# Die Physik des Gehens als Unterrichtsgegenstand

**Rainer Müller, TU Braunschweig**

## 1. Gehen und Laufen als physikalische Fragestellungen

Es ist allgemein akzeptiert, dass der Physikunterricht so interessant und alltagsnah wie möglich zu gestalten sei. Verschiedene Untersuchungen zeigen, dass der Themenbereich „menschlicher Körper“ besonders dazu geeignet ist, das Interesse der Schüler und vor allem auch der Schülerinnen zu wecken (s. z. B. [1]). Es gibt eine Reihe von Vorschlägen, physikalische Inhalte am Beispiel des menschlichen Körpers zu behandeln (z. B. [2]), aber allzu groß ist das Angebot in diesem Bereich nicht.

Gehen und Laufen sind Tätigkeiten, die den Schülerinnen und Schülern fast zu selbstverständlich vorkommen, um darüber nachzudenken. Und doch sind interessante physikalische Fragestellungen damit verbunden. Gibt es z. B. einen physikalischen Grund dafür, dass Menschen eine „natürliche“ Gehgeschwindigkeit von 3-4 km/h besitzen? Welche physikalischen Parameter sind dabei bestimmend? Gehen große Lebewesen generell schneller als kleine? All dies sind interessante Fragestellungen, die man mit einfacher Physik zumindest in einer ersten Annäherung beantworten kann.

Aber es gibt noch mehr Fragen, die zwar leicht gestellt, aber schwer zu beantworten sind, und die teilweise auch heute noch wissenschaftlich umstritten sind. Menschen haben zwei Gangarten (Gehen und Laufen), die sich im Bewegungsablauf unterscheiden, bei den Vierbeinern sind es sogar noch mehr (Schritt, Trab, Galopp und noch einige exotische). Bei verschiedenen Fortbewegungsgeschwindigkeiten scheinen verschiedene Gangarten von Vorteil zu sein. Wieso bevorzugt man das Gehen bei niedrigen Geschwindigkeiten und läuft nicht langsam? Bei welcher Geschwindigkeit erfolgt der Übergang zwischen den beiden Gangarten? Gibt es eine allgemeine Regel, die für verschiedene Tierarten Gültigkeit besitzt.

In diesem Artikel sollen diese Fragestellungen für den Unterricht zugänglich gemacht werden (andere Vorschläge zu diesem Thema findet man bei Mathelitsch [3] und Schwaiger [4]; das letztere Buch ist eine Fundgrube für physikalische Gesetzmäßigkeiten in Anwendung auf Mensch und Tier). Entsprechend der physikalischen Komplexität des Problems variiert dabei das Anspruchsniveau. Es soll deshalb von den einfacheren Aspekten zu den abstrakteren vorgegangen werden.

## 2. Modelle des Gehens

Der Vorgang des Gehens, wie er in der Natur abläuft, ist – wie der menschliche Körper selbst – viel zu komplex, um in der Schule direkt analysierbar zu sein. Wir müssen ihn deshalb *modellieren*, und das kann in beiden Bedeutungen des Wortes geschehen: ein materielles Modell bauen oder ein mathematisches Modell entwerfen.

*a) Grundidee des Modells*
Um von der Bewegung des Körpers als Ganzem absehen zu können, stellen wir uns einen gehenden Mensch auf einem Fitness-Laufband vor. Der Rumpf des Gehers bleibt dann stationär, und wir müssen nur noch die Bewegung der Beine betrachten, die eine pendelnde Hin- und Herbewegung ausführen. Diese Beobachtung ist der Ausgangspunkt unserer physikali-

schen Betrachtung. Sie stellt den Anknüpfungspunkt zur Physik des Pendels her, einem ansonsten eher spröden Thema aus der Mechanik.

