INSTITUT FÜR THEORETISCHE PHYSIK

Prof. Dr. Wolfram Brenig
Alexander Schwenke
Erik Wagner

Keine Abgabe, Präsenzübung

Übungsblätter gibt es unter `https://lnk.tu-bs.de/hOZ6Hb`.

1. **Wissensfragen (0 Punkte)**

   (a) Geben Sie den Stokes'schen Satz an.

   (b) Geben Sie den Gauß'schen Satz an.

   (c) Geben Sie die Lorentz-Transformation in Matrixform für eine und für drei Raumdimension an.

2. **Integralsätze (0 Punkte)**

   (a) Verifizieren Sie den Stokes'schen Satz für das Vektorfeld

   $$\vec{A} = \left(\frac{4}{3}\,x_1\,x_3 - 2x_2\right)\vec{e}_1 + (3x_2 - x_1)\,\vec{e}_2 \tag{1}$$

   und die Fläche $F = \left\{\vec{r} = [x_1, x_2, x_3]\,|\,(x_1/3)^2 + (x_2/2)^2 \leq 1; x_3 = 0\right\}$.
   Welche geometrische Form wird durch diese Fläche beschrieben?

   (b) Verifizieren Sie den Gauß'schen Satz für das Vektorfeld

   $$\vec{A} = ax_1\vec{e}_1 + bx_2\vec{e}_2 + cx_3\vec{e}_3 \tag{2}$$

   und die Kugel $K = \left\{\vec{r} = [x_1, x_2, x_3]\,|\,x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 \leq R^2\right\}$. Dabei seien $a, b, c, R \in \mathbb{R}$.

3. **Differentialoperatoren (0 Punkte)**

   Sei Ψ ein skalares Feld; $\vec{A}$ und $\vec{B}$ seien Vektorfelder. Zeigen Sie:

   (a) $\mathrm{div}\,(\Psi\vec{A}) = \Psi\,\mathrm{div}\,\vec{A} + \vec{A}\cdot\nabla\Psi$.

   (b) $\mathrm{div}\,(\vec{A}\times\vec{B}) = \vec{B}\cdot\mathrm{rot}\,\vec{A} - \vec{A}\cdot\mathrm{rot}\,\vec{B}$.

   (c) $\mathrm{rot}\ \mathrm{rot}\,\vec{A} = \mathrm{grad}\ \mathrm{div}\,\vec{A} - \Delta\vec{A}$

   Verwenden Sie dabei die Komponentenschreibweise und Einstein'sche Summenkonvention.

4. **Invarianz der Minkowski-Metrik (0 Punkte)**

   In einer Raumdimension hat die Minkoswki-Metrik die Form

   $$(g_{\mu\nu}) = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}. \tag{3}$$

   Zeigen Sie durch Nachrechnen, dass die Minkowski-Metrik invariant unter Lorentz-Transformationen ist:

   $$g_{\alpha\beta} = g_{\mu\nu}\,L^{\mu}{}_{\alpha}\,L^{\nu}{}_{\beta}. \tag{4}$$