

# Die verschwundenen Rätsel der Quantenphysik

R. Müller

## 1 Einleitung

„Die Quantenmechanik ist heutzutage kein Rätsel mehr, sie ist verstanden“ – auf diese Aussage aus meinem Vorwort zum Themenheft „Quanteninformation“ (Heft 1/65) wurde ich mit Verwunderung angesprochen. Gibt es da nicht die heißen und manchmal erbitterten Debatten um die Interpretation der Quantenmechanik, die mindestens seit *Bohr, Einstein, Heisenberg* und *Schrödinger* andauern? Findet man nicht in Buchhandlungen und Bibliotheken – wenn es dort überhaupt Bücher mit physikalischen Inhalten gibt – eine nicht endende Flut von populärwissenschaftlicher Literatur zu den Rätseln der Quantenmechanik?

Ja, das ist so. Und doch möchte ich meine These aufrechterhalten: Die Quantenmechanik ist im Grunde verstanden. Es ist das Ergebnis eines Prozesses, der seit etwa 1990 andauert und der sowohl auf experimentelle als auf theoretische Fortschritte zurückgeht. Einige Stationen davon sollen im Folgenden nachgezeichnet werden.

Bemerkenswert ist: Die Quantenmechanik hat sich dabei nicht verändert. Sie beruht noch auf dem gleichen mathematischen Formalismus wie zu ihrer Entstehungszeit. Es ist nur unsere Sicht auf die Quantenmechanik, die sich verändert hat. Einige traditionelle „Rätsel“ (Welle-Teilchen-Dualismus, Zufall, Messprozess), die auch im Unterricht immer wieder als Themen angesprochen werden, sollen in diesem Artikel aus der heutigen Perspektive dargestellt werden.

## 2 Die „alte Interpretation“

Die Situation in der Interpretation der Quantenmechanik vor dieser „perspektivischen Wende“ lässt sich am besten durch ein Zitat aus dem „Big Red Book“ illustrieren, dem Standardwerk zum quantenmechanischen Messprozess, das 1983 von *Wheeler & Zurek* herausgegeben worden ist. In dieser Reprint-Sammlung heißt es im Vorwort: „A textbook on quantum theory and measurement does not exist, nor is this intended to be one. This is a reference book, containing key papers on quantum theory as it relates to mea-

surement [...] Why there is no textbook on the measurement side of quantum theory is clear to anyone who participates in a seminar on the subject, and even clearer to one who gives a course on it: puzzlement!“ [1]. Zu diesem „Puzzlement“ tragen alle die halbvergessenen Schlagworte aus der „alten“ Quantentheorie-Debatte bei, die man dort versammelt findet: die Bohr-Einstein-Debatte, der „Schnitt“ zwischen klassischer und Quantenwelt, Wigners Freund, verborgene Variablen, klassische Messgeräte und der „Akt der Objektivierung“. Heute sind viele dieser Schlagworte aus der Diskussion verschwunden – nicht, weil die zugehörigen Probleme gelöst worden wären, sondern weil wir gelernt haben, unsere Fragen anders zu stellen.

## 3 Die Bausteine der modernen Sichtweise

Die moderne Sichtweise der Quantenmechanik hat sich infolge verschiedener Einflussfaktoren herausgebildet:

### (1) Begrifflich saubere Formulierungen.

Sprache spielt in der Interpretation der Quantenmechanik eine große Rolle. Nicht nur Schülerinnen und Schüler müssen sich mit der Sprache der Quantenmechanik auseinandersetzen, auch in der Fachphysik hat sich ein angemessener Sprachgebrauch erst allmählich herausgebildet.

