnet werden. Das Geometrieverhältnis ist z.B. bei Rohrpählen mit großen Durchmessern aufgrund des geringen Stahlquerschnitts in den Berechnungen zu berücksichtigen.

Die Abstrahlungsdämpfung ist durch eine äquivalente, nahezu frequenzunabhängige Dämpfungskonstante b nach Kapitel 2.4.3 erfasst worden. Die Feststellung von [Balthaus, 1986], dass die Abstrahlungsdämpfung mit der benutzten Formel zumeist überschätzt wird, kann in dieser Arbeit nicht verifiziert werden. Allerdings benutzt [Balthaus, 1986] keine Degradation des Schubmoduls, so dass diese Annahme die Überschätzung der Abstrahlungsdämpfung begründet.

Die Materialdämpfung ist als prozentuale Erhöhung der Dämpfungskonstante b nur für bindige Böden zu berücksichtigen. Bei allen numerischen Simulationen in den nichtbindigen Bodenbereichen konnte die Materialdämpfung vernachlässigt werden. Bei einer hohen Rauigkeit der Pfahloberfläche oder bei herstellungsbedingten speziellen Ausbildungen des Pfahlschaftes ist die Erhöhung der Dämpfung jedoch nicht auszuschließen, da sich die Scherzone am Pfahlschaft vergrößert und dadurch größere Dämpfungen hervorruft.

Sind die aus den bodenmechanischen Kenngrößen ermittelten statischen und dynamischen Widerstandsgrößen bekannt, muss lediglich noch der elasto-plastische Widerstand (quake) des Bodens ermittelt werden. Hierbei empfiehlt es sich, vorerst die

aus der Fachliteratur, wie z.B. der EA-Pfähle, dokumentierten Richtwerte in die Berechnung einzuführen. Durch die Adaption der gemessenen Größen kann dann in Teilbereichen die notwendige Anpassung erfolgen. Grundsätzlich bleibt dann noch zu prüfen, ob sich die Reibungs- und Spitzenwiderstände in anerkannten Schranken bewegen.

6.3.2 Ermittlung der Spitzenwiderstände

Die Formeln zur Berechnung der Pfahlspitze entsprechen der Lysmer Analogie. Im Gegensatz zu den Mantelwiderständen ergeben sich größere Schwierigkeiten bei der Adaption des messtechnisch erfassten Wellendurchlaufs. Dies steht im direkten Zusammenhang mit den komplexen Vorgängen der Wellenreflexion durch die Randbedingung sowie den anspruchsvollen bodenmechanischen Mechanismen der Scher- und Verschiebungszustände unterhalb der Pfahlspitze.

Die numerischen Berechnungen weisen nach, dass bei der Ermittlung der Dämpfungskonstante bezogen auf die anstehende Bodenart grundsätzlich die Implementierung der Materialdämpfung Berücksichtigung finden muss.

Durch den Rammvorgang wird der anstehende Boden unterhalb der Pfahlspitze und in seitlicher Richtung verdichtet. Dadurch entsteht in der Regel ein Körper unterhalb der Pfahlspitze, der durch die Rammelbelastung mitbeschleunigt wird. Wird dieser Effekt nicht berücksichtigt, kann es zu Abweichungen im Bereich der Wellenreflexion gegenüber dem gemessenen Verlauf kommen. Mithilfe der durchgeführten Untersuchungen konnte die Annahme einer Masse unter dem Pfahlfuß bestätigt werden. In seinen Arbeiten nimmt [Balthaus, 1986] den Körper mit einer Verschiebungszone von etwa drei Pfahldurchmessern nach unten und einem Durchmesser des Bodenkörpers von ca. fünf Pfahldurchmessern an. Bei allen durchgeführten numerischen Simulationen, sowohl im bindigen als auch im nichtbindigen Bodenbereich, konnte die Annahme des fünffachen Pfahldurchmessers im Mittel bestätigt werden.

Bei Pfählen ohne geschlossene Spitze ist die Annahme einer Ersatzflächenbreite immer mittels einer Lotung innerhalb sowie außerhalb des Pfahles zu überprüfen. In der Regel führt der Ansatz des reinen Stahlquerschnitts zu einer erheblichen Unterschätzung der Lastflächenbreite.

