

# Das Münchener Unterrichtskonzept zur Quantenmechanik

Rainer Müller und Hartmut Wiesner

## 1. Ausgangsfragen

Die Quantenphysik ist seit langem ein etablierter Bestandteil des Physikunterrichts in der Oberstufe. Sowohl wegen ihrer formalen Komplexität als auch wegen der mit ihr verbundenen (teilweise bis heute ungeklärten) begrifflichen Fragen stellt sie einen der schwierigsten Themenbereiche der Schulphysik dar. Bei der Erarbeitung eines Unterrichtskonzepts zur Quantenphysik steht man daher vor nicht geringen Problemen. Mehr als in anderen Gebieten hat man Entscheidungen über die Schwerpunkte des Unterrichts und die Art und den Umfang der unumgänglichen Kompromisse zu treffen.

Es ist daher nicht verwunderlich, dass die in der fachdidaktischen Literatur diskutierten Unterrichtskonzepte sich teilweise stark voneinander unterscheiden. Jeder Ansatz stellt eine andere Antwort auf die Frage dar, womit die Quantenphysik zur physikalischen Bildung beitragen kann und welche Bedeutung ihr für die einzelnen Schülerinnen und Schüler zukommt. Eine endgültige und „richtige“ Antwort gibt es hier noch weniger als in anderen Gebieten.

Um eine Übersicht über die unterschiedlichen Möglichkeiten zur Akzentuierung des Quantenphysik-Unterrichts zu erhalten, kann man die verschiedenen Unterrichtskonzepte nach folgenden Kategorien zusammenfassen:

- a) Unterrichtskonzepte, die sich besonders auf die Prinzipien des quantenmechanischen Formalismus konzentrieren (z. B. Feynman-Zeiger) und diese auf verschiedene Fragestellungen anwenden,
- b) Unterrichtskonzepte, deren Schwerpunkt auf den begrifflichen Fragestellungen der Quantenphysik liegt,
- c) Unterrichtskonzepte, in denen die Quantenphysik als Basis für das Verständnis zahlreicher physikalischer Theorien (z. B. Atomphysik, Kernphysik, Teilchenphysik, Festkörperphysik) begriffen wird,
- d) Unterrichtskonzepte, in denen sie als Grundlage für zahlreiche technologische Anwendungen (z. B. Transistor, Laser) wichtig ist.

Selbstverständlich enthält jeder Kurs eine Mischung aus diesen vier verschiedenen Grundtypen: Er wird eine Einführung in die Grundprinzipien enthalten, mehr oder weniger ausführlich auf Deutungsfragen eingehen und Anwendungen in der Atomphysik diskutieren. Besonders die Zugänge in den verbreiteten Schulbüchern sind hier durch die Vorgaben der Lehrpläne stark gebunden. Ausgeprägtere Schwerpunktsetzungen, die mit dem obigen Schema erfasst werden können, finden sich hauptsächlich in der fachdidaktischen Literatur.

Zur Kategorie a) zählen die Unterrichtskonzepte, die sich an Feynmans Zeigerformalismus orientieren [1], z. B. die Vorschläge von Bader [2], Küblbeck [3] oder Erb und Schön [4]. Der Zeigerformalismus erlaubt es gewissermaßen, „dem Räderwerk der Quantenmechanik beim Funktionieren zuzuschauen“ – was allerdings oftmals eine Vernachlässigung der Anwendungen (gebundene Systeme, Atome) bedingt. Ebenso der Kategorie a) zuzurechnen ist der Unterrichtsvorschlag von Brachner und Fichtner [5], in dem die (ebenfalls auf Feynman zurückgehende) Verwendung von Wahrscheinlichkeitsamplituden sowie das sogenannte quantenmechanische Fundamentalprinzip (nur ununterscheidbare Wege interferieren) eine große Rolle spielen.

Zur Kategorie c) zählt das Unterrichtskonzept von Niedderer und Mitarbeitern [6,7]. Hier wird die Schrödinger-Gleichung über eine Analogie zu stehenden Wellen in inhomogenen Medien plausibel gemacht. Der Schwerpunkt liegt dann in der Atomphysik: Das Wasserstoff-Atom und höhere Atome werden mit einem grafischen Modellbildungssystem numerisch behandelt.

Das „Visual Quantum Mechanics“-Konzept von Zollman [8] – eines der wenigen ausgearbeiteten Quantenmechanik-Unterrichtskonzepte aus dem englischsprachigen Raum – enthält Beispiele für Inhalte aus der Kategorie d). Mit Simulationsprogrammen werden hier z. B. die Spektren von LEDs untersucht und auf die Bandstruktur in Festkörpern zurückgeführt.