Die Schülerinnen und Schüler können den folgenden Versuch selbst durchführen: Ein Schüler stellt sich mit einem Bein auf eine Treppenstufe oder einen Hocker und lässt das andere möglichst locker baumeln. Ein zweiter Schüler stößt das locker hängende Bein verschieden stark an und beobachtet die jeweilige Schwingungsdauer. Im Rahmen der Beobachtungsgenauigkeit wird man unabhängig von der Stärke des Anstoßens immer die gleiche Schwingungsdauer feststellen. Es scheint also für ein menschliches Bein eine charakteristische Schwingungsfrequenz zu geben – ein erster Hinweis auf eine „natürliche“ Schrittfrequenz von Menschen und Tieren. Die Grundidee im Folgenden wird sein, Beine als Pendel zu modellieren, um ihre „Schwingungsdauern“ auf diese Weise erfassen zu können.

*b) Bein als mathematisches Pendel*

Zur Veranschaulichung können die Schülerinnen und Schüler Beinmodelle in verschiedenen Größen aus Pappe ausschneiden und am Fuß mit einem angeklebten Massestück beschweren (Abb. 1; das Massestück sorgt dafür, dass unser Modell einem mathematischen Pendel nahekommt). Es zeigt sich, dass der entscheidende Parameter die Pendellänge ist: Pendel mit gleicher Länge haben die gleiche Schwingungsdauer; kürzere Pendel schwingen schneller als längere.

Abb. 1: Modell eines Beins als mathematisches Pendel

Dieser Feststellung entsprechen qualitative Beobachtungen aus dem Alltag: Beim normalen Gehen haben Kinder eine höhere Schrittfrequenz als Erwachsene, d. h. sie bewegen ihre Beine schneller. Ganz ähnlich sieht es beim Vergleich von Pferden und Ponys. Bei kleinen Lebewesen ist die Schrittfrequenz höher als bei großen.

Um diese Feststellungen quantitativer fassen zu können erarbeitet man den für kleine Auslenkungen gültigen Zusammenhang zwischen Schwingungsdauer und Pendellänge:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}, \qquad (1)$$

wobei $l$ die Pendellänge und $g$ die Erdbeschleunigung ist. Mit dieser Formel können wir nun unsere Abschätzung der Gehgeschwindigkeit vornehmen. Jeder Schritt entspricht einer halben Pendelschwingung. Wenn wir für die Beinlänge eines Erwachsenen $l$ = 1 m einsetzen, ergibt sich für die Schrittdauer $T$ / 2 = 1,0 s. In der Realität liegt die Schrittdauer eher bei 0,6 s; auf die Gründe für die Abweichung werden wir noch eingehen.

Die Gehgeschwindigkeit können wir folgendermaßen abschätzen:

$$\text{Gehgeschwindigkeit} = \frac{\text{Schrittlänge}}{\text{Schrittdauer}} \approx \frac{0{,}8\,\text{m}}{1\,\text{s}} = 2{,}9\,\text{km/h}, \tag{2}$$

wobei eine Schrittlänge von 0,8 m angenommen wurde. Größenordnungsmäßig entspricht das den tatsächlichen Werten (für eine Wanderung rechnet man 3-4 km in der Stunde).

*b) Bein als physikalisches Pendel*

Dass wir mit unserer Abschätzung der Schrittdauer mit 1 s etwas zu hoch lagen, lässt sich leicht mit einer Unzulänglichkeit unseres Modells erklären. Mit dem Modell eines mathematischen Pendels haben angenommen, dass die gesamte Masse des Beins im Fuß konzentriert ist – was ja in Wirklichkeit durchaus nicht der Fall ist. Eher würde man sich die Masse des Beins im Schwerpunkt konzentriert vorstellen.

Abhilfe schafft eine Verfeinerung des Modells vom mathematischen zum physikalischen Pendel, bei dem statt eines schwingenden Massenpunkts eine ausgedehnte schwingende Massenverteilung betrachtet wird. Dieses komplexere Modell – das immer noch nicht berücksichtigt, dass das Bein am Knie beweglich ist – kann auf verschiedenen Anspruchsebenen behandelt werden.