6.4 Zur Übertragbarkeit der Ergebnisse auf dynamische Probelastungen

Das in dieser Arbeit diskutierte Problem der zunehmenden Wellenausbreitungsgeschwindigkeit wird in Zukunft mehr Bedeutung erhalten. Der Grund hierfür liegt in der Weiterentwicklung der Rammtechnik, die zu einer wesentlichen Verkürzung der Kontaktzeit des Rammhärens und somit zu einer Verkürzung der Grenzwellenlänge der induzierten Kompressionsfront geführt hat. Weiterhin fordern komplexe Gründungsstrukturen, wie z.B. im 'Offshore'-Bereich, sehr lange Pfahlkonstruktionen. Die Kombination dieser Entwicklungen führt auf die diskutierte Problematik der Veränderung der Wellenausbreitungsgeschwindigkeit.

Dynamische Probelastungen stellen eine anspruchsvolle Tätigkeit zum Nachweis der Grenztragfähigkeit und Integrität von Pfahlgründungen dar. Durch die Einarbeitung in die neue DIN1054 erhält diese Prüfmethode den Status eines anerkannten Verfahrens. In zukünftigen Weiterentwicklungen sollten daher Möglichkeiten zur Berücksichtigung dispersiver Effekte vorgesehen werden, da die Anpassung der Wellengeschwindigkeit über die Materialkonstanten zu einer Verfälschung der ermittelten Grenztragfähigkeit führt.

Bei der Auswertung der durchgeführten Messungen liegt das Hauptproblem in der Regel darin, dass aufgrund des iterativen Systemidentifikationsalgorithmus der kommerziellen Bearbeitungssoftware keine eindeutige Lösung existiert, sondern vielmehr das Minimum der Fehlerschranke gefunden werden muss. Dies bedeutet jedoch, dass auch bei falscher Anwendung der Eingangsparameter sowie der Mantel- und Spitzenwiderstände noch immer eine Lösung mit einer minimalen Fehlerschranke existieren kann.

Das im Rahmen dieser Arbeit vorgestellte Bodenmodell verbindet Baugrunduntersuchungen mit der Auswertung dynamischer Probelastungen. Wünschenswert ist die Abfrage bodenmechanischer Kenngrößen aus dem Baugrundgutachten im Vorfeld der Auswertung. Als Eingangsgrößen werden bis heute lediglich die statischen Pfahlmaterialkenngrößen sowie die Geometrie des Pfahles benutzt. Die weitere Auswertung obliegt dem geotechnischen Sachverstand der auswertenden Person und ist bei mangelnder Kenntnis stark fehleranfällig.

Fasst man den viskosen Anteil als beschleunigungsproportional sowie den elastischen Anteil als verschiebungsproportional auf, so ergibt sich durch die Implementierung des Bodenmodells die Steigung beider Geraden.

Lediglich die Fließgrenze muss aus dokumentierten Richtwerten bestimmt werden. Dies stellt eine wesentliche Verbesserung der Fehleranfälligkeit im Hinblick auf die minimale Fehlerschranke dar.

Die Annahme von mitbeschleunigten Bodenmassen lässt sich anhand der numerischen Simulationen lediglich für den Spitzenwiderstand bestätigen. Nach der Implementierung der Materialdämpfung bei bindigen Böden im Mantelbereich zeigt sich eine sehr gute Adaption durch das numerische Modell. Aufgrund der Tatsache, dass sich im Mantelbereich eine Scherzone in Abhängigkeit der Pfahloberflächenrauigkeit ausbildet, scheint die Annahme von Massen im Mantelbereich ohne fundierten physikalischen Hintergrund.