Das Berliner Konzept (Fischler, Lichtfeldt u. a.) [9,10,11] ist vor allem dadurch gekennzeichnet, dass der Unterschied zwischen klassischen und Quantenphänomenen stark betont und Bezüge zur klassischen Physik (Bohrsches Atommodell) weitgehend vermieden werden. Der statistischen Deutung der Quantenphysik wird der Vorzug vor dualistischen Sprechweisen gegeben und insbesondere die Unbestimmtheitsrelation statistisch interpretiert. In der obigen Klassifizierung würde man es am ehesten in Kategorie b) einordnen.

Das neuentwickelte Münchener Unterrichtskonzept, das in diesem Artikel vorgestellt werden soll, gliedert sich in zwei Hauptteile, die unterschiedliche Funktionen erfüllen und verschiedene Schwerpunkte setzen. Der erste Teil, der *qualitative Basiskurs*, ist den Deutungsfragen der Quantenphysik gewidmet, die hier sehr viel ausführlicher und tiefgehender als in anderen Kursen diskutiert werden (Kategorie b)). Ein Beispiel hierfür ist die im Doppelspaltexperiment gewonnenen Erkenntnis, dass ein Elektron im allgemeinen die Eigenschaft „Ort“ nicht besitzt.

Der zweite Teil, der *quantitative Aufbaukurs*, lässt sich in Kategorie a) einreihen. Hier werden erste Einblicke in die formalen Strukturen der Quantenmechanik gegeben (z. B. Bedeutung einer Eigenwertgleichung) und diese mit den im ersten Teil diskutierten Begriffen verknüpft. In welcher Weise diese beiden Schwerpunkte konkret ausgestaltet werden, soll im folgenden Abschnitt diskutiert werden.

## 2. Unterrichtsinhalte und -ziele

Was sind die Gründe, sich in der Schule mit den Deutungsfragen der Quantenphysik zu beschäftigen? Nach allgemeiner Auffassung soll die Schule allgemeinbildend wirken. Sie soll den Schülerinnen und Schülern in erster Linie Wissen zur Orientierung in den zentralen Bereichen unserer Kultur anbieten, was, bezogen auf die Physik, auch Wissen über das Weltbild der modernen Physik beinhaltet. Hier ist es die Quantentheorie, die unsere Vorstellungen von der Beschaffenheit der Natur unter physikalischer Perspektive maßgeblich geprägt hat und demgemäß einen wichtigen Bestandteil unserer wissenschaftlichen Kultur darstellt. Unter diesem Gesichtspunkt erscheint es nicht vertretbar, dass die meisten der Schülerinnen und Schüler, die die Schule verlassen, niemals die Gelegenheit hatten, in ihrem naturwissenschaftlichen Weltbild über den Stand des 19. Jahrhunderts hinauszukommen.

Ein weiterer Grund, die Deutung der Quantenmechanik im Unterricht zu behandeln, liegt im hohen Motivationspotential dieser Thematik. Ähnlich wie in der Relativitätstheorie wird die Diskussion von Fragen, die die Grenzen der menschlichen Vorstellungskraft erreichen und überschreiten als spannend empfunden. Wie Jung und Wiesner hervorgehoben haben [12], ist die Quantenphysik eines der wenigen der Schulphysik zugänglichen Gebiet, in denen die wis-

senschaftliche Debatte noch nicht abgeschlossen ist. Für Schülerinnen und Schüler kann es reizvoll und faszinierend sein, hier in aktuelle und tiefgehende Auseinandersetzungen eingeführt zu werden..

Von diesen Vorüberlegungen ausgehend wurden für den qualitativen Teil des Münchener Unterrichtskonzepts die folgenden übergeordneten Ziele formuliert (Unterrichtsziele und Ausgestaltung des Kurses beruhen teilweise auf Vorarbeiten von Engelhardt und Wiesner, s. [13,14]):

- Es sollen die Aspekte der Quantenphysik herausgestellt werden, die gegenüber der klassischen Physik das „ganz Neue“ darstellen. Diese Forderung ergibt sich unmittelbar aus der obigen Diskussion des weltbildprägenden Charakters der Quantenmechanik.
- Es sollen Begriffe zur Verfügung gestellt werden, die (in qualitativer Weise) ein echtes Verständnis der neuartigen Phänomene ermöglichen. Es ist unseres Erachtens nicht ausreichend, die Schülerinnen und Schüler mit den kontraintuitiven und deutungsbedürftigen Phänomenen der Quantenphysik zu konfrontieren, ohne in ausreichender Weise dafür Sorge zu tragen, dass sie in ein kohärentes kognitives Bild integriert werden können. Gerade auch weil in der Schule die Möglichkeiten zur mathematischen Durchdringung der Probleme begrenzt sind, sollte man sich in um so stärkerem Maß um Klarheit in begrifflicher Hinsicht bemühen.