Am einfachsten ist es, das Geldstück am Fuß der gebastelten Papp-Beine durch einen angeklebten Holzstab gleicher Masse zu ersetzen, um eine gleichmäßige Massenverteilung zu erreichen. Das Bein wird nun schneller schwingen.

In welcher Höhe muss man das Geldstück beim „mathematischen Bein-Pendel“ angebracht werden, damit dieses die gleiche Schwingungsdauer wie das „Holzbein“ hat? Durch Ausprobieren stellt man fest, dass die beiden Pendel gleich schnell schwingen, wenn man das Geldstück bei etwa 2/3 der Beinlänge anbringt (nicht etwa im Schwerpunkt; Abb. 2). Die so ermittelte Länge, die das mathematische Pendel haben muss, damit es gleich schnell wie das betrachtete physikalische Pendel schwingt, heißt *reduzierte Pendellänge* $l^*$. Wenn wir dieses Ergebnis auf unsere Überlegungen zur Schrittdauer anwenden wollen, müssen wir in Gleichung (1) l durch $l^*$ = 2/3 $l$ ersetzen und erhalten so eine Schrittdauer von 0,8 s, in besserer Übereinstimmung mit der Beobachtung.

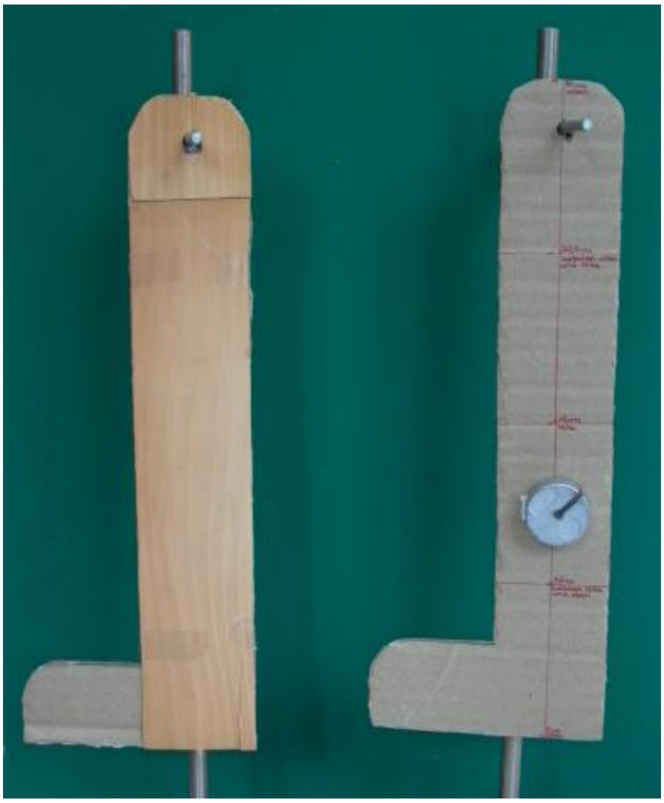

Abb. 2: Physikalisches und gleich schnell schwingendes mathematisches Pendel

Um das physikalische Pendel analytisch zu verstehen, muss man sich mit der Physik des starren Körpers, also mit Dreh- und Trägheitsmomenten befassen. Ohne allzu ausführlich darauf eingehen zu wollen, sollen hier doch die zum Verständnis der oben erhaltenen Ergebnisse nötigen Formeln kurz wiedergegeben werden. Die Schwingungsdauer eines physikalischen Pendels ist

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{J}{mgs}}, \qquad (3)$$

wobei $J$ das Trägheitsmoment des Pendels um die betrachtete Drehachse und $s$ der Abstand Drehachse-Schwerpunkt ist. Die Schwingungsdauer ist also nicht mehr für alle Pendel einer bestimmten Länge gleich, sondern hängt über das Trägheitsmoment von der Form ab. Für einen dünnen Zylinder der Länge $a$, der sich um ein Ende dreht, ist das Trägheitsmoment durch

$$J = \frac{1}{3}ma^2 \qquad (4)$$

gegeben. Setzen wir (4) in (3) ein und versuchen, die sich ergebende Gleichung in einer Form wie (1) zu schreiben, ergibt sich statt $l$ die reduzierte Pendellänge $l^* = 2/3\ a$.

