

# Eiffelturm, Schwimmbad und Sonne – Fermiprobleme in der Wärmelehre

**Rainer Müller, Universität München**

*Lehrstuhl für Didaktik der Physik,  
Schellingstr. 4, 80799 München*

Einer der Gründe für den Einsatz von Fermiproblemen im Unterricht ist, dass sie für das Üben und Anwenden physikalischer Inhalte in einem Themengebiet interessante Kontexte bereitstellen. Der vorliegende Artikel stellt Fermi-Probleme aus der Wärmelehre vor. Drei ganz unterschiedliche physikalische Bereiche werden behandelt: Zuerst die thermische Ausdehnung, wobei betrachtet wird, wie weit die Spitze des Eiffelturms bei Sonneneinstrahlung „ausschlägt“, dann die Wärmeleitung bei der Frage nach der angenehmen Wassertemperatur im Schwimmbad und schließlich die Strahlung des Schwarzen Körpers im Kontext der Sonnenphysik.

## 1. Thermische Ausdehnung beim Eiffelturm

(a) „Pendelbewegung“ des Turms

Im Jahr 1899 erschien in der Zeitschrift „Stein der Weisen“ die folgende Meldung:

„Nach einem Rapport des Obersten Bassot an die Akademie der Wissenschaften ist der Eiffelthurm je nach den Tageszeiten verschiedenen Inclinationen unterworfen. Oberst Bassot glaubt, dass die Veranlassung dieser pendelnden Bewegung der Thurmspitze in der durch Temperaturänderungen veranlassten Contraction und Expansion der ungeheuren Eisenmassen liegt. Der von Sonnenaufgang bis -untergang zurückgelegte Weg der Thurmspitze hat die ansehnliche Länge von 20 Centimeter, dennoch wird hierdurch weder die Stabilität noch die Sicherheit der Eisenconstruction in der geringsten Weise beeinflusst.“ [1]

Kann der Oberst mit seiner Vermutung für die Ursache der Turmspitzenbewegung recht haben oder nicht? Diese Frage soll im folgenden als Fermiproblem aufgefasst und geklärt werden. Überlegen wir zunächst, auf welche Weise eine seitliche Auslenkung des Eiffelturms überhaupt zustande kommen kann. Natürlich ist der zentrale Effekt dabei die Längenänderung des Eisens bei Erwärmung. Eisen hat einen Längenausdehnungskoeffizienten von  $12,1 \cdot 10^{-6} / \text{K}$ , d. h. bei einer Erwärmung um 1 K verlängert sich ein Eisenstab von 1 m Länge um 12,1  $\mu\text{m}$ .

Grund für die tägliche Pendelbewegung der Spitze ist aber nicht eine gleichmäßige Erwärmung und Abkühlung des ganzen Turms, z. B. auf Grund einer sich ändernden Außentemperatur. Diese würde alle Teile des Turms gleichmäßig betreffen und so zu einer rein vertikalen Auf- oder Abwärtsverschiebung der Turmspitze führen. Es gäbe keine ausgezeichnete Richtung, in die sich die Turmspitze neigen könnte.

Oberst Bassot meinte etwas anderes. Die Sonne geht im Osten auf und scheint auf die Ostseite des Eiffelturms. Diese erwärmt sich und dehnt sich entsprechend aus. Die Westseite dagegen liegt im Schatten, bleibt kühl und dehnt sich nicht aus. Die Ostseite des Turms ist nun also länger als die Westseite – der Turm neigt sich nach Westen. Im Tagesverlauf wandert die Sonne und der Turm wird aus unterschiedlichen Richtungen beschienen, bis die Sonne abends schließlich im Westen steht. Nun ist die Westseite des Turms wärmer als die Ostseite, so dass

sich der Turm nach Osten neigt. Dies ist die „Pendelbewegung“, die der Oberst in seinem Rapport erklären wollte.

*(b) Ein Modell des Turms*

Das physikalische Problem der differentiellen Erwärmung und Ausdehnung der einzelnen Teile des Turms erscheint zunächst zu komplex, um auf einfache Weise einer Behandlung zugänglich zu sein. Allein die Frage, wie warm die von der Sonne beschienenen Teile des Turms werden, ist eine physikalisch recht komplizierte Angelegenheit. Wie man diese Schwierigkeiten durch den Ansatz als Fermi-Problem umgehen kann, soll im folgenden gezeigt werden.