Diese übergeordneten Überlegungen bilden den Rahmen für die Formulierung der Themen, die im Vergleich zum konventionellen Unterricht besonders hervorgehoben werden sollen:

- Betonung und konsequente durchgängige Anwendung der **Bornschen Wahrscheinlichkeitsinterpretation**. Der Begriff und die Bedeutung des quantenmechanischen Wahrscheinlichkeitskonzepts soll nicht erst z. B. im Zusammenhang mit den Orbitalen im Atom eingeführt werden, sondern als ein zentraler Zug von Anfang an herausgestellt werden (insbesondere bei der Interpretation der Heisenbergschen Unbestimmtheitsrelation).
- Eine begrifflich saubere Formulierung der Wahrscheinlichkeitsinterpretation gelingt mit Hilfe des Begriffs der **Präparation** (s. z. B. [13,15]). dieser Begriff erlaubt im oben diskutierten Sinne den Aufbau eines tragfähigen Gerüsts zur Diskussion der begrifflichen Fragestellungen der Quantenmechanik. Eine ähnliche Rolle kommt der **Ensemble-Interpretation** der Quantenmechanik zu, die im Gegensatz zu anderen Deutungen eine klare und einfache Sprechweise über quantenmechanische Phänomene zur Verfügung stellt [16,17].
- Als ein wesentlich neues Element der Quantenphysik soll herausgestellt werden, dass der Begriff einer **dynamischen Eigenschaft** (wie z. B. Ort, Impuls), die man einem Quantenobjekt zuordnet, wesentlich komplexer ist als in der klassischen Physik. Quantenobjekte verhalten sich in dieser Hinsicht gänzlich anders als klassische Objekte: Sie können z. B. in Zustände gebracht werden, in denen sie klassisch wohldefinierte Eigenschaften wie „Ort“, „Bahn“ und „Energie“ nicht besitzen.
- Es sollen die Besonderheiten des **quantenmechanischen Meßprozesses** aufgezeigt werden: In der Quantenmechanik besteht ein Unterschied zwischen „eine Eigenschaft haben“ und „eine Eigenschaft messen“. Diese besondere Rolle findet ihren Ausdruck z. B. in der Zustandsreduktion nach einer Messung und wird illustriert durch solch paradoxe Situationen wie Schrödingers Katze.

Die Besonderheiten der Quantenmechanik widersprechen dem gesunden Menschenverstand so sehr, dass es uns angebracht erschien, die zentralen Punkte in einem spiralartigen Aufbau zweifach zu durchlaufen. Im ersten Durchlauf wird das Verhalten von Photonen in einem Interferometer untersucht. Dabei werden begriffliche Grundlagen wie Wahrscheinlichkeitsinterpretation, nichttrivialer Eigenschaftsbegriff und Welle-Teilchen-Problematik qualitativ erläu-

tert. Im zweiten Durchlauf werden Elektronen im Doppelspaltexperiment betrachtet. Die gleichen Themen werden auf einem begrifflich höheren Niveau behandelt, nämlich mit der Formulierung der Wahrscheinlichkeitsinterpretation über Wellenfunktionen. Auch hier bleibt die Diskussion qualitativ. Daran anknüpfend können dann – ebenfalls anhand des Doppelspaltexperimentes – komplexere Aspekte wie der quantenmechanische Messprozess oder der Begriff der Komplementarität behandelt werden.

### 3. Lernschwierigkeiten

Wie sich in zahlreichen Untersuchungen gezeigt hat [18-26], muss man im Bereich der Quantenphysik mit Lernschwierigkeiten rechnen, die durch von der klassischen Physik geprägte Fehlvorstellungen der Schülerinnen und Schüler bedingt sind. Diese Schülervorstellungen erweisen sich als sehr stabil, was nicht verwundert, wenn man bedenkt, welche kognitiven Zumutungen die Quantenmechanik für den an Alltagsphänomenen geschulten Verstand bereithält. Ein Unterrichtsvorschlag, der begründete Aussichten auf Erfolg haben will, muss mit diesen Lernschwierigkeiten rechnen und sie berücksichtigen. Ein Beispiel für einen Unterrichtsvorschlag, der explizit unter Berücksichtigung von Fehlvorstellungen entwickelt wurde, ist das Berliner Konzept [9-11].