Durch die Vielzahl durchgeführter dynamischer Probelastungen am IGB-TUBS, die nach der dynamischen Beprobung und Auswertung statisch belastet worden sind, hat sich gezeigt, dass die Grenztragfähigkeit bei gewissenhafter Auswertung sehr gut berechnet werden kann. Die Tragfähigkeiten liegen dann im Maximum um 10% über bzw. unter der statisch ermittelten Last. Hingegen zeigen die aus der dynamischen Beprobung ermittelten statischen Widerstand-Setzungslinien zu große Abweichungen. Daher sollten die numerisch ermittelten Verformungen unter der Last nicht zum Nachweis der Gebrauchstauglichkeit herangezogen werden, falls keine statische Probelastung in dem Bodennahbereich vorliegen, so dass das Last-Setzungsverhalten aus der statischen Probelastung in den Berechnungen berücksichtigt werden kann. Auch wenn sich die Verformungen im Gebrauchsbereich der Last weniger unterscheiden, ist die Zugrundelegung in hohem Maße mit Unsicherheiten behaftet. Der Grund hierfür liegt in den unterschiedlichen Belastungsarten und den damit verbundenen bodenmechanischen Mechanismen.

7 Ausblick

Die im Rahmen dieser Arbeit gewonnenen Erkenntnisse zur Modellbildung der Wellenausbreitung in dynamisch belasteten Pfählen zeigen, dass weitere umfangreichere messtechnische Untersuchungen zur Weiterentwicklung und Validierung der Modelle erforderlich sind.

Bezüglich der Messmethodik hat sich anhand der durchgeführten Untersuchungen gezeigt, dass bei zukünftigen in-situ Großversuchen oder kleinmaßstäblichen Modellversuchen, die Erfassung der Dehnungen über die komplette Pfahllänge vorzunehmen ist. Dafür ist der Einsatz von faseroptischen Sensoren denkbar. Zur Erfassung von lokalen Schwingungseffekten und zur besseren Eingrenzung der diskutierten Modellbildungen des dispersiven Wellenausbreitungsproblems sollten die Querdehnungen berücksichtigt werden.

Zur Berechnung des Energieflusses sind zusätzliche Beschleunigungssensoren entlang der Pfahlachse, insbesondere im Interaktionsbereich des Pfahles zum anstehenden Boden vorzusehen. Wünschenswert wäre dann weiterhin die Installation von Druckspannungs- sowie Porenwasserdruckgebern im umgebenden Bodenpaket, um die Energieübertragung vom Pfahl an den Boden besser quantifizieren zu können.

Die Untersuchungen der Messsignale wurden im Zeit- und Frequenzbereich durchgeführt. Aufgrund der kurzen Kontaktzeit des Rammhammers und der hohen Ausbreitungsgeschwindigkeit der induzierten Welle, ist in zukünftigen Messungen die Abtastrate zu erhöhen. Durch die rasant ansteigende Leistung von Prozessoren und die Kostensenkung von Massenspeichern, wäre dadurch eine wesentlich höhere Informationsdichte bezogen auf den Frequenzgehalt und die gemessenen Datenpunkte in den Messsignalen vorhanden.

Sowohl in der analytischen Lösung der Wellengleichung als auch in den numerischen Simulationen stellt die Implementierung und Modellierung der Pfahlspitze die größte Schwierigkeit dar. Hier ist weiterer Forschungsbedarf vorhanden. Die Reflexion der Welle und die anspruchsvollen bodenmechanischen Mechanismen unterhalb der Pfahlspitze sollten über den Einsatz zusätzlicher Messtechnik besser zu beschreiben sein.

8 Literaturverzeichnis

Achenbach, J.D., 1980

Wave Propagation in Elastic Solids, North-Holland Series in Applied Mathematics and Mechanics, ISBN-10: 0720403251, North Holland Publishing Company, Amsterdam, New York, Oxford

Balthaus, H., 1986

Zur Bestimmung der Tragfähigkeit von Pfählen mit dynamischen Pfahlprüfmethoden, Promotion, Institut für Grundbau und Bodenmechanik der Technischen Universität Carolo-Wilhelmina zu Braunschweig, Heft 21

Bathe, K.-J., 2002

Finite-Elemente-Methoden, 2. Auflage, vollständig neu bearbeitete und erweiterte Auflage, ISBN: 3540668063, Springer Verlag, Heidelberg