*c) Ökonomie des Gehens*

Für die Mühen des mathematischen Modellierens wird man dadurch entschädigt, dass man mit dem Modell einige Erfahrungen aus dem Alltag physikalisch erklären und verstehen kann. Beispielsweise ist uns wohl vertraut, dass uns Gehen weniger anstrengt als Laufen. Man kann stundenlang ohne große Anstrengung gehen. Dagegen führt selbst langsames Laufen nach einiger Zeit zur Erschöpfung. In der Sprache der Physik heißt das: Laufen ist energieaufwändiger als Gehen.

Diesen Sachverhalt können wir mit unserem Pendelmodell des Gehens verstehen. Ein Pendel schwingt mit seiner natürlichen Schwingungsfrequenz immer hin und her, ohne dass es für jeden Durchgang eines neuen Anstoßes bedarf. Übertragen auf die Modellvorstellung des Gehens als Pendelbewegung des Beins bedeutet das: Beim normalen Gehen müssen wir nicht bei jedem Schritt das Bein mühsam abbremsen und wieder beschleunigen. Dies geschieht gleichsam „von selbst“ durch die natürliche Pendelbewegung. Die kinetische Energie des Beins geht nicht bei jedem Schritt verloren sondern wird als potentielle Energie gespeichert und kann für das Zurückschwingen des Beins wieder verwendet werden. Dieser Mechanismus macht das Gehen im Vergleich so energieeffizient im Vergleich zum Laufen, das man sich modellhaft als eine Folge von Sprüngen vorstellen kann. Einen ganz ähnlichen pendelartigen Austausch zwischen kinetischer und potentieller Energie gibt es für die Schwerpunktsbewegung des ganzen Körpers, der wie ein „invertiertes Pendel“ beim Gehen über das Standbein abrollt (s. z. B. [5]).

Mit unserem Modell kann man auch verstehen, warum eiliges Gehen mit hoher Schrittfrequenz anstrengend ist: Die Beine schwingen nun schneller als mit ihrer natürlichen Pendelfrequenz, so dass sie bei jedem Schritt zuerst beschleunigt und dann abgebremst werden müssen. Aber auch das erstaunliche Phänomen des schnellen Ermüdens bei langsamem Gehen (beim Einkaufsbummel) findet seine Erklärung darin, dass die Beine dabei nicht mit ihrer natürlichen Frequenz schwingen können.

Es muss nicht eigens betont werden, dass der Vorgang des Gehens viel komplexer als die hier betrachteten Modelle ist. Genau dies macht ja den Charakter eines Modells aus. Die Physik des Gehens ist ein aktuelles Forschungsgebiet, in dem Vieles noch umstritten oder ungeklärt ist. Grundeinsichten können wir aber schon mit unseren einfachen Modellen gewinnen.