Nach unseren Erfahrungen hat man vor allem mit den folgenden Lernschwierigkeiten zu rechnen [24,26]:

1. *Atomvorstellung*: Eine sehr dominante und stabile Fehlvorstellung aus dem Bereich der Atomphysik ist das Planetenmodell des Atoms. Die Elektronen im Atom werden als lokalisierte Objekte angesehen, die auf wohldefinierten Bahnen um den Atomkern kreisen. Die Vorstellung, dass nur bestimmte Bahnen möglich sind (Bohrsches Atommodell) tritt oft hinzu, jedoch nicht in allen Fällen. Eine derartige Vorstellung von Atomen wird durch zahllose Darstellungen im Alltag gefestigt und geht teilweise auch auf den Chemie-Unterricht in der Mittelstufe zurück. Die Vorstellung ist so stabil, dass sie selbst von Lehramtsstudent(inn)en nach Besuch einer Quantenmechanik-Vorstellung in nahezu allen Fällen zum Ausgangspunkt der Beschreibung von Atomen genommen wurde [26]. Es wurde daher vorgeschlagen [27], das Bohrsche Atommodell als eine Art notwendiger „Übergangsvorstellung“ zu akzeptieren, von der aus die Auseinandersetzung mit dem quantenmechanischen Atommodell erfolgen kann.
2. *Vorstellung einer permanenten Lokalisierung von Quantenobjekten*: Nach der Quantenmechanik besitzen Quantenobjekte im allgemeinen die Eigenschaft „Ort“ nicht. Es sind nur Aussagen über die Wahrscheinlichkeit möglich, ein Quantenobjekt bei einer Messung an einem bestimmten Ort zu finden. Hier ist die Fehlvorstellung verbreitet, dass ein Quantenobjekt zu jedem Zeitpunkt einen wohldefinierten Ort besitzt, dieser aber unbekannt ist. Häufig wird die Unmöglichkeit den „wahren Ort“ zu kennen, mit der Unbestimmtheitsrelation begründet.
3. *Störungsvorstellungen bei der Heisenbergschen Unbestimmtheitsrelation*: Verbreitet ist die Deutung der Größen  $\Delta x$  und  $\Delta p$  als Messungenauigkeiten. In einer Variante dieser Vorstellung wird angenommen, dass die Genauigkeit einer Ortsmessung die maximale Genauigkeit einer anschließenden Impulsmessung vorgibt. Eine andere Variante geht auf Heisenberg selbst zurück, der 1930, in den Anfangstagen der Quantenmechanik, in einem einflussreichen Buch argumentierte, dass eine Ortsmessung den (als Größe mit bestimmtem Wert betrachteten) Impuls eines Teilchens störe.

Bei der Entwicklung des Münchener Unterrichtskonzepts wurden die erwähnten Lernschwierigkeiten von vornherein berücksichtigt. Wie man aus dem im folgenden Abschnitt beschrie-

benen Aufbau des Unterrichtsgangs ersieht, werden die Schülerinnen und Schüler von Anfang an damit konfrontiert, dass sich Quantenobjekte in fundamentaler Weise anders verhalten als klassische Gegenstände. Besonders stark wird betont, dass man Quantenobjekten im allgemeinen die Eigenschaft „Ort“ nicht zuschreiben kann. Durch die vorangehende Diskussion des Begriffs der dynamischen Eigenschaft und des Präparationsbegriffs werden die Schülerinnen und Schüler in die Lage versetzt, diese den klassischen Vorstellungen stark widersprechende Aussage eine wohldefinierte Bedeutung zu verleihen.

Das Bohrsche Atommodell wird als eine den Schülerinnen und Schülern vermutlich vertraute Vorstellung angesprochen. Auf der Grundlage der vorher ausführlich diskutierten Schwierigkeiten, die die Begriffe „Ort“ und „Bahn“ im Quantenbereich mit sich bringen, wird erarbeitet, aus welchen Gründen es sich hierbei um eine mit den quantenmechanischen Prinzipien nicht vereinbare Vorstellung handelt.

Die Heisenbergsche Unbestimmtheitsrelation wird zunächst qualitativ eingeführt. Sie kennzeichnet die Unmöglichkeit, an einem Ensemble von Quantenobjekten bestimmte Paare von Eigenschaften gleichzeitig zu präparieren. Wie bereits oben erwähnt, wird ihre quantitative Formulierung dadurch erleichtert, dass von Anfang an konsequent die Bornsche Wahrscheinlichkeitsinterpretation benutzt wurde. Die Unbestimmtheitsrelation wird dann als Aussage über die Standardabweichungen von statistischen Verteilungen interpretiert. Diese Verteilungen ergeben sich, wenn man an einem in bestimmter Weise präparierten Ensemble von Quantenobjekten eine große Anzahl von unabhängigen Orts- und Impulsmessungen durchführt und dann die relativen Häufigkeiten der erhaltenen Messwerte betrachtet [28].

## **4. Aufbau des qualitativen Basiskurses**

### **4.1 Photonen**

Die Einführung in die Quantenphysik erfolgt in herkömmlicher Weise über den Photoeffekt und den Photonenbegriff. Das Phänomen des Photoeffekts wird im Experiment gezeigt, und es wird argumentiert, dass es sich nicht mit der klassischen Wellenvorstellung des Lichts deuten lässt. Der Begriff des Photons mit der Gleichung  $E = hf$  wird eingeführt und die Deutung des Photoeffekts mit der Einsteinschen Gleichung wird erörtert. Da die Durchführung des Experiments zur Überprüfung der Einstein-Gleichung relativ aufwendig ist, kann optional ein interaktives Bildschirmexperiment [29] durchgeführt werden.

Zugänge zur Quantenphysik über Photonen sind in der Literatur kritisiert worden [10, 30], da sie leicht zur Fehlvorstellung von Photonen als klassischen teilchenhaften Gebilden führen. In unserem Kurs werden die Schülerinnen und Schüler jedoch sehr schnell zu Erfahrungen hingeführt, die zeigen, dass das Verhalten von Photonen mit keinem klassischen Modell angemessen zu beschreiben ist.

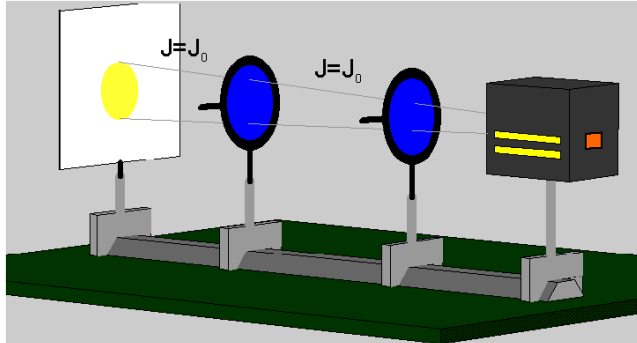
### **4.2 Präparation dynamischer Eigenschaften**

Ein in unserem Zugang wichtiges Element ist der Begriff der Präparation. Es wird zunächst an Beispielen aus der klassischen Mechanik und Optik gezeigt, dass auch in der klassischen Physik die gezielte Herstellung von Zuständen eine wichtige Rolle spielt (zu den nachfolgenden Beispielen s. auch [13,15]). So ist es etwa bei der Überprüfung des Gesetzes für die Bahnkurve des horizontalen Wurfs wesentlich, dass die Abschussvorrichtung Kugeln gleicher Masse mit möglichst identischen Werten von Ort und Geschwindigkeit präpariert.

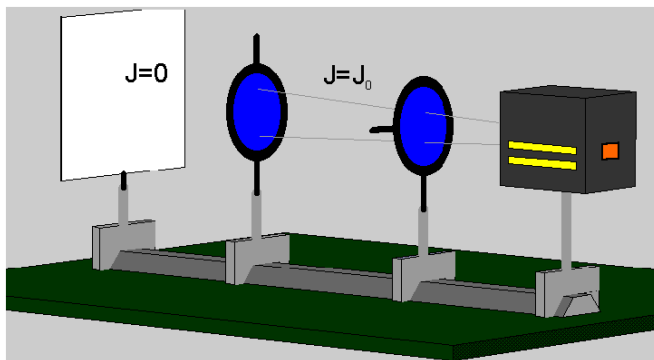
Hat man mit einem Präparationsverfahren mutmaßlich eine Eigenschaft präpariert, kann man diese Vermutung in einem zweiten Versuch, dem Testversuch, überprüfen. Wenn man mit

Sicherheit vorhersagen kann, dass ein Test eine bestimmte Eigenschaft bestätigt, dann ist die Vorstellung erlaubt, dass das Objekt diese Eigenschaft auch wirklich besitzt.

Ein Beispiel ist die Präparation der Eigenschaft „Polarisation“ (Abb. 1). Beleuchtet man ein waagrecht eingestelltes Polarisationsfilter, wird ein Teil des Lichtes absorbiert. Der durch-