Schon in der Alltagssprache ist nicht alles, was man sagen und fragen kann, auch sinnvoll. Darauf weist *Audretsch* [2] hin, der in seinem Buch „Die sonderbare Welt der Quanten“ der Begriffsbildung einen großen Raum einräumt. Er schreibt über Quantenobjekte in einem Interferenzexperiment: „Die Frage ‚Welcher Weg?‘ ist für die Überlagerung zwar grammatikalisch korrekt, aber sie ist so sinnlos wie die ebenfalls grammatikalisch korrekte Frage, ob es nachts kälter ist als draußen“ (siehe [2], S. 88).

Als weitgehend immun gegen unsaubere Sprache, schiefe Metaphern und metaphysische Spekulationen hat sich die Ensembleinterpretation der Quantenmechanik erwiesen ([3]; vgl. auch [4]). Begrif-

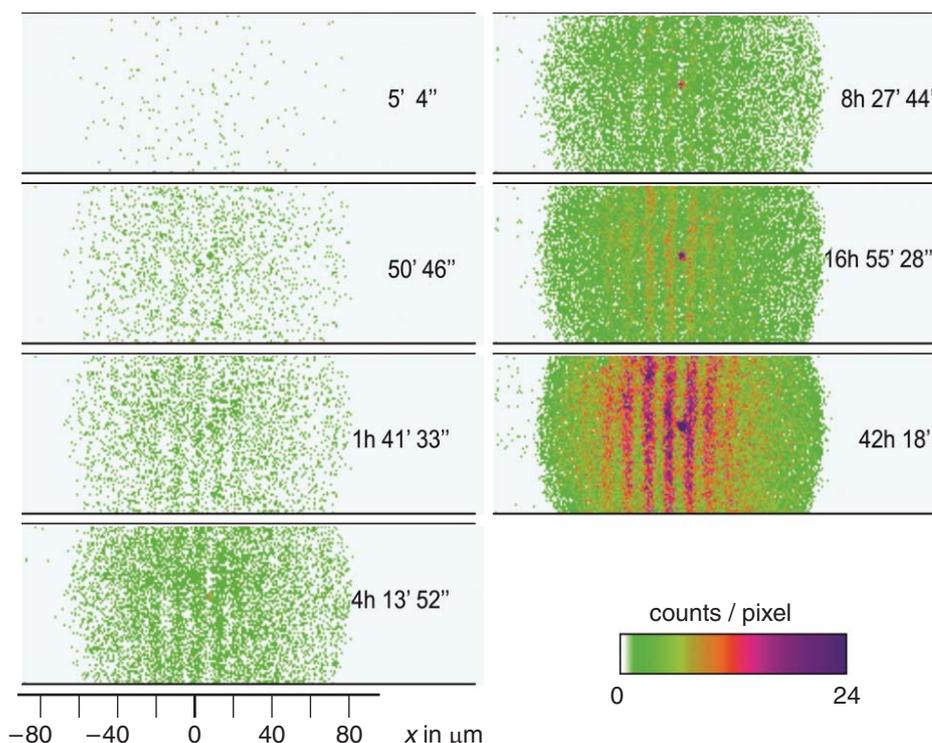
fe wie Präparation und Messung erleichtern die klare Formulierung beim Reden über Quantenmechanik, und die bornsche Wahrscheinlichkeitsdeutung steht im Zentrum der Interpretation. Die symbolische Reduktion eines quantenphysikalischen Experiments auf ein einfaches Schema aus Präparation und Messung wird auf fruchtbare Weise z. B. in [5] bei der Diskussion „unmöglicher Maschinen“ eingesetzt.

Besonders deutlich wird das Bemühen um begriffliche Klarheit bei der Frage nach den Eigenschaften von Quantensystemen (z. B. Ort, Impuls oder Polarisation). Der Eigenschaftsbegriff ist in der Quantenphysik nicht so einfach wie in der klassischen Physik. Es hat sich als vorteilhaft erwiesen, Eigenschaften von Quantenobjekten Messgeräten oder Messverfahren zuzuordnen ([2], S. 66) und das Besitzen oder Nicht-Besitzen von Eigenschaften explizit zu thematisieren.

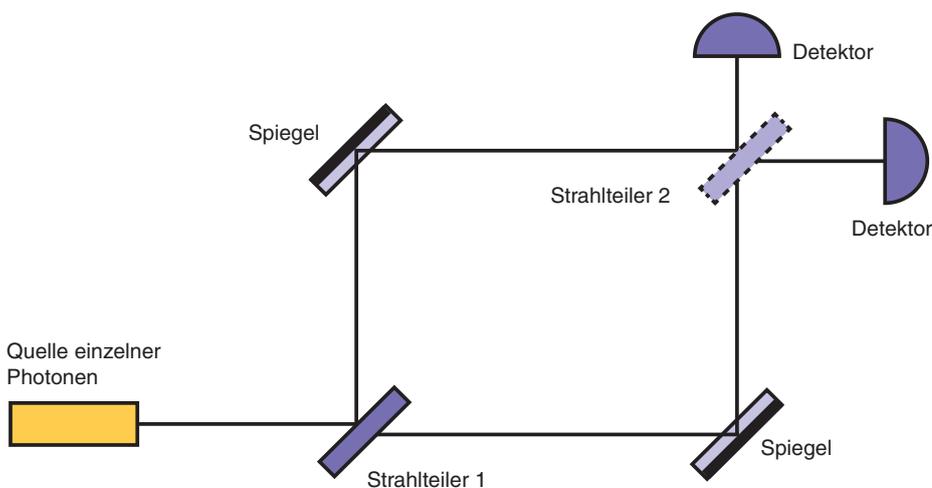
Für die Schule wurde dieser Ansatz im Münchener Unterrichtskonzept zur Quantenmechanik (milq) umgesetzt, das empirisch mit sehr guten Erfolgen erprobt wurde [6, 7]. Die „Wesenszüge der Quantenphysik“ [8] sind einfach formulierte Regeln, die den Schülerinnen und Schülern Orientierung und Hilfestellung bei quantenphysikalischen Argumentationen geben sollen. Sie sind so formuliert, dass auch später in fachlich weiterführenden Zusammenhängen nichts davon zurückgenommen werden muss.

### (2) Theoretische Entwicklungen.

Hier ist hauptsächlich die Theorie der Dekohärenz zu nennen, die die Debatte um den quantenmechanischen Messprozess deutlich vorangebracht hat ([9], s. auch [10]). Die zentrale Idee dabei ist, dass man makroskopische Körper (wie etwa Schrödingers Katze oder ein Messgerät) nicht isoliert betrachten kann. Sie müssen als mit der Außenwelt wechselwirkende offene Systeme aufgefasst werden. Diese Wechselwirkung, die man bei der traditionellen Diskussion des Messprozesses außer Acht gelassen hat, zerstört die Interfe-



**Abb. 1:** Doppelspaltexperiment mit einzelnen Heliumatomen: Aufbau des Interferenzmusters aus den Spuren einzelner nachgewiesener Atome (Daten: Christian Kurtsiefer, 1996).



**Abb. 2:** Schematische Darstellung des Experiments von Grangier, Roger und Aspect

renzfähigkeit makroskopischer Körper. Eine Katze ist entweder tot oder lebendig, und der „Kollaps der Wellenfunktion“, der beim quantenmechanischen Messprozess postuliert werden musste, ist nichts anderes als der „Kollaps“ der beim Anheben eines Würfelbeckers passiert, wenn man Kenntnis davon nimmt, welche Augenzahl der Würfel zeigt.

### (3) Experimente.

Seit etwa 1980, verstärkt aber seit Anfang der 1990er Jahre, wurden Experimente mit einzelnen Quantenobjekten möglich, die zu Bohrs und Einsteins Zeiten nur als Gedankenexperimente vorstellbar erschienen. Stellvertretend ist in Abb. 1 das Er-

gebnis des Doppelspaltexperimentes mit einzelnen Heliumatomen dargestellt (realisiert 1996 von Kurtsiefer in der Konstanzer Arbeitsgruppe von Mlynek). Man erkennt den sukzessiven Aufbau des Doppelspalt-Interferenzmusters aus den Nachweisspuren einzelner Heliumatome. Heutzutage sind doppelspaltartige Interferenzexperimente sogar mit sehr viel größeren Molekülen möglich [11].

Weitere Experimente mit einzelnen Quantenobjekten, die Aspekte der Interpretation experimentell direkt zugänglich machen, können hier nur aufgezählt werden (ausführlicher in [8]): Experimente zu „Welcher-Weg-Information“ am Doppelspalt und zur Komplementarität; Experi-

mente mit verzögerter Entscheidung; Experimente in denen quantenmechanische Überlagerungszustände sichtbar werden oder „Quantensprünge“ sichtbar werden; Experimente zu Zuständen, die Schrödingers Katze nachbilden; Experimente zu Dekohärenz und zur bellschen Ungleichung.

Das für den Quantenphysik-Unterricht vielleicht aufschlussreichste Experiment wurde 1986 von Grangier, Roger und Aspect durchgeführt [12]. Es zeigt charakteristisches Wellenverhalten und charakteristisches Teilchenverhalten – bei Modifikation der Versuchsbedingungen – im selben Experiment. Der Aufbau ist (vereinfacht) in Abb. 2 dargestellt.

Wenn der gestrichelt eingezeichnete Strahlteiler 2 vorhanden ist, handelt es sich um ein Mach-Zehnder-Interferometer, und im Experiment sind Interferenzerscheinungen nachweisbar. Wird dagegen Strahlteiler 2 entfernt, findet man Ergebnisse, die dem Wellenmodell diametral widersprechen. Man würde nach der klassischen Wellentheorie nämlich erwarten, dass die Intensität des einfallenden Strahls am Strahlteiler (einem halbdurchlässigen Spiegel) gleichmäßig aufgeteilt wird und die beiden Detektoren zu jedem Zeitpunkt die gleiche, wenn auch gegenüber dem einfallenden Strahl verminderte Intensität registrieren. Das ist im Experiment nicht der Fall. Führt man das Experiment mit einzelnen Photonen durch, zeigt sich vollständige Antikoinzidenz: Die Detektoren sprechen niemals gleichzeitig an. Photonen werden am Strahlteiler immer nur ungeteilt und als Ganzes nachgewiesen. Das entspricht einer teilchenhaften Vorstellung.

Die Idee des Experiments von Grangier, Roger und Aspect liegt dem Simulationsprogramm „Mach-Zehnder-Interferometer“ zugrunde, das im Internet-Kurs milq ([www.milq-physik.de](http://www.milq-physik.de)) eingesetzt wird. Mit ihm können die beiden beschriebenen Versuchsteile durchgeführt werden. Als Realexperiment für den Einsatz in der Schule ist es kürzlich von Strunz und Meyn in dieser Zeitschrift vorgestellt worden [13].

## 4 Einige quantenmechanische „Rätsel“

In der populärwissenschaftlichen Literatur ist oft von den „Geheimnissen“ der Quantenphysik die Rede, die sich unserem Verständnis angeblich entzögen. Mit der modernen Interpretation der Quantenmechanik lassen sich diese „Rätsel“ aufklären. Eine Einschränkung muss dabei allerdings gemacht werden: Von „anschaulichem“ Verständnis im Sinne mechanisti-

scher Vorstellungsmodelle oder Analogien ist dabei nicht die Rede. Es sollte klar sein, dass sich quantenmechanische Vorgänge prinzipiell nicht durch klassische Modelle veranschaulichen lassen. Mit Verständnis ist vielmehr gemeint, dass unsere Begriffe und Denkmodelle so mächtig sind, dass wir damit operieren können, um quantenmechanische Prozesse und Phänomenen zu analysieren und das Ergebnis von Experimenten qualitativ richtig vorherzusagen. Die „Wesenszüge der Quantenphysik“ sind in diesem Sinne als Denkwerkzeug aufzufassen.

Im Folgenden sollen einige „Rätsel“ – in aller dem begrenzten Raum geschuldeten Kürze – mit diesen Denkwerkzeugen bearbeitet werden.

### (1) Welle-Teilchen-Dualismus.

Quantenobjekte breiten sich wie Wellen aus. Diese Vorstellung ist fachlich korrekt, und die Tatsache, dass die Schrödingergleichung mathematisch eine etwas andere Gestalt hat als die klassische Wellengleichung ändert daran nichts. Teilchencharakter zeigt sich immer nur bei einer Messung, und zwar bei einer solchen Messung, die explizit nach Teilcheneigenschaften „fragt“ – beispielsweise einer Ortsmessung. Das Denkwerkzeug hierzu ist Wesenszug 3 (eindeutige Messergebnisse): Führt man eine Ortsmessung durch, findet man ein bestimmtes Ergebnis für den Ort. Das Quantenobjekt zeigt sich lokalisiert, z.B. als „Fleck auf dem Schirm“ im Helium-Experiment aus Abb. 1. Das geschieht selbst dann, wenn ihm vorher die Eigenschaft Ort nicht zugeordnet werden konnte. Die Wahrscheinlichkeit, mit der das Quantenobjekt an einem bestimmten Ort gefunden wird, ist nach der bornschen Wahrscheinlichkeitsinterpretation durch das Betragsquadrat der Wellenfunktion gegeben. Die Frage, wie viel Anschauung hierbei möglich ist, wurde in dieser Zeitschrift von Leuchs aufgegriffen [14].

### (2) Objektiver Zufall.

Die vielleicht wichtigste Aussage über die Quantenmechanik ist: Ihre Gesetze sind probabilistischer Natur. Die Quantenmechanik ist die experimentell am besten bestätigte Theorie der Physik, aber sie macht – von Ausnahmen abgesehen – keine Aussagen über das Ergebnis einzelner Messungen. Erst die in vielen Messungen gewonnenen Häufigkeitsverteilungen von Messwerten lassen sich mit den Vorhersagen vergleichen (Wesenszug 1: statistisches Verhalten).

## Wesenszüge der Quantenphysik

In den „Wesenszügen der Quantenphysik“ [8] werden die Kernaussagen der Quantenphysik in kurzen, prägnanten Merksätzen erfasst. Zwei Ziele standen bei der Formulierung im Vordergrund:

- Den Schülerinnen und Schülern wird eine Orientierung über die zentralen Inhalte der Quantenphysik gegeben.
- Ihnen wird ein Werkzeug an die Hand gegeben, auf das sie bei Diskussionen und Argumentationen zurückgreifen können und das ihnen die qualitative Vorhersage quantenmechanischer Effekte erlaubt.

Im Einzelnen lauten die Wesenszüge wie folgt:

### Wesenszug 1 (Statistisches Verhalten)

In der Quantenmechanik sind im Allgemeinen nur statistische Vorhersagen möglich.

### Wesenszug 2 (Fähigkeit zur Interferenz)

Einzelne Quantenobjekte können zu einem Interferenzmuster beitragen, wenn es für das Versuchsergebnis mehr als eine klassisch denkbare Möglichkeit gibt. Keine dieser Möglichkeiten wird dann im klassischen Sinn „realisiert“.

### Wesenszug 3 (Eindeutige Messergebnisse)

Auch wenn ein Quantenobjekt in einem Zustand keinen festen Wert der gemessenen Größe hat, findet man immer ein eindeutiges Messergebnis (dies ist das Messpostulat der Quantenmechanik).

### Wesenszug 4 (Komplementarität)

Beispielhafte Formulierungen sind: „Welcher-Weg-Information und Interferenzmuster schließen sich aus“ oder „Quantenobjekte können nicht auf Ort und Impuls gleichzeitig präpariert werden.“

### Wesenszug 5 (Verschränkung)

Nicht in der ursprünglichen Formulierung enthalten, aber aus heutiger Sicht ebenfalls „wesentlich“ in der Quantenmechanik ist das Auftreten von Verschränkung bei Systemen aus mehreren Quantenobjekten.

Ihrem Anspruch gemäß sind die Wesenszüge weiterführend und vollständig. Sie sind weiterführend, weil nichts davon zurückgenommen werden muss, selbst wenn man zu den kompliziertesten Sachverhalten der Quantenmechanik vorstößt. Sie sind vollständig, weil nichts wesentlich Neues hinzukommt, wie tief man auch immer vordringt.

## Kasten 1: Wesenszüge der Quantenphysik

Die tiefgreifendere Aussage ist: Eine über die Aussagen der Quantenmechanik hinausgehende Beschreibung ist nicht möglich. Es gibt in der Natur Phänomene, die objektiven Zufallsgesetzen gehorchen. Ob ein Photon durch einen Strahlteiler geht oder reflektiert wird, ob ein Atomkern in der nächsten Stunde zerfällt oder nicht – das ist nicht durch „verborgene Parameter“ vorherbestimmt, sondern ergibt sich bei der entsprechenden Messung tatsächlich zufällig.

Die Nichtexistenz von verborgenen Parametern, die den objektiven Zufall in der Quantenmechanik begründet, wird experimentell durch die Verletzung der bellschen Ungleichung bestätigt. Genauer formuliert lautet die Aussage (vgl. z. B. [15]): Mögliche

Alternativtheorien mit verborgenen Parametern (wie die bohmsche Mechanik) müssen inhärent nichtlokal sein, um kompatibel mit den Experimenten zu sein.

### (3) Heisenbergsche Unbestimmtheitsrelation.

Es gibt viele verbale Formulierungen der heisenbergschen Unbestimmtheitsrelation. Diejenige Interpretation, die nahe an der mathematischen Definition der Größen  $\Delta x$  und  $\Delta p$  bleibt, geht von der Präparierbarkeit von Ensembles von Quantenobjekten aus (vgl. [16], Abschnitt 7.3.3). Die Aussage der Unbestimmtheitsrelation ist, dass es nicht möglich ist, Quantenobjekte in einen Zustand zu bringen, in dem  $\Delta x$  und  $\Delta p$  gleichzeitig beliebig klein sind. Da-

bei sind  $\Delta x$  und  $\Delta p$  nicht als Messunsicherheiten oder als Unkenntnis des „wahren Werts“ aufzufassen, sondern als Standardabweichungen einer statistischen Verteilung von Messwerten.

Operational wird die Aussage der Unbestimmtheitsrelation in dieser Interpretation wie folgt verstanden: An einem Ensemble von identisch präparierten Systemen führt man die gleiche Messung (z. B. des Ortes) viele Male hintereinander aus. Die so gewonnenen Messwerte wertet man statistisch aus und ermittelt nach den Regeln der klassischen Statistik Mittelwert  $\langle x \rangle$  und Standardabweichung  $\Delta x$ . Das gleiche Verfahren wird an einem genauso präparierten Ensemble für die Messung des Impulses wiederholt. Aus der Verteilung der Messwerte ergeben sich  $\langle p \rangle$  und  $\Delta p$ . Für das Produkt der beiden Standardabweichungen gilt die Ungleichung  $\Delta x \cdot \Delta p \geq \hbar/2$ . Von gleichzeitiger Messung von Ort und Impuls ist dabei niemals die Rede, es geht um die Präparierbarkeit von Eigenschaften an Ensembles von Quantenobjekten.

Es gibt noch andere gültige Formulierungen der Unbestimmtheitsrelation, die teilweise auch andere physikalische Inhalte transportieren. Ein Beispiel ist die Störung eines Zustands durch eine Messung. Einen Überblick geben [17-19].

#### (4) Der Messprozess.

Für viele Jahrzehnte war es das Problem der Quantenmechanik: der quantenmechanische Messprozess. Bezieht man in einer Theorie der Messung das Messgerät in die quantenmechanische Beschreibung mit ein, stellt sich heraus, dass auch makroskopische Messgeräte im Allgemeinen in Überlagerungszuständen enden, die verschiedenen „Zeigerstellungen“ entsprechen. Es ist das gleiche Problem wie bei Schrödingers Katze: die quantenmechanische Überlagerung makroskopisch verschiedener Zustände. Gelöst ist das Problem „für alle praktischen Zwecke“ durch die Theorie der Dekohärenz und eine saubere begriffliche Formulierung.

Man operationalisiert das Problem zunächst und fragt sich, wie eine Überlagerung makroskopisch verschiedener Zustände überhaupt nachzuweisen wäre: durch Interferenz zwischen den Zuständen. Die Interferenzfähigkeit zwischen makroskopisch verschiedenen Zuständen wird durch den Prozess der Dekohärenz aber auf äußerst wirksame Weise zerstört. Der Überlagerungszustand existiert, aber er ist durch keine denkbare Messung nachweisbar. Schrödingers Katze und die Mess-

geräte werden „effektiv klassisch“ – das Messproblem ist „für alle praktischen Zwecke“ gelöst.

#### (5) Verschränkung

Ein gänzlich neuer Zug der Quantenmechanik ist die Verschränkung zweier Quantensysteme, die möglicherweise sogar räumlich separiert sind. Sie äußert sich in klassisch nicht zu verstehenden Korrelationen ([2], [20]). Bei der Verschränkung handelt es sich nicht um ein Rätsel, das aufzuklären wäre, sondern um einen weiteren „Wesenszug“ der Quantenphysik. Die Quanteninformation verfährt nach dem Motto: „It's not a bug, it's a feature“ und macht sich die Möglichkeiten zunutze, die sich aus der Verschränkbarkeit quantenmechanischer Systeme ergeben. Quantencomputer, Quantenkommunikation und Quantenkryptographie beruhen grundlegend auf Verschränkung.

Zukünftige Entwicklungen sind bereits heute erkennbar: In der Quanteninformation wird die Verschränkung als Mittel zum Erzielen technischer Lösung eingesetzt – z. B. der abhörsicheren Kommunikation. Damit, dass man die alten „Rätsel“ der Quantenmechanik als technische Werkzeuge (als „Tools“) gebraucht, ist ein neues Stadium in unserem Verhältnis zur Quantenmechanik erreicht. Das neue Verständnis ist sicherlich von einem pragmatischeren Geist geprägt als der philosophisch-geisteswissenschaftliche Charakter der „alten“ Interpretation. Aber vielleicht wird die Beschäftigung mit der Quantenmechanik für zukünftige Generationen von Schülerinnen und Schüler dadurch nicht weniger faszinierend – vielleicht sogar im Gegenteil.

#### Literatur

- [1] Wheeler, J. A., & Zurek, W. H. (1983). *Quantum theory and measurement*. Princeton: Princeton University Press.
- [2] Audretsch, J. (2008). *Die sonderbare Welt der Quanten*. München: C. H. Beck.
- [3] Ballentine, L. E. (1970). *The statistical interpretation of quantum mechanics*. *Reviews of Modern Physics*, 42(4), 358.
- [4] H. Wiesner, R. Müller, *Die Ensemble-Interpretation der Quantenmechanik*, *Physik in der Schule* 34, 343, 379 (1996), online verfügbar unter: [www.tu-braunschweig.de/ifdn/physik/mitarbeiter/mueller/quantenphysik](http://www.tu-braunschweig.de/ifdn/physik/mitarbeiter/mueller/quantenphysik).
- [5] T. Franz, R. Werner (2015). *Unmögliche Maschinen in der Quantenphysik*. *PdN/PhiS* 1/65, S. 39–43.
- [6] Müller, R. (2016). *Die Quantenphysik im Spannungsfeld zwischen Fachlichkeit, empirischer Forschung und Schulpraxis*. Erscheint im

Tagungsband zur GDGP-Jahrestagung 2015 in Berlin.

- [7] Schorn, B. (2014). *Quantenphysik in der Schule: eine Unterrichtskonzeption zur Einführung in die Quantenphysik für die 10. Jahrgangsstufe*. Dissertation, TU Dresden.
- [8] Küblbeck, J., Müller, R. (2002). *Die Wesenszüge der Quantenphysik*. Köln: Aulis.
- [9] Zurek, W. H. (1991). *Decoherence and the transition from quantum to classical*, *Physics Today* 44 (10) S. 36–44.
- [10] Müller, R., Kuhn, W. (1994). *Einführung in die Theorie der Dekohärenz*. In: *Didaktik der Physik, Vorträge der Frühjahrstagung, Duisburg*, S. 148, online verfügbar unter: [www.tu-braunschweig.de/ifdn/physik/mitarbeiter/mueller/quantenphysik](http://www.tu-braunschweig.de/ifdn/physik/mitarbeiter/mueller/quantenphysik)
- [11] Eibenberger, S., Gerlich, S., Arndt, M., Mayor, M., & Tüxen, J. (2013). *Matter-wave interference of particles selected from a molecular library with masses exceeding 10000 amu*. *Physical Chemistry Chemical Physics*, 15(35), 14696–14700.
- [12] Grangier, P., Roger, G., & Aspect, A. (1986). *Experimental evidence for a photon anticorrelation effect on a beam splitter: a new light on single-photon interferences*. *EPL (Europhysics Letters)*, 1(4), 173.
- [13] Strunz, A., Meyn, J.-P. (2015). *Experimentelle Quantenphysik im Physikunterricht*. *PdN/PhiS* 4/64, S. 36–40.
- [14] Leuchs, G. (2013). *Wie viel Anschauung verträgt die Quantenmechanik?* *PdN-PhiS* 1/62, S. 5–10.
- [15] Franz, T. (2014). [http://qiq.itp.uni-hannover.de/quant/index.php/A2/Das\\_Bellsche\\_Theorem](http://qiq.itp.uni-hannover.de/quant/index.php/A2/Das_Bellsche_Theorem)
- [16] Müller, R. (2005). *Qualitative Quantenphysik. Eine Handreichung für die Sekundarstufe I*, Kiel: IPN, online verfügbar unter: [www.tu-braunschweig.de/Medien-DB/ifdn-physik/quantenphysik\\_piko.pdf](http://www.tu-braunschweig.de/Medien-DB/ifdn-physik/quantenphysik_piko.pdf)
- [17] Passon, O., Grebe-Ellis, J. (2015). *Was besagt die Heisenberg'sche Unschärferelation? – Neuere fachwissenschaftliche Entwicklungen und ihre didaktischen Implikationen*. *PdN-PhiS* 7/64, S. 44–49.
- [18] Franz, T. (2014). <http://qiq.itp.uni-hannover.de/quant/index.php/A1/Unschärferelationen>
- [19] Kofler, J. (2014). *Unschärfen in der Unschärferelation*. *Physik in unserer Zeit*, 45(4), 186–190.
- [20] Franz, T. (2014). [http://qiq.itp.uni-hannover.de/quant/index.php/A2\\_Einleitung](http://qiq.itp.uni-hannover.de/quant/index.php/A2_Einleitung)

#### Anschrift des Verfassers

Prof. Dr. Rainer Müller, Institut für Fachdidaktik der Naturwissenschaften, Abt. Physik und Physikdidaktik, TU Braunschweig, Pockelsstraße 11, 38106 Braunschweig  
E-Mail: [rainer.mueller@tu-bs.de](mailto:rainer.mueller@tu-bs.de)