Prof. Dr. Wolfram Brenig
Alexander Schwenke
Erik Wagner

Keine Abgabe, Besprechung in der Vorlesung am Do, 28.07.2022, 11:30 Uhr

Übungsblätter gibt es unter `https://lnk.tu-bs.de/hOZ6Hb`.
Aufgaben mit △ müssen von Studierenden im Lehramt nicht bearbeitet werden.

56. **Zentraler, relativistischer Stoß (0 Punkte)**

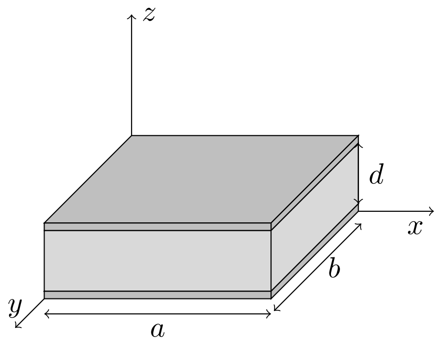
Betrachten Sie den zentralen Stoß eines Elektrons der Energie $E^{\text{e}}_{\text{vor}}$ mit einem Proton.

(a) Welche Energie $E^{\text{e}}_{\text{vor}}$ muss das Elektron vor dem Stoß haben, damit das Proton nach dem Stoß die kinetische Energie $T^{\text{p}}_{\text{nach}} = \frac{1}{2}T^{\text{e}}_{\text{vor}}$ hat? Betrachten Sie den Stoß in dem Intertialsystem, in dem das Proton vor dem Stoß ruht.

(b) Nutzen Sie aus, dass die Ruhemasse m_e des Elektrons viel kleiner als die des Protons m_p ist, d.h. $m_e \ll m_p$. Was ergibt sich dann für die Lösung aus (a)?

57. **Plattenkondensator (0 Punkte)**

Ein Plattenkondensator besteht aus zwei parallel gelagerten Platten senkrecht zur z-Achse mit vernachlässigbarer Dicke, der Fläche $F = a \cdot b$ und dem Abstand von d, wobei $d \ll \sqrt{F}$ ist. Die beiden Platten tragen die Ladungen Q und $-Q$. Zwischen den Platten befindet sich ein Dielektrikum mit der Dielektrizitätskonstanten $\epsilon > 1$.



(a) Zeigen Sie unter Ausnutzung von Symmetrien und Vernachlässigung von Randeffekten, dass das elektrostatische Feld $\vec{E}(\vec{r})$ außerhalb des Kondensators verschwindet und innerhalb des Kondensators folgende Form hat

$$\vec{E}(\vec{r}) = 4\pi \frac{Q}{\epsilon F} \vec{e}_z \,. \tag{1}$$

(b) Zeigen Sie, dass das elektrostatische Potential $\varphi(\vec{r})$ außerhalb des Kondensators konstant ist und innerhalb des Kondensators folgende Form hat

$$\varphi(\vec{r}) = -4\pi \frac{Qz}{\epsilon F} + 2\pi \frac{Qd}{\epsilon F} \,. \tag{2}$$

(c) Wie groß ist die Kapazität C des Kondensators?

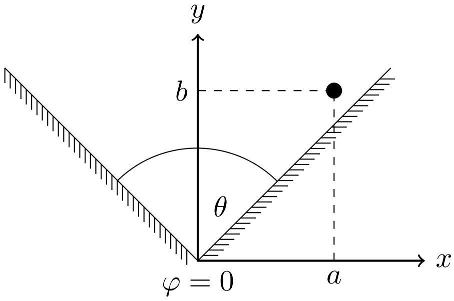
(d) Mit Hilfe einer Spannungsquelle wird eine Potentialdifferenz U_0 an den Kondensator angelegt und der Kondensator geladen. Anschließend wird zunächst die Spannungsquelle und dann das Dielektrikum entfernt, so dass zwischen den beiden Platten Vakuum herrscht.

   i. Welche Potentialdifferenz herrscht nun zwischen den Platten?

   ii. Welche Energie W_0 war im Kondensator gespeichert, bevor das Dielektrikum entfernt wurde, welche Energie W_1 danach? Falls $W_0 \neq W_1$, erklären Sie die Differenz.

58. **Spiegelladungen (0 Punkte)**

Zwei halbunendliche Ebenen seien so aufgestellt, dass sie einen rechten Winkel $\theta = 90°$ symmetrisch zur y-Achse bilden. Zwischen den beiden befinde sich die Ladung q am Punkt (a, b). Die beiden Ebenen seien geerdet.
Benutzen Sie die Methode der Spiegelladungen, um dieses Randwertproblem zu lösen.

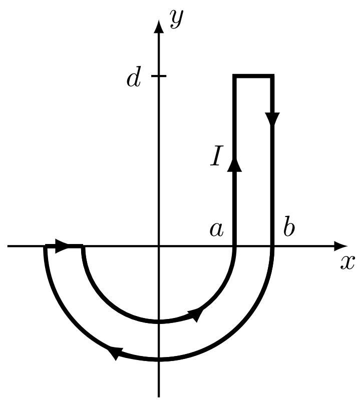


(a) Welche Spiegelladungen brauchen Sie dafür und wo müssen sich diese befinden? Fertigen Sie eine Skizze an.

(b) Geben Sie das Potenzial für den Bereich zwischen den Platten in der Form $\varphi(\vec{r}) = \sum_i \frac{q_i}{||\vec{r}-\vec{r}_i||}$ an und bestimmen Sie q_i und $\vec{r}_i$.

(c) Welche Kraft wirkt auf q? Wohin wirkt die Kraft?

59. **Magnetostatik (0 Punkte)**



(a) Ein stromdurchflossener dünner Draht sei in der x-y-Ebene zu einem „J“ gebogen, wie in der Abbildung dargestellt. Die unteren Bögen seien Halbkreise um den Koordinatenursprung mit Radien a und $b > a$.

Berechnen Sie das Magnetfeld $\vec{B}$ im Koordinatenursprung.

Hinweis: $\int_a^b \mathrm{d}x \, (x^2 + d^2)^{-3/2} = \left.\frac{x}{d^2\sqrt{x^2+d^2}}\right|_a^b$

(b) Was ergibt sich für die Grenzfälle $d \to 0$ und $d \to \infty$?

60. **Multipolentwicklung (0 Punkte)**

Betrachten Sie einen Würfel der Kantenlänge a mit dem Mittelpunkt im Ursprung. Die Kanten seien parallel zu den jeweiligen Koordinatenachsen.

Der Würfel habe die Ladungsdichte $\rho(\vec{r}) = e^x y$ und außerhalb sei $\rho(\vec{r}) = 0$.

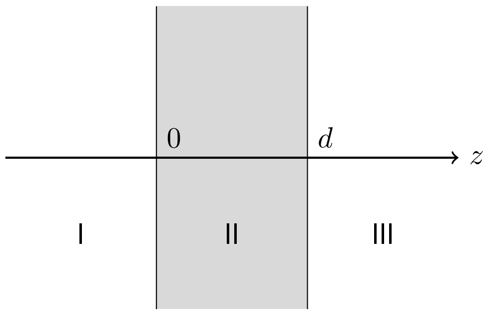
Bestimmen Sie das Monopolmoment q, das Dipolmoment $\vec{p}$ und den Quadrupoltensor Q dieser Anordnung.

61. **Transmission durch ein Medium (0 Punkte)**

Betrachten Sie ein dünnes Medium, das sich im Bereich zwischen $z = 0$ und $z = d$ befindet. Auf die Ebene fällt eine ebene, elektromagnetische Welle

$$\vec{E} = \vec{E}_0 \, e^{\mathrm{i}(kz-\omega t)}, \quad \vec{H} = \frac{c}{\omega} \vec{k} \times \vec{E} \tag{3}$$

senkrecht ein.
Es gilt $\mu = 1$ im gesamten Raum sowie innerhalb des Mediums. Der Brechungsindex der Schicht ist n, außerhalb der Schicht ist Vakuum.



(a) Geben sie für $\vec{E}$ und $\vec{H}$ allgemeine Lösungen der Maxwellgleichungen in den Bereichen I, II und III an.

Hinweis: Beachten Sie, dass es in I und II jeweils eine Superposition aus rechts- und links-laufenden Lösungen gibt.

(b) Bestimmen Sie die Stetigkeitsbedingungen an den Grenzflächen ($z = 0$ und $z = d$).

Zeigen Sie, dass aus den Stetigkeitsbedingungen folgendes Gleichungssystem für die Amplituden der verschiedenen Wellen folgt:

$$E_0 + E_\mathrm{R} = E_1 + E_2 \tag{4}$$

$$E_0 - E_\mathrm{R} = n\,(E_1 - E_2) \tag{5}$$

$$E_1\, e^{\mathrm{i}nkd} + E_2\, e^{-\mathrm{i}nkd} = E_\mathrm{T}\, e^{\mathrm{i}kd} \tag{6}$$

$$n\left(E_1\, e^{\mathrm{i}nkd} - E_2\, e^{-\mathrm{i}nkd}\right) = E_\mathrm{T}\, e^{\mathrm{i}kd} \tag{7}$$

Dabei ist E_0 die Amplitude der einfallenden Welle, E_1 und E_2 sind die Amplituden der rechts- bzw. links-laufenden Wellen in Bereich II und E_R und E_T die Amplituden der reflektierten bzw. transmittierten Welle.

(c) Die Lösungen für die Amplituden der reflektierten und transmittierten Welle lauten:

$$E_\mathrm{T}/E_0 = \frac{4\,n\,e^{\mathrm{i}kd(n-1)}}{(n+1)^2 - (n-1)^2\, e^{2\mathrm{i}kdn}} \quad \text{und} \tag{8}$$

$$E_\mathrm{R}/E_0 = -\frac{(n^2-1)\,(1 - e^{2\mathrm{i}kdn})}{(n+1)^2 - (n-1)^2\, e^{2\mathrm{i}kdn}}. \tag{9}$$

Überprüfen Sie, ob Sie für den Grenzfall $d \to 0$ die richtigen Ergebnisse erhalten.

(d) Leiten Sie die Lösungen für E_R und E_T aus (c) aus dem in (b) gegebenen Gleichungssystem her.