## 3. Gehgeschwindigkeit, Beinlänge und Schwerkraft

*a) Beinlänge und Gehgeschwindigkeit*

Unsere bisherigen Überlegungen waren speziell auf das Gehen des Menschen gerichtet. Wir können sie aber ohne weiteres auf andere Tierarten ausdehnen (auch auf Vierbeiner, denn die Zahl der Beine spielt für unsere Überlegungen keine Rolle, ebenso wie die Zahl der Räder an einem Auto nichts mit seiner Geschwindigkeit zu tun hat). Dazu nehmen wir etwas allgemeiner als oben an, dass die Schrittlänge eines Lebewesens von der Größenordnung der Beinlänge ist:

$$\text{Schrittlänge} = \gamma \cdot l, \tag{5}$$

wobei $\gamma$ eine Konstante der Größenordnung 1 ist ($\gamma = 1$ bedeutet Schrittlänge = Beinlänge). Ganz analog wie oben (einsetzen in (2)) erhalten wir die beiden kennzeichnenden Parameter des Gehens:

$$\text{Schrittdauer:} \quad T/2 = \pi \sqrt{\frac{l}{g}}, \tag{6}$$

$$\text{Gehgeschwindigkeit:} \quad v = \frac{\gamma}{\pi} \sqrt{g \cdot l}. \tag{7}$$

Lebewesen mit langen Beinen gehen also schneller und brauchen länger für einen einzelnen Schritt. Das entspricht der Alltagserfahrung: Stellen wir uns im Vergleich zum Menschen auf der einen Seite einen gehenden Hund und auf der anderen Seite ein gehendes Kamel vor.

Auch beim Menschen hat jeder schon einmal beobachtet, dass ein Kind langsamer geht als ein Erwachsener, mit seinen kürzeren Beinen aber eine höhere Schrittfrequenz hat (d. h. eine kürzere Schrittdauer).

Interessant ist, dass in den Gleichungen oben Schrittdauer und Gehgeschwindigkeit nicht proportional mit der Beinlänge wachsen, sondern nur mit ihrer Quadratwurzel skalieren. Doppelt so lange Beine bedeuten also nur 1,4fache Geschwindigkeit.

Gleichung (7) kann man auch in der folgenden Form schreiben:

$$\frac{v^2}{g \cdot l} \equiv \mathrm{Fr} = \mathrm{const.} \tag{8}$$

Die so definierte dimensionslose Kennzahl Fr heißt *Froudé-Zahl*. Sie spielt oft eine Rolle, wenn es um ein Wechselspiel zwischen kinetischer Energie und gravitativer potentieller Energie geht. Das Ergebnis unserer Modellierung des Gehens kann man also auch so ausdrücken, dass unabhängig von der Größe des betrachteten Lebewesens die Froudé-Zahl beim Gehen eine Konstante ist.
In Abb. 3 ist das Ergebnis eines Experiments gezeigt, in dem diese Vorhersage quantitativ überprüft wurde [6]. In der Untersuchung wurden die natürliche Gehgeschwindigkeit und die Beinlänge von 204 Kindern im Alter zwischen 1 und 14 Jahren gemessen. Die Quadratwurzel der Froudé-Zahl ist in Abb. 3 für verschiedene Beinlängen aufgetragen, und man erkennt, dass für Beinlängen ab 50 cm (d. h. für Kinder ab 5 Jahren) $\sqrt{\mathrm{Fr}}$ relativ konstant bei einem Wert von 0,4 liegt. Dies ist in Übereinstimmung mit der Vorhersage unseres Modells; und auch der Zahlenwert ist konsistent mit der Vorhersage $\sqrt{\mathrm{Fr}} = \gamma / \pi \approx 1/\pi$.

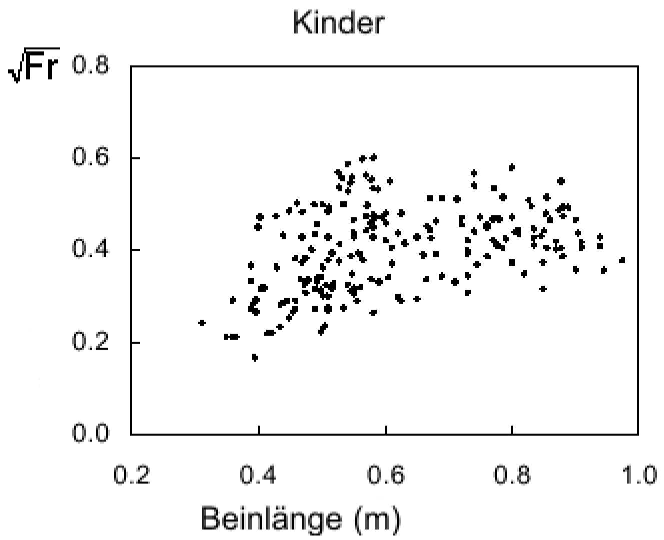


Abb. 3: Beim Gehen von Kindern mit verschiedenen Beinlängen ist die Froudé-Zahl näherungsweise konstant.

*b) Gehen bei reduzierter Schwerkraft*
Gehgeschwindigkeit und Schrittdauer hängen nach Gl. (6) und (7) nicht nur von der Beinlänge, sondern auch vom Ortsfaktor *g* ab. Auf dem Mond, wo der Ortsfaktor nur 1/6 seines Wertes auf der Erde hat, sollte ein Schritt demnach 2,4 Mal so lange dauern wie auf der Erde und die Gehgeschwindigkeit um einen Faktor 2,4 reduziert sein.

Wer die Bilder der auf dem Mond sich fortbewegenden Astronauten gesehen hat, kann bestätigen, dass das Gehen deutlich anders als auf der Erde ausfiel. Die Astronauten berichteten, dass normales Gehen nur langsam und über kurze Strecken möglich war. Um sich schneller fortzubewegen, mussten die Astronauten in eine andere Fortbewegungsart verfallen. Die meisten bevorzugten eine Art Hüpfgang [7]. Das subjektive Gefühl bei der Fortbewegung beschreibt das folgende Zitat des Astronauten E. Aldrin [7]: „Es ist sehr schwer, normal zu gehen. Man verfällt sofort in dieses Hüpfen, wenn man versucht, schneller zu werden.“

## 4. Verschiedene Gangarten

Dass wir vom Gehen ins Laufen überwechseln, wenn wir schneller vorankommen wollen, ist eine scheinbar ganz banale Alltagserkenntnis. Beim Gehen bleibt immer ein Fuß auf dem Boden, während man das Laufen als eine Folge von Sprüngen betrachten kann, bei dem beide Füße den Boden verlassen. Der Übergang zwischen Gehen und Laufen erfolgt bei einer ganz bestimmten Geschwindigkeit (beim erwachsenen Menschen etwa 2 m/s). Obwohl es möglich ist, schneller zu gehen, wird ab dieser Geschwindigkeit das Laufen als angenehmer empfunden.

Trotz der Allgegenwärtigkeit dieser Erfahrung ist die Frage, warum dieser Gangartwechsel eigentlich geschieht und was die Geschwindigkeit bestimmt, bei der er erfolgt, noch ein recht umstrittener Forschungsgegenstand.

Für eine wissenschaftliche Popularität dieses Themas sorgte R. M. Alexander im Jahr 1976, als er versuchte, aus der Analyse von Dinosaurier-Fährten zu erschließen, mit welchen Geschwindigkeiten sich die Dinosaurier fortbewegten [8]. Dabei stellte er die einfache Hypothese auf, dass Tiere unterschiedlicher Größe auf dynamisch ähnliche Weise laufen sollten, wenn ihre Froudé-Zahlen übereinstimmten. Insbesondere sollten Gangartwechsel für verschiedene Tierarten bei der gleichen Froudé-Zahl erfolgen (bei Vierbeinern gibt es zwei Gangartwechsel, die jeweils bei einer charakteristischen Froudé-Zahl erfolgen sollten: Schritt-Trab bei Fr ≈ 0,5 und Trab-Galopp bei Fr ≈ 2-4).

Es gibt ein dynamisches Argument, warum Gehen nicht bis zu beliebig hohen Geschwindigkeiten möglich ist. In einem einfachen Modell stellen wir uns einen einzelnen Schritt so vor, dass der Körper (gedacht als eine auf dem Bein aufsitzende Punktmasse *m*) über ein gestrecktes Bein der Länge *l* abrollt. Dann muss für diese Bewegung die Zentripetalkraft $mv^2/l$ aufgebracht werden. Wenn der Fuß den Kontakt zum Boden nicht verlieren soll, kann die Zentripetalkraft nicht größer als die Gewichtskraft des Körpers *m g* sein. Dies führt auf die Bedingung:

$$\frac{v^2}{g \cdot l} = \mathrm{Fr} < 1, \tag{9}$$

und damit auf ganz einfache Weise auf eine Bedingung an die Froudé-Zahl. In Experimenten wechseln Versuchspersonen bei Fr ≈ 0,5 vom Gehen zum Laufen. Warum der spontane Wechsel gerade bei diesem Wert erfolgt, darüber gibt es verschiedene Vermutungen, aber noch keine akzeptierte Erklärung (einen Überblick über den Forschungsstand gibt [9]; eine ausgearbeitete Unterrichtssequenz zu diesem Thema findet man in [10])

Generell kann man sich fragen, ob man sich in der Schule mit Themen wie dem letztdiskutierten beschäftigen sollte, deren wissenschaftliche Diskussion noch nicht abgeschlossen ist. Es hat Vor- und Nachteile: Einerseits ist der Sachverhalt meist komplex und nicht klar zu beurteilen, was den Umgang mit dem Thema erschwert. Andererseits kann es gerade den Reiz eines Themas ausmachen, im Internet darüber zu recherchieren, kontroverse Positionen nebeneinander zu stellen und zu diskutieren. Wie man sich auch entscheidet: Ein wenig interessanter wird das Thema „Gehen und Laufen“ den Physikunterricht hoffentlich in jedem Fall machen.

[1] P. Häußler et al.: *Perspektiven für die Unterrichtspraxis*, Kiel, IPN (1998).

[2] G. Colicchia, H. Wiesner: *Schweredruck des Blutes im menschlichen Körper*, Physik in der Schule 37 (1), S. 14-19 (1999); dies.: *Zur Statik des menschlichen Körpers im Physikunterricht*, Physik in der Schule 38 (1), S. 11-17 (2000); G. Colicchia, A. Künzel, H. Wiesner (2001): Einfache Augenmodelle zur Demonstration der Abbildung im Auge, PdN–Ph 8/50, S. 45-47

[3] L. Mathelitsch: *Sport und Physik*, Hölder-Pichler-Tempsky, Wien (19**??**)

[4] E. Schwaiger, *Größenordnungen in der Natur*, Aulis, Köln (1994).

[5] G. A. Cavagna, P. A. Willems and N. C. Heglund, *The role of gravity in human walking: pendular energy exchange, external work and optimal speed*, Journal of Physiology **528**,. 657-668 (2000)

[6] C. L. Vaughan, *Exploring stable bipedal gait for infants and robots by means of the Froudé number*, GCMAS Seventh Annual Meeting 2002, http://www.utc.edu/gait2002///keynotes.htm

[7] http://www.hq.nasa.gov/alsj/a11/a11.gaits.html; Videoausschnitte von „hüpfenden“ Astronauten findet man ebenfalls dort: http://www.hq.nasa.gov/alsj/frame.html

[8] R. M. Alexander, *Wie Dinosaurier sich fortbewegten*, Spektrum der Wissenschaft, Juni 1991, S. 82-89.

[9] R. Kram, A. Domingo, D. P. Ferris, *Effect of Reduced Gravity on the Preferred Walk–Run Transition Speed*, Journal of Experimental Biology **200**, 821–826 (1997)

[10] E. Reichel, *Warum müssen wir laufen, wenn wir uns schneller fortbewegen wollen?* http://imst.uni-klu.ac.at/s4/2001/reichel.pdf