Benatar, A.; Rittel, D.; Yarin, A.L., 2003

Theoretical and experimental analysis of longitudinal wave propagation in cylindrical viscoelastic rods, Journal of the Mechanics and Physics of Solids, Elsevier Science

Blahacek, M.; Prevorovsky, Z.; Landa, M., 2004

Processing of AE Signals in Dispersive Media, DGZfP-Proceedings BB90-CD, Lecture 66, EWGAE 2004, 6th European Conference on Acoustic Emission Testing - 2004 - Berlin

Bronstein; Semendjajew; Musiol; Mühlig, 1993

Taschenbuch der Mathematik, Völlig neu bearbeitete Auflage auf Basis der letzten russischen Originalfassung, ISBN 3-8171-2001-X, Verlag Harri Deutsch, Thun Frankfurt am Main

Chen, L.; Meier, K., 1991

Spektralanalyse von dynamischen Pfahltests – erste Ergebnisse, Pfahlsymposium 1991, Mitteilungen des Instituts für Grundbau und Bodenmechanik der Technischen Universität Carolo-Wilhelmina zu Braunschweig, Heft 38, S. 99 - 118.

Chen, L.; Meier, K., 1996

Dispersive wave propagation analysis for condition assessment of marine timber piles, Fifth International Conference on the Application of Stress-Wave Theory to Piles, 11. - 13. September 1996, Orlando, Florida, S. 721 - 732.

Chow, Y.K.; Wong, K.Y.; Karunaratne, G.P.; Lee, S.L., 1988

Wave equation analysis of piles – A rational theoretical approach, Third International Conference on the Application of Stress-Wave Theory to Piles, 25. - 27. May 1988, Ottawa, Canada, S. 208 - 230.

Corté, J.-F.; Lepert, P., 1986

Lateral Resistance During Driving and Dynamic Pile Testing, Numerical Method in Offshore Piling, Seiten 19-34, Paris: Éditions Technip

DGGT, 1998

Empfehlungen für statische und dynamische Pfahlprüfungen des Arbeitskreises 2.1 der Deutschen Gesellschaft für Geotechnik e.V. (DGGT), Institut für Grundbau und Bodenmechanik der TU Braunschweig

DGGT, 2002

Empfehlungen des Arbeitskreises „Baugrunddynamik“; Deutsche Gesellschaft für Geotechnik e.V. (DGGT), Technische Universität Berlin, 1. Auflage (Juni 2003) Berlin

Doyle, J.F., 1997

Wave Propagation in Structures, Spectral Analysis Using Fast Discrete Fourier Transforms, Second Edition, Springer Verlag, New York

Dvorkin, J., 2005

Link between Attenuation and Velocity Dispersion, Stanford University and Rock Solid Images, April 25, 2005, Press Release, Rock Solid Images

EA Pfähle, 2007

Empfehlungen des Arbeitskreises 'Pfähle' (EA Pfähle) der Deutschen Gesellschaft für Geotechnik e.V. (DGGT), 378 Seiten mit Abbildungen, Ernst und Sohn

Elmer, K.-H., 1995

Modellierung und Simulation einer Dehnwelle zur Risserkennung im Stab, Technische Mechanik, Band 15, Heft 1, S. 33 - 42.

Elmer, K.-H.; Natke, H. G.; Atanasiu, G. M.; 1997

FE-Modelling and Time Dependent Mesh Optimization for Wave Propagation Problems, In: Procc. of the 4th Intern. Conf. on Boundary and Finite Elements (ELFIN), M.Ieremia, C. Berbente (Eds.), Universitatea Tehnica "Gh. Asachi", 4.-6. June, Iasi, Romania, p. 55-64

Elmer, K.-H., 2002

The complex behaviour of travelling waves and numerical methods, Proceedings of the 4th International Conference on Structural Dynamics, Volume I, Munich, September

Elmer, K.-H., 2004

Three-Dimensional Wave Propagation and Energy Flow, International Journal of Computational Engineering Science (IJCES), Imperial College Press, Vol.5, No.3, p. 481-494

Fellenius, B. H., 1975

Test loading of piles. Methods, interpretation and new proof testing procedure, American Society of Civil Engineers, ASCE, Vol. 101, GT9, Seiten 855 - 869

Fellenius, B. H., 1989

Tangent modulus of piles determined from strain data, The American Society of Civil Engineers, ASCE, Geotechnical Engineering Division, 1989, Foundation Congress, F.H. Kulhawy, Editor, Vol. 1, Page 500 - 510

Fellenius, B. H., 2001a

What capacity value to choose from the results a static loading test, Deep Foundations Institute, Fulcrum, Mai

Fellenius, B. H., 2001b

From strain measurements to load in an instrumented pile, Geotechnical News Magazine, Vol. 19, No. 1, Seiten 35 - 38

Fellenius, B. H., 2002

Determining the resistance distribution in piles, Part 1: Notes on shift of no-load reading and residual load., Part 2: Method for Determining the Residual Load. Geotechnical News Magazine, Vol. 20, No. 2, Seiten 35 - 38, and No. 3, pp. 25 – 29

Fellin W., 2000

Rütteldruckverdichtung als plastodynamisches Problem, Institut für Geotechnik und Tunnelbau, Universität Innsbruck, Balkema Publishers, Rotterdam

Fritsch, M., 2004

Durchführung und Auswertung bei der Ermittlung der Tragfähigkeit von Pfählen, Geotechnik Kolloquium 30 Jahre IGB-TUBS, Mitteilungen des Instituts für Grundbau und Bodenmechanik, Technische Universität Braunschweig, Heft 76

Fritsch, M.; Gattermann, J.; Stahlmann, J., 2005

Nachweis des vertikalen Gleichgewichts von Kaimauern aus dynamischen Probebelastungen im Endzustand, Pfahl-Symposium 2005, Mitteilung des Instituts für Grundbau und Bodenmechanik, Technische Universität Braunschweig, Heft 80, Seite 71-86, 2005

Gaul, L., 1999

The influence of Damping on Waves and Vibrations, Mechanical Systems and Signal Processing 13(1), Article No. mssp.1998.0185, MSSP, Academic Press

GBT, 2001

Grundbautaschenbuch Teil 1 – 3, sechste Auflage, Herausgeber und Schriftleiter Ulrich Smolctzyk, Ernst & Sohn, Januar 2001

Goble, G. G., Linkins, G. E., Rausche, F., 1975

Bearing capacity of piles from dynamic measurements, Final Report, Department of Civil Engineering, Case Western Reserve University, Cleveland, Ohio.

Gorham, D. A.; Wu, X. J., 1996

An empirical method for correcting dispersion in pressure bar measurements of impact stress, pp. 1227–1232, Measurement Science and Technology

Green, R. A., 2001

Energy-Based Evaluation and Remediation of Liquefiable Soils, Faculty of the Virginia Polytechnic Institute and State University, Department of Civil and Environmental Engineering, Dissertation

GRL, 2000

An Introduction into stress waves as applied to Piles, Presentation, GRL Engineers Inc., Workshop

Große, Chr. U., 1996

Quantitative zerstörungsfreie Prüfung von Baustoffen mittels Schallemissionsanalyse und Ultraschall, Institut für Werkstoffe im Bauwesen, Fakultät Bau- und Umweltingenieurwissenschaften, Dissertation, Stuttgart

Gsell, D., 2002

Nicht axialsymmetrische Wellenausbreitung in anisotropen zylindrischen Strukturen, Dissertation (ETH-dissno-14733), Swiss Federal Institute of Technology Zürich (ETHZ), Zürich

Hall, J. R., Richart. F. E., 1963

Dissipation of elastic wave energy in granular soils, Journal Soil Mechanics and Foundation Div, November, 89(SM1), pp. 33 – 65, ASCE

Hardin, B. O. & Drnevich, V. P., 1970

Shear modulus and damping in soils: I. Measurement and parameter effects, II. Design equations and curves", Technical Reports UKY 27-70-CE 2 and 3, College of Engineering, University of Kentucky, Lexington, Kentucky

Hatch, M.R., 2001

Vibration Simulation using MatLab and ANSYS, Chapman & Hall/CRC Press LLC, Mechanical Engineering / Applied Mathematics, Boca Raton, Florida

Haupt, Wolfgang, 1986

Bodendynamik, Grundlagen und Anwendung, Friedrich Vieweg und Sohn, Braunschweig / Wiesbaden

Holeyman, A.E., 1988

Modelling of Dynamic Behaviour at the Pile Base, Proceedings of the Third International Conference on the Application of Stress-Wave Theory to Piles, Site 174-185, Vancouver, Bi-Tech Publishers

Holloway, D.M.; Clough, G.W.; Vesic, A.S., 1975

The mechanics of pile-soil interaction in cohesionless soils, Contract Report S-75-5, US Army Engineering Waterways Experiment Station, Vicksburg, Mississippi

Ishibashi; Zhang, 1993

Unified dynamic shear moduli and damping ratios of sand and clay, Soils and Foundations, Vol. 33(1), pp. 182-191

Kammeyer, K.D.; Kroschel, K., 1998

Digitale Signalverarbeitung – Filterung und Spektralanalyse, Vieweg+Teubner, 4. Auflage, Studienbücher Elektrotechnik, 533 Seiten, Stuttgart

Kempfert, H.-G.; Rudolf, M., 2005

Vergleichende Darstellung der Pfahlbemessung in DIN 1054 neu und DIN EN 1997-1 (EC 7) sowie Entwicklung der nationalen Anwendung, Pfahlsymposium 2005, Institut für Grundbau und Bodenmechanik, Technische Universität Braunschweig, Heft 80

Klingmüller, O., 1984

Dynamische Pfahlprüfung als nichtlineares System-Identifikation, Dynamische Probleme – Modellierung und Wirklichkeit, Tagungsband, Band 2, Curt-Risch Institut, Leibniz Universität Hannover

Klingmüller, O., 1991

Dynamische Pfahlprüfung als Optimierungsproblem, Dynamische Pfahltests, Fachseminar, Mitteilung des Instituts für Grundbau und Bodenmechanik, Heft 38, Technische Universität Braunschweig

Kolsky, H., 1962

The Detection and Measurement of Stress Waves, Experimental Techniques in Shock and Vibration, ASME, pp. 11-24, Dover Publ. Inc., New York

Kolymbas, D., 1989

Vereinfachte Abschätzung der Pfahltragfähigkeit aufgrund dynamischer Belastung, Geotechnik, 2, Seiten 62-66

Köster, S., 2005

Zum Ansatz der Dämpfungsparameter zur Auswertung von Pfählen bei dynamischen Probelastungen, Diplomarbeit, Institut für Grundbau und Bodenmechanik der Technischen Universität Braunschweig, unveröffentlicht

Kuhlemeyer, R.L., 1979

Vertical Vibration of Piles, Journal of Geotechnical Engineering Division, American Society of Civil Engineering (ASCE), Vol. 105, GT2, 273-287, Februar, New York

Laura, P. J.; Reyes, J. A.; Rossi, R. E., 1974

Dynamic Behaviour of a Cable-Payload System Suddenly Stopped at one end, Journal of Sound and Vibration, 34, Seiten 81-95

Lee, T.M.; Sechler, E. E., 1975

Longitudinal Waves in Wedges, Experimental Mechanics, Volume 15, Number 2 / Februar, Chicago, pp. 41-48, Springer Boston

Liang, R.; Zhou, J., 1996

Pile Capacity Estimation Using New HST Interpretation Method, Proceedings of the Fifth International Conference on the Application of Stress-Wave Theory to Piles, September 1996, Orlando

Lysmer, J.; Richart, F.E., 1966

Dynamic response of footings to vertical loading, Proceedings, ASCE, JSMFD - Soil Mechanics and Foundation Division Proceedings, Vol. 92, SM1, Seiten 65-91, January

Massarsch, K. R., 1985

Stress-Strain Behaviour of Clays, 11th Intern. Conference on Soil Mechanics and Foundation Engineering, Proceedings, Volume 2, pp. 571 – 574, San Francisco

Massarsch, K. R., 1997

Vibrorahmen von Pfählen und Spundwänden – Neue Erkenntnisse und Erfahrungen, Proceedings Workshop on Vibratory Driving, Februar 20, pp. 82 – 101, Universität Karlsruhe

Massarsch, K. R., 2002a

Effects of Vibratory Compaction, TransVib 2002 - Intern. Conference on Vibratory Pile Driving and Deep Soil Compaction, Keynote Lecture, pp. 33 – 42, Louvain-la-Neuve

Massarsch, K. R., 2002b

Ground Vibrations Caused by Soil Compaction, Wave 2002, Proceedings, International Workshop, pp. 25 – 37, Okayama, Japan

Natke, H. G., 1989

Baudynamik - Einführung in die Dynamik mit Anwendungen aus dem Bauwesen, LAMM-Reihe, Bd. 66, B.G. Teubner, Stuttgart

Natke, H. G., 1992

Einführung in Theorie und Praxis der Zeitreihen- und Modalanalyse- Identifikation schwingungsfähiger elastomechanischer Systeme, 3. Auflage 1992, Friedr. Vieweg & Sohn, Braunschweig, Wiesbaden

Nendza, M., 2006

Untersuchungen zu den Mechanismen der dynamischen Bodenverdichtung bei Anwendung des Rütteldruckverfahrens, Fakultät Architektur, Bauingenieurwesen und Umweltwissenschaften der Technischen Universität Carolo-Wilhelmina zu Braunschweig, Institut für Grundbau und Bodenmechanik, Heft 81, Dissertation

Neumann, J., 2004

Anwendung von adaptiven Finite Element Algorithmen auf Probleme der Strukturdynamik, Bauingenieur- und Vermessungswesen der Universität Fridericiana zu Karlsruhe (TH), Dissertation

Novak, M.; Nogami, T.; Aboul-Ella, F., 1978

Dynamic soil reactions for plane strain case, Proceedings ASCE, Journal of the Engineering Mechanics Division, Vol. 104, EM 4, August

Payton, R. G., 1965

Elastic Wave Propagation in a Non-homogeneous Rod, Adelphi University, Graduate Mathematics Department, Garden City, New York

Platzmann, B., 2000

Optimierung der Messtechnik und Auswertemethodik bei Pfahlintegritätsprüfungen, Mitteilungen des Instituts für Grundbau und Bodenmechanik, Technische Universität Braunschweig, Heft 19

Prescott, J., 1924

Applied Elasticity, The American Mathematical Monthly, Vol. 35, No. 4, pp. 198-199, London: Longmans, Green and Company, Reprint by Dover 1961

Proakis, J.G.; Manolakis, D.G., 2007

Digital Signal Processing – Principles, Algorithms and Applications, Fourth Edition, Pearson, Prentice Hall, Upper Saddle River, New Jersey

Randolph, M. F.; Simons, H. A., 1986

An improved Soil Model for One-Dimensional Pile Driving Analysis, Numerical Method in Offshore Piling, Seiten 3-18, Paris: Éditions Technip

Rausche, F.; Goble, G. G.; Linkins, G. E., 1985

Dynamic determination of pile capacity, Proceedings, ASCE, Journal of the Geotechnical Engineering Division, Vol. 111, pp. 367-383, GT3, March

Reissner, E., 1936

Stationäre, axialsymmetrische, durch eine schüttelnde Masse erzeugte Schwingung eines homogenen elastischen Halbraums, Archive of Applied Mechanics (Ingenieur Archiv), Volume 7, Number 6 / Dezember

Rodatz, W.; Ernst, U.; Wienholz, B., 1996

Dynamic pile tests on PSp 1000 double sheet piles, Stresswave '96, Fifth international conference on the application of stress-wave theory to piles, Orlando, Florida USA, 1996

Savidis, S. A., 1977

Analytical Methods for the computation of wave fields, Journal of the Soil Mechanics and Foundations Division, September, Volume 1

Schallert, M; Fritsch, M., 2003

Qualitätssicherung von Pfahlgründungen am Beispiel einer Schneckenbohrpfahlgründung, Pfahl-Symposium 2003, Mitteilung des Instituts für Grundbau und Bodenmechanik, Technische Universität Braunschweig, Heft 71

Smith, E. A. L., 1960

Pile Driving Analysis by the wave equation, Journal of the Soil Mechanics and Foundations Divisions, pp. 35-61, August, New York: American Society of Civil Engineers

Stahlmann, J.; Fritsch, M.; Marcher, Th.; Buchegger, S., 2006

Nachweis der Tragfähigkeit einer Pfahlgründung mittels dynamischer Probelastungen am Beispiel einer Anlegestation für Öltanker, Baugrundtagung 2006, Deutsche Gesellschaft für Geotechnik, S. 239-246

Stelzmann, U., Groth, C., Müller, G., 2002

FEM für Praktiker – Band 2: Strukturdynamik, 3. Auflage, Renningen, ISBN-10: 3816918174, Expert-Verlag, 2002.

Studer, J. A.; Laue, J.; Koller, M. G., 2007

Bodendynamik. Grundlagen, Kennziffern, Probleme und Lösungsansätze: Grundlagen, Kennziffern, Probleme und Lösungsansätze, Springer, Berlin; 3. Auflage

Svinkin, 1996

Velocity-Impedance-Energy Relationship for Driven Piles, Fifth International Conference on the Application of Stress-Wave Theory to Piles, Orlando, Florida, 1996

Thompson; Goble, 1988

High Case Damping Constants in Sand, Third International Conference on the Application of Stress-Wave Theory to Piles: Ottawa, Canada, 1988

Timoshenko, S. P.; Goodier, J. N., 1970

Theory of elasticity, McGraw-Hill Classic Textbook Reissue Series, ISBN-10: 0070858055, McGraw Hill Higher Education; 3rd edition (October 1, 1970)

Tworuschka, H., 2005

Containerterminal CTIV – Bremerhaven, Vortrag, HOCHTIEF Construction AG, Pfahl-Symposium 2005, Institut für Grundbau und Bodenmechanik, Technische Universität Braunschweig

Van Koten, H.; Middendorp, P.; Brederode, P., 1980

An analysis of dissipative wave propagation in a pile, Proceedings of the Fifth International Conference on the Application of Stress-Wave Theory on Piles, A. A. Balkema, Rotterdam

Vollmann, J.; Breu, R.; Dual, J., 1997

High-resolution analysis of the complex wave spectrum in a cylindrical shell containing a viscoelastic medium, Institute of Mechanics, ETH Zürich, Swiss Federal Institute of Technology

Vucetic, M.; Dobri, R., 1988

Degradation of marine clays under cyclic loading, Journal of Geotechnical Engineering, Vol. 114, No. 2, February 1988, pp. 133-149

Warrington, Don C., 1997

Closed Form Solution of the Wave Equation for Piles, Master Thesis, University of Tennessee at Chattanooga, Internet Edition, 1997

Woods, R. D., 1968

Screening of Surface Waves in Soils, Journal of the Dynamic Methods in Soil and Rock Mechanics, Vol. I, DMSR 77, July, SM 4

Zhou, J.; Liang, R., 1996

Identification of Soil-Pile Interaction Model Parameters from HST Data, Proceedings of the Fifth International Conference on the Application of Stress-Wave Theory to Piles, Orlando, September 1996

Zienkiewicz, O. C.; Taylor, R. L., 2005

The Finite Element Method for Solid and Structural Mechanics, ISBN-10: 0750663219, Butterworth Heinemann, Auflage: 6th ed. (Juli 2005)

Benutzte Software

ANSYS

LabVIEW

MatLab

Maple

Microsoft Office

TransDYN

Befragte Personen

Prof. Dr.-Ing. Martin Achmus

Institut für Grundbau, Bodenmechanik und Energiewasserbau (IGBE), Hannover

Prof. Dr.-Ing. Joachim Stahlmann

Institut für Grundbau und Bodenmechanik (IGB), Braunschweig

Dr.-Ing. Karl-Heinz Elmer

Institut für Statik und Dynamik (ISD), Hannover