



18. Kontinuitätsgleichung

Leiten Sie ausgehend von der kovarianten Formulierung der inhomogenen Maxwell-Gleichungen im Vakuum

$$\mathcal{B}^{mn}{}_{||n} = \mu_0 \mathcal{J}^m,$$

wobei \mathcal{B}^{mn} die kontravarianten Komponenten des Feldstärketensors und \mathcal{J}^m die kontravarianten Komponenten der Viererstromdichte bezeichnen, die Kontinuitätsgleichung

$$\mathcal{J}^m{}_{||m} = 0$$

her.

Hinweis: Nutzen Sie $\mathcal{B}^{mn}{}_{||n} = \frac{1}{\sqrt{-g}} (\sqrt{-g} \mathcal{B}^{mn})_{|n}$ (vgl. Gl. II.271)

19. Wellengleichung

- (a) Leiten Sie ausgehend von der kovarianten Formulierung der inhomogenen Maxwell-Gleichungen im Vakuum

$$\mathcal{B}^{mn}{}_{||n} = \mu_0 \mathcal{J}^m,$$

wobei \mathcal{B}^{mn} die kontravarianten Komponenten des Feldstärketensors und \mathcal{J}^m die kontravarianten Komponenten der Viererstromdichte bezeichnen, die inhomogene Wellengleichung

$$g^{nj} \mathcal{A}^m{}_{||j||n} + R_l{}^m \mathcal{A}^l = -\mu_0 \mathcal{J}^m$$

für die kontravarianten Komponenten des Viererpotentials \mathcal{A}^m ab. Die Größe $R_l{}^m$ bezeichnet den Ricci-Tensor.

Hinweis: Drücken Sie den Feldstärketensor mittels des Viererpotentials aus und nutzen Sie die Beziehung für die Vertauschung der zweiten kovarianten Ableitungen aus.

- (b) Die aus der speziellen Relativitätstheorie bekannte Wellengleichung (vgl. z.B. Skript Elektrodynamik Gl. (III.153)) direkt mit dem Kovarianzprinzip in die ART zu übersetzen ist problematisch. Erläutern Sie weshalb.