Prof. Dr. Wolfram Brenig
Alexander Schwenke
Erik Wagner

Abgabe: Mo., 11.07.2022 bis 12:00 Uhr in Stud.IP

Übungsblätter gibt es unter `https://lnk.tu-bs.de/hOZ6Hb`.
Aufgaben mit △ müssen von Studierenden im Lehramt nicht bearbeitet werden.
Das „Grillen mit den Profs“ der Fak EITP ist am 12.07. um 18:30 am Grotrian - weitere Infos auf Instagram und am schwarzen Brett

41. **Wissensfragen (3 Punkte)**

 (a) Geben Sie die Definition der Kapazitätskoeffizientenmatrix C_{ij} eines System aus Leitern L_i ohne externe Ladungen an.

 (b) Wie lautet das Biot-Savart'sche Gesetz?

 (c) Geben Sie den Laplace-Operator in Kugelkoordinaten an.

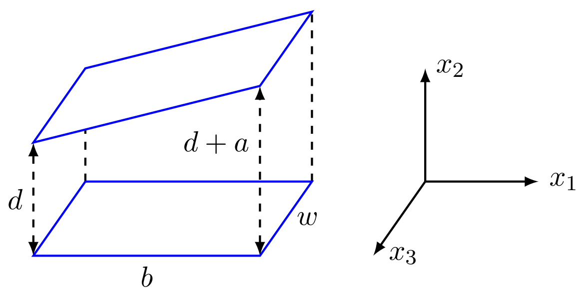
42. **Schiefer Plattenkondensator (9 Punkte)**

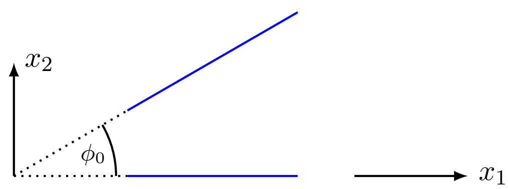
Wir betrachten den *nicht-ganz-so-parallelen* Plattenkondensator (siehe Skizze). Zwischen den Platten liege die Spannung U an. Berechnen Sie die Kapazität und vernachlässigen Sie dabei Randeffekte. Gehen Sie wie folgt vor:

 (a) Führen Sie Zylinderkoordinaten (r, ϕ, z) ein, wobei die z-Achse in der Schnittgeraden der beiden Plattenebenen liege.
 Begründen Sie, dass das Potential nur von ϕ abhängt.

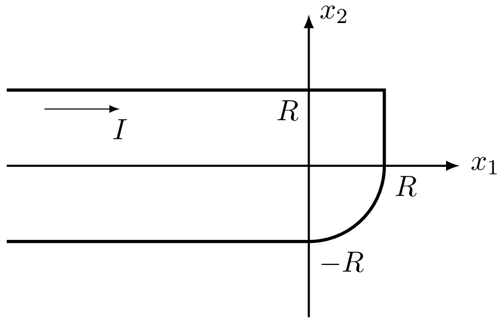
 (b) Lösen Sie die Laplace-Gleichung im Volumen zwischen den Platten.
 Verwenden Sie als Randbedingungen $\varphi(x_1, x_2 = 0, x_3) = 0$ und geben Sie das elektrische Feld $\vec{E}$ an.

 (c) Berechnen Sie die Ladung Q auf der Kondensatorplatte bei $x_2 = 0$ und bestimmen daraus die Kapazität C.





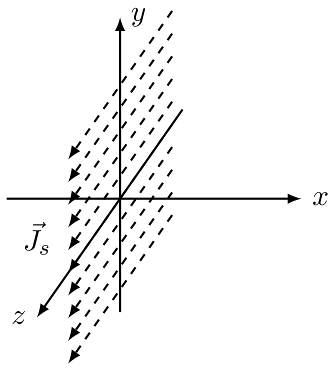
43. **Stromdurchflossene Leiter (8 Punkte)**



Betrachten Sie folgende Stromverteilungen:

(a) Bestimmen Sie mit Hilfe des Biot-Savart-Gesetzes das Magnetfeld im Ursprung für den in der Skizze dargestellten, stromdurchflossenen Draht. Der Ursprung sei der Mittelpunkt des Viertelkreises.
Hinweis: Zerlegen Sie die Integration geeignet und überlegen Sie sich Parametrisierungen für die Teilstücke.

(b) Eine homogene Oberflächenstromdichte $\vec{J}_s = J_s\vec{e}_z$ in der y-z-Ebene (x=0, siehe Abbildung) mit unendlicher Ausdehnung in y- und z-Richtung.
Berechnen Sie das Magnetfeld $\vec{B}$.
Hinweis: $[J_s] = \frac{\mathrm{statA}}{\mathrm{cm}}$ mit $\mathrm{statA} = \frac{\sqrt{\mathrm{dyn}}\,\mathrm{cm}}{\mathrm{s}}$



△ 44. **Separationsansatz in kartesischen Koordinaten (10 Punkte)**

Lösen Sie die Laplace-Gleichung $\Delta\varphi = 0$ im Volumen

$$V = \{\,\vec{r}\;|\;0 \leq x_1 \leq a;\, 0 \leq x_2 \leq b\,\} \tag{1}$$

mit Hilfe eines Separationsansatzes unter den Randbedingungen:

$$\varphi(0, x_2) = \varphi(a, x_2) = 0; \quad \varphi(x_1, 0) = 0; \quad \varphi(x_1, b) = B\,x_1. \tag{2}$$

Gehen Sie dabei wie folgt vor:

(a) Stellen Sie den Laplace-Operator in kartesischen Koordinaten auf und verwenden Sie den Ansatz $\varphi_n(x_1, x_2) = U_n(x_1)W_n(x_2)$.
Zeigen Sie, dass $U_n(x_1)$ und $W_n(x_2)$ gewöhnliche Differentialgleichungen erfüllen und lösen Sie diese allgemein.

(b) Orthonormalisieren Sie jeweils die Sätze der Lösungen $U_n(x_1)$ bzw. $W_n(x_2)$.

(c) Die allgemeine Lösung der Laplace-Gleichung hat dann die Form:

$$\varphi(x_1, x_2) = \sum_n \Phi_n U_n(x_1)\, W_n(x_2). \tag{3}$$

Bestimmen Sie alle auftretenden Integrationskonstanten Φ_n aus den Randbedingungen.