Zunächst entwerfen wir uns ein geeignet einfaches Modell des Eiffelturms. Die elegante Form des Eiffelturms ist allgemein bekannt (Abb. 1). Er ist 300,5 m hoch (mit Antenne 320 m) und hat eine Basislänge von 129 m auf jeder Seite. Die erste Plattform befindet sich in einer Höhe von 58 m, die zweite bei 116 m und die dritte bei 276 m. Um den Turm aufs Wesentlichste zu reduzieren, modellieren wir ihn als ein Dreieck mit einer Grundseitenlänge von 129 m und einer Höhe von 300 m (Abb. 2). Mit den angegebenen Maßen beträgt der Winkel  $\alpha_0 = 78^\circ$ , so dass  $b_0 = h / \sin \alpha_0 = 307$  m ist.

Um die Pendelbewegung zu modellieren, nehmen wir an, dass die Seite b (z. B. die Ostseite des Turms) erwärmt wird und sich von  $b_0$  auf  $b_1$  verlängert, während die Länge der Seite a konstant bleibt. Die Position der Spitze verschiebt sich dabei um den Betrag  $d_1 - d_0$  (Abb. 3). Die Länge dieser Strecke müssen wir berechnen.

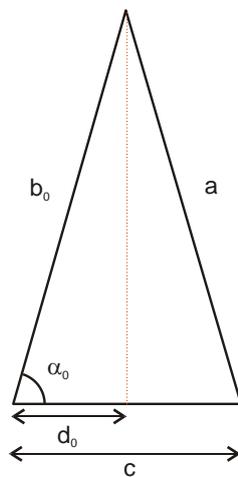


Abb. 2: Modell des Eiffelturms

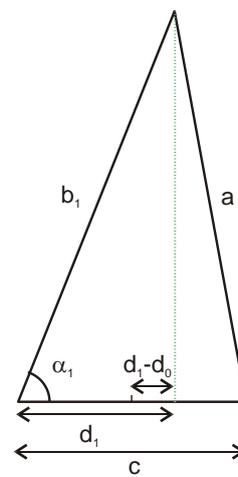


Abb. 3: „Verschobener“ Turm mit unterschiedlichen Schenkellängen

Aus Abb. 3 können wir für  $d_1$ , also für die Position der Spitze über der Grundlinie, ablesen:

$$d_1 = b_1 \cos \alpha_1.$$

Mit dem Cosinussatz

$$\cos \alpha_1 = \frac{b_1^2 + c^2 - a^2}{2b_1c}$$

können wir schreiben:

$$d_1 = \frac{1}{2c} b_1^2 + c^2 - a^2 .$$

Nun berücksichtigen wir, dass ursprünglich die Turmspitze genau über der Mitte der Grundlinie steht, dass also  $d_0 = c/2$  gilt und schreiben:

$$d_1 - d_0 = \frac{1}{2c} b_1^2 - a^2 .$$

Weiterhin sind ursprünglich beide Schenkel gleich lang, es gilt also  $a = b_0$  und damit:

$$\begin{aligned} d_1 - d_0 &= \frac{1}{2c} b_1^2 - b_0^2 \\ &\approx \frac{b_0}{c} \cdot \Delta b. \end{aligned} \tag{1}$$

In der letzten Zeile haben wir  $\Delta b = b_1 - b_0$  geschrieben und nur Terme bis zur ersten Ordnung in  $\Delta b$  berücksichtigt. Die Formel (1) ist unser erstes Zwischenergebnis. Mit ihr können wir die horizontale Verschiebung der Turmspitze  $d_1 - d_0$  berechnen, sofern bekannt ist, wie groß die Längendifferenz  $\Delta b$  zwischen den beiden Turmschenkeln ist. Diese Frage soll als nächstes geklärt werden.

### (c) Thermische Ausdehnung sonnenbeschienener Träger

Wie bereits erwähnt ist die Frage, welche Temperatur ein Eisenträger annimmt, der auf einer Seite von der Sonne beschienen wird, physikalisch recht komplex. Um sie angemessen zu beantworten, müsste man die Wärmezufuhr durch die Sonneneinstrahlung sowie die Wärmeabgabe durch Konvektion und Wärmestrahlung bestimmen und dann diejenige Temperatur bestimmen, bei der Wärmezufuhr und -abgabe sich gerade die Waage halten. Noch dazu müsste man berücksichtigen, dass die Temperaturverteilung ungleichförmig sein wird: Die Rückseite des Trägers liegt im Schatten und hat etwa Umgebungstemperatur, während die von der Sonne beschienene Vorderseite wesentlich heißer sein wird.

Statt diesen komplizierten Weg zu beschreiten, wählen wir einen einfacheren und greifen auf eine Alltagsbeobachtung zurück. Jeder weiß, dass ein von der Sonne beschienenes Quecksilberthermometer eine höhere als die Umgebungstemperatur anzeigt. Die angezeigte Temperatur liegt bei direkter Sonnenbestrahlung etwa bei  $45\text{ °C}$ . Der Quecksilberfaden im Innern des Thermometers weist also diese Temperatur auf. Wir schätzen nun die Temperatur auf der von der Sonne beschienenen Seite des Trägers durch diese  $45\text{ °C}$  ab. Weiterhin nehmen wir für die Schattenseite des Trägers die Umgebungstemperatur von  $20\text{ °C}$  an. Für den gesamten Träger setzen wir dementsprechend eine mittlere Temperatur von  $32,5\text{ °C}$  an.

Damit ergibt sich das folgende Bild: Ein Träger auf der Ostseite des Turms hat eine Temperatur von  $32,5\text{ °C}$ , während ein Träger auf der Westseite  $20\text{ °C}$  aufweist. Die Temperaturdifferenz ist also  $\Delta T = 12,5\text{ °C}$ . Die Längendifferenz beider Seiten ergibt sich aus dem Gesetz für die thermische Ausdehnung mit den oben angegebenen Werten für den thermischen Ausdehnungskoeffizienten  $\tau$  und die Länge  $b_0$ :  $\Delta b = b_0 \cdot \tau \cdot \Delta T = 307\text{ m} \cdot 12 \cdot 10^{-6} /\text{K} \cdot 12,5\text{ K} = 4,6\text{ cm}$ .

Dieses Ergebnis können wir nun in die Formel (1) einsetzen und erhalten für die seitliche Auslenkung

$$d_1 - d_0 = 4,6\text{ cm} \cdot \frac{307\text{ m}}{129\text{ m}} = 10,1\text{ cm}.$$

Im Lauf des Tages wandert die Sonne von Ost nach West, so dass sich der Turm um diesen Betrag in verschiedene Richtungen neigt. Der „von Sonnenaufgang bis -untergang zurückgelegte Weg der Turmspitze“ hat nach unserer Berechnung tatsächlich den von Oberst Bassot angegebenen Wert von 20 Zentimetern – eine bemerkenswerte Übereinstimmung.

Zum Vergleich gehen wir nun noch der Frage nach, wie weit sich die Turmspitze in vertikaler Richtung allein dadurch hebt und senkt, dass die Umgebungstemperatur sich ändert und sich der Turm gleichmäßig erwärmt und abkühlt. Wir nehmen eine Temperaturdifferenz von 12,5 °C an (z. B. zwischen Tages- und Nachttemperatur). Im Vergleich zu vorher ändert sich nun die Länge beider Turmseiten  $a$  und  $b$ . Die Längenänderung  $\Delta b$  bei einer Temperaturänderung von 12,5 °C wurde oben bereits zu 4,6 cm berechnet. Dem entspricht eine Höhenänderung des Turms  $\Delta h = \Delta b \sin \alpha = 4,5$  cm. Es ist bemerkenswert dass dieser Effekt viel kleiner ist als der vorher berechnete Seitenauslenkungseffekt.

## 2. Die angenehme Wassertemperatur im Schwimmbad – physikalisch betrachtet

Das zweite Problem, dem wir nachgehen wollen, beruht auf einer Alltagsbeobachtung: Das Wasser im Schwimmbad ist kälter als das Wasser in der Badewanne (Abb. 5). Warum ist das so? Warum empfindet man eine bestimmte Wassertemperatur im Schwimmbad als angenehm? Meistens werden Hallenbäder auf Temperaturen zwischen 23°C und 28°C geheizt. Muss man diese angenehme Wassertemperatur einfach als Faktum hinnehmen, oder kann man sie begründen? Im folgenden soll gezeigt werden, wie man mit einem einfachen Modell und Grundkenntnissen aus Physiologie und Wärmelehre herausfinden kann, welche Temperatur das Wasser im Schwimmbad besitzen sollte und warum das Badewannen-Wasser wärmer sein sollte.

(a) Wann wird eine Wassertemperatur als angenehm empfunden?

Was passiert beim Schwimmen, wenn der Körper sich anstrengt und die Muskeln „arbeiten“? Bei der Muskelkontraktion wird im Körper gespeicherte *chemische Energie* umgesetzt (Abb. 6). Mit dieser chemischen Energie wird einerseits *Arbeit* geleistet und der Körper durchs Wasser bewegt. Das ist der Zweck der Anstrengung. Andererseits werden aber auch die Muskeln „warm“, d. h. mit einem Teil der chemischen Energie wird die *innere Energie* des Körpers erhöht.

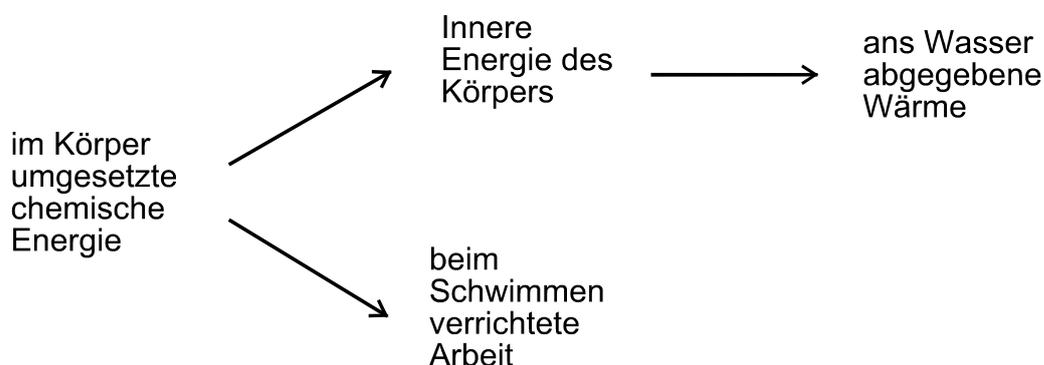


Abb. 6: Energieflüsse beim Schwimmen

Wir können nun überlegen, wann die Wassertemperatur als angenehm empfunden wird. Das wird dann der Fall sein, wenn der Körper die „zusätzlich gelieferte“ *innere Energie* vollstän-

dig als Wärme an das Wasser wieder abgeben kann. Gibt er mehr Wärme ab, kühlt er aus; gibt er weniger ab, erwärmt er sich. Beides wird als unangenehm empfunden.

Man kann nun schon qualitativ verstehen, warum das Wasser beim Schwimmen kälter sein sollte als beim Baden: Beim Schwimmen bewegt man sich. Mehr chemische Energie wird umgesetzt, also muss mehr Wärme ans Wasser abgegeben werden. Das passiert dann, wenn das Wasser kälter ist.

(b) Wie wird die Wärme abgeführt?

Man kann auch quantitativ abschätzen, welche Temperatur das Wasser beim Schwimmen haben sollte. Dazu gehen wir von der Erfahrung aus, dass Schwimmen eine eher ineffiziente Fortbewegungsart ist und nehmen an, dass wir die geleistete Arbeit vernachlässigen können. In unserem Modell wird die im Körper umgesetzte chemische Energie also vollständig in innere Energie umgewandelt.

Den Betrag der umgesetzten chemischen Energie kann man aus einer Kalorienverbrauchstabelle entnehmen. Man findet, dass beim Schwimmen etwa  $500 \text{ kcal/h} = 2100 \text{ kJ/h}$  „verbraucht“ werden.

Um vom Ort der Erzeugung, den Muskeln, ins Wasser zu gelangen, muss die Wärme das dazwischenliegende Gewebe durchqueren (Abb. 7). Wie groß die Wärmemenge  $Q$  ist, die pro Zeit an das Wasser abgegeben wird, sagt uns die Wärmeleitungsgleichung:

$$Q/t = k \cdot A \cdot \Delta T.$$

Dabei ist  $\Delta T$  die Temperaturdifferenz zwischen Körper und Wasser,  $A$  die Körperoberfläche. Der sogenannte  $k$ -Wert ist durch

$$k = \lambda / d$$

gegeben, wobei  $\lambda$  die Wärmeleitfähigkeit des zu durchdringenden Gewebes ist und  $d$  seine Dicke.

(c) Ein einfaches Modell des Menschen

Um die gesuchte Wärmemenge zu ermitteln, benötigen wir folgende Angaben über den Körper des Menschen: Seine Körperoberfläche  $A$ , seine Wärmeleitfähigkeit  $\lambda$  und die Dicke  $d$  des Gewebes, das die Wärme durchdringen muss. Die Körperoberfläche schätzen wir ab, indem wir den Körper wie in Abb. 8 als aus einem dicken Zylinder für den Rumpf und vier dünnen Zylindern für die Gliedmaßen zusammengesetzt denken. Mit den in Abb. 8 eingezeichneten Maßen erhält man für die Körperoberfläche  $A \approx 2,5 \text{ m}^2$  (tatsächlicher Wert:  $1,5 - 1,8 \text{ m}^2$ ).

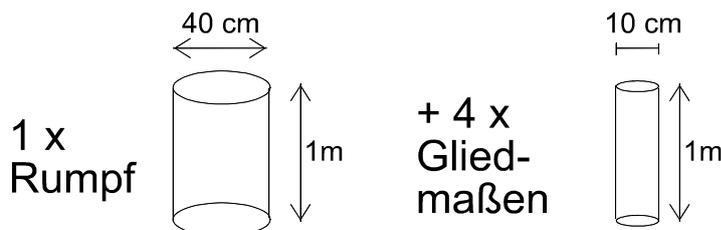


Abb 8:

Einfaches Modell des menschlichen Körpers

Der menschliche Körper besteht hauptsächlich aus Wasser. Deshalb schätzen wir seine Wärmeleitfähigkeit durch die von Wasser ab und setzen  $\lambda = 0,6 \text{ W/(m}\cdot\text{K)}$ .

Die Muskeln, die beim Schwimmen beansprucht werden, sitzen relativ nah an der Körperoberfläche. Die Wärme muss daher nur eine geringe Strecke bis zur Körperoberfläche zurücklegen. Wir wählen 2 cm als typische Größenordnung. Für den  $k$ -Wert des Gewebes ergibt sich damit:

$$k = \frac{\lambda}{d} = \frac{0,6 \text{ W}/(\text{mK})}{0,02 \text{ m}} = 30 \frac{\text{W}}{\text{m}^2\text{K}}.$$

Zum Vergleich: Eine 2 cm dicke Holzwand hat einen  $k$ -Wert von  $3,8 \text{ W}/(\text{m}^2\text{K})$ , sie leitet die Wärme also wesentlich schlechter.

*(d) Welche Temperatur muss das Wasser im Schwimmbad haben?*

Wir können die eingangs gestellte Frage nach der angenehmen Wassertemperatur nun beantworten. In einer Stunde wird die folgende Wärmemenge vom Körper ans Wasser übertragen:

$$\begin{aligned} Q &= k \cdot A \cdot t \cdot \Delta T \\ &= 30 \frac{\text{W}}{\text{m}^2\text{K}} \cdot 2,5 \text{ m}^2 \cdot 3600 \text{ s} \cdot \Delta T \\ &= 270 \text{ kJ} \cdot \frac{\Delta T}{\text{K}}. \end{aligned} \quad (2)$$

Für jedes Grad Temperaturdifferenz zwischen Körper und Wasser werden pro Stunde 270 kJ ans Wasser abgegeben. Nach der oben begründeten Bedingung sollte die Temperaturdifferenz  $\Delta T$  so groß sein, dass  $Q$  gleich der beim Schwimmen pro Stunde umgesetzten chemischen Energie ist, also den oben angegebenen 2100 kJ. Das ist für

$$\Delta T = 8 \text{ K}$$

der Fall. Die Wassertemperatur muss um 8 K niedriger liegen als die Körpertemperatur. Unser Ergebnis für die optimale Wassertemperatur in Schwimmbädern ist also

$$T = 29^\circ \text{ C}.$$

Dieser Wert liegt an der Obergrenze des in Schwimmbädern gefundenen Temperaturbereichs. Die Abschätzung lässt sich noch verbessern, wenn man berücksichtigt, dass Muskelgewebe und vor allem Fett die Wärme schlechter leiten als Wasser. Fett besitzt nur etwa ein Drittel der Wärmeleitfähigkeit von Wasser. Nehmen wir zusätzlich noch eine 0,5 cm dicke Fettschicht an, die durchquert werden muss, ergibt sich eine angenehme Wassertemperatur von  $23^\circ \text{ C}$ .

*(e) Welche Temperatur muss das Wasser in der Badewanne haben?*

Ohne großen Aufwand kann man nun auch die Frage nach der als angenehm empfundenen Temperatur des Wassers in der Badewanne stellen. Der Unterschied zum Schwimmbad ist, dass der Körper sich nicht bewegt. An chemischer Energie wird also nur der Grundumsatz des Körpers umgesetzt. Das sind etwa 6500 kJ/Tag, also 270 kJ/h. Mehr Energie darf nicht als Wärme abgegeben werden, sonst kühlt der Körper aus.

Durch Vergleich mit der Gleichung (2) findet man, dass dazu die Wassertemperatur nur 1 K unter der Körpertemperatur liegen darf. Badewasser muss also eine Temperatur von etwa  $36^\circ \text{ C}$  besitzen, was ebenfalls der Erfahrung entspricht. Mit einem einfachen Modell und wenigen, plausiblen Voraussetzungen können wir auf diese Weise quantitativ erklären, warum das Wasser in der Badewanne viel wärmer sein muss als das Wasser im Schwimmbad.

### 3. Kernreaktionen auf der Sonne

Zum Abschluss wollen wir auf eine ganz andere Thematik aus der Wärmelehre eingehen. Eine Frage, die die Menschen von der Antike bis zu ihrer Aufklärung im 20. Jahrhundert beschäftigt hat: Warum leuchtet die Sonne? Was geht dort vor, um diese ungeheuren Energiemengen freizusetzen, von denen nur ein Bruchteil zur Erde gelangt und dort alles Leben erst ermöglicht?

Natürlich dachte man sich in früher Zeit, dass es gewöhnliches Feuer ist, was auf der Sonne brennt. Der früheste Beleg stammt von Anaximander, der schon eine recht ausgefeilte Vorstellung hat: Die Sonne „sei ein Kreis, 28mal so groß wie die Erde, dem Rad eines Karrens ähnlich, mit hohlem Felgenkranz, voll Feuer. An einer Stelle lasse sie durch eine Mündung das Feuer sichtbar werden, wie durch ein Lötrohr. Dies sei die ‘Sonne’“ (DK 12 A 21 [2]).

Mit zunehmenden Kenntnissen der Größen- und Massenverhältnissen im Sonnensystem kamen in der Neuzeit Zweifel auf, ob chemische Brennstoffe ausreichen, um den Energieumsatz der Sonne über längere Zeit aufrecht zu erhalten. Der britische Astronom John Herschel (1792 – 1871; Sohn von William Herschel) drückte dies so aus: „Das große Rätsel liegt jedoch darin, wie eine so ungeheure Verbrennung (wenn eine solche wirklich auf der Sonne stattfindet) unterhalten werden kann. Jede Entdeckung der Chemie lässt uns hier völlig im Stich oder scheint uns vielmehr die Aussicht auf eine genügende Erklärung ferner zu rücken“ (zitiert nach [3]).

Hermann Helmholtz konnte 1854 eine quantitative Abschätzung für die maximale Leuchtdauer der Sonne geben, die sich ergäbe, wenn auf der Sonne eine Verbrennung mit konventionellen Brennstoffen abliefe. Er kam auf 3021 Jahre, ein Zeitraum der schon durch die überlieferte Menschheitsgeschichte ad absurdum geführt wird.

Ziel des im folgenden betrachteten Fermi-Problems ist es, die Überlegung Helmholtz’ nachzuvollziehen und zu zeigen, dass in der Sonne andere Mechanismen als konventionell chemische am Werk sein müssen.

Wir gehen von folgendem Modell aus: Die Sonne besitzt eine Masse von  $2 \cdot 10^{30}$  kg und einen Radius von  $7 \cdot 10^8$  m. Ihre Strahlung lässt sich gut als die eines Schwarzen Körpers mit einer Oberflächentemperatur von 5800 K beschreiben. Wir nehmen an, dass die von der Sonne abgestrahlte Leistung aus der Reaktionswärme chemischer Reaktionen kommt und betrachten dazu eine der (pro umgesetzter Masse) energiereichsten: die Knallgasreaktion, in der Wasserstoff und Sauerstoff zu Wasser verschmelzen. Ihre Reaktionsgleichung ist



Das bedeutet: Damit eine Reaktionsenergie von 282 kJ freigesetzt wird, müssen 2 g Wasserstoff und 8 g Sauerstoff, also insgesamt 10 g Brennstoff miteinander reagieren. Wenn 1 kg Brennstoff reagiert, werden 28,2 MJ frei.

Wir nehmen nun hypothetisch an, die Sonne bestünde aus Wasserstoff und Sauerstoff im optimalen Mischungsverhältnis. Außer durch Strahlung gehe ihr keine Energie verloren (z. B. durch Materieverlust). Dann können wir berechnen, wie viel Energie durch die Reaktion (3) freigesetzt wird, wenn die gesamte Materie der Sonne an der Reaktion teilnimmt und die Sonne – in unserem Modell – zu einem gigantischen „Wasserball“ wird. Mit der Sonnenmasse von  $2 \cdot 10^{30}$  kg und der oben angegebenen Reaktionsenergie kommen wir auf eine Energiemenge  $W = 5,64 \cdot 10^{37}$  J. Die Frage ist: Wie lange kann die Sonne damit leuchten?

Die Antwort lässt sich leicht mit Hilfe des Stefan-Boltzmann-Gesetzes für die Strahlungsleistung eines Schwarzen Körpers angeben:

$$P = \sigma \cdot A \cdot T^4,$$

wobei  $\sigma = 5,67 \cdot 10^8 \text{ W}/(\text{m}^2 \text{ K})$  die Stefan-Boltzmann-Konstante und  $A$  die strahlende Fläche des Körpers bedeuten. Hiermit lässt sich bei Angabe der Temperatur ohne weitere Annahme der strahlungsbedingte Energieverlust berechnen. Bei einem Radius von  $7 \cdot 10^8 \text{ m}$  hat die Sonne eine Oberfläche von  $6,2 \cdot 10^{18} \text{ m}^2$ . Bei einer Temperatur von  $5800 \text{ K}$  kommen wir auf eine Strahlungsleistung von  $3,95 \cdot 10^{26} \text{ W}$ .

Die maximale Zeitdauer, die die Sonne leuchten könnte, erhalten wir nun durch

$$\begin{aligned} t_{\max} &= W/P = 5,64 \cdot 10^{37} \text{ J} / 3,95 \cdot 10^{26} \text{ W} \\ &= 1,42 \cdot 10^{11} \text{ s} = 4500 \text{ Jahre,} \end{aligned}$$

also ein Ergebnis in der gleichen Größenordnung wie das von Helmholtz angegebene. Mit dieser einfachen Überlegung konnten wir zeigen, dass die gewöhnlich chemische Verbrennung nicht für die von der Sonne gelieferte Energie verantwortlich sein kann. Helmholtz hatte die Idee, dass gravitative Bindungsenergie, die bei einer angenommenen Kontraktion der Sonne freiwürden, für die Energieabstrahlung der Sonne verantwortlich sein könnten. Er kam damit auf eine maximale Leuchtdauer von 40 Millionen Jahren, also auf eine Zeit, die beim damaligen Kenntnisstand noch als möglicherweise vernünftige Zeitskala gelten konnte.

Heute wissen wir natürlich, dass Kernreaktionen die entscheidende Energiequelle der Sonne sind, und dass die Sonne viel länger leuchtet und noch leuchten wird als es sich Helmholtz ausmalte. Aber mit einfachen Mitteln die Gedankengänge nachzuvollziehen, mit der Jahrtausende alte Vorstellungen vom Wesen der Sonne widerlegt werden konnten, kann eine auch für Schülerinnen und Schüler motivierende Erfahrung sein.

[1] Zitiert nach Spektrum der Wissenschaft, Heft 9/1999, S. 103.

[2] J. Mansfeld (Hrsg.), *Die Vorsokratiker I*, Reclam, Stuttgart (1983).

[3] R. Kippenhahn, *Der Stern von dem wir leben*, dtv, München (1990).