



27. Gravitationsfeld der rotierenden Erde

Analog zum Magnetfeld einer rotierenden Ladungsverteilung erzeugt auch eine rotierende Massenverteilung ein *gravitomagnetisches* Feld. Dieses Feld soll nun für die rotierende Erde bestimmt werden. Betrachten Sie den Fall konstanter Winkelgeschwindigkeit.

- Begründen Sie, warum das Problem in linearer Näherung betrachtet werden kann. Schreiben Sie die Differentialgleichung für die f_{mn} unter diesen Bedingungen auf.
- Begründen Sie, dass die Lösung der Differentialgleichung

$$f_{mn}(\underline{r}) = \frac{4\gamma}{c^4} \int \frac{T_{mn} - \frac{T}{2}\eta_{mn}}{|\underline{r} - \underline{r}'|} d^3r' \quad (1)$$

lautet. Erinnern Sie sich an die retardierten Potentiale der Elektrodynamik.

- Geben Sie $S_{mn} := T_{mn} - \frac{T}{2}\eta_{mn}$ an für den Fall eines druckfreien Mediums konstanter Massendichte, also $T_{mn} = \rho u_m u_n$ mit $\rho = \text{const}$, $u_m = (v_1, v_2, v_3, -c)$. Vernachlässigen Sie dabei Terme der Ordnung $\mathcal{O}(v^2/c^2)$.
- Bestimmen Sie die f_{mn} und geben Sie die Metrik der rotierenden Erde für $r > R_E$ an.

28. Leistungsabstrahlung durch Gravitationswellen

In dieser Aufgabe soll die Leistung abgeschätzt werden, die eine oszillierende Massenverteilung in Form von Gravitationswellen abstrahlt. Da die vollständige Rechnung etwas aufwändiger ist, wollen wir hier nur die prinzipiellen Abhängigkeiten durch eine Analogiebetrachtung zur Elektrodynamik abschätzen.

- Beschreiben Sie die Analogie zur Elektrodynamik. Vgl. z.B. Elektrodynamik-Skript 'Elektrische Multipole'.
- Begründen Sie, dass es im Gegensatz zur Elektrodynamik keine Dipolstrahlung gibt.
- Die abgestrahlte Leistung im Fernfeld eines elektrischen Quadrupols Q_e ist

$$P_e \sim \frac{w^6}{c^5} \frac{Q_e^2}{\epsilon_0} \quad (2)$$

Was erwarten Sie für die Strahlungsleistung einer oszillierenden Massenverteilung?

- Schätzen Sie die abgestrahlte Leistung bei der Rotation der Erde um die Sonne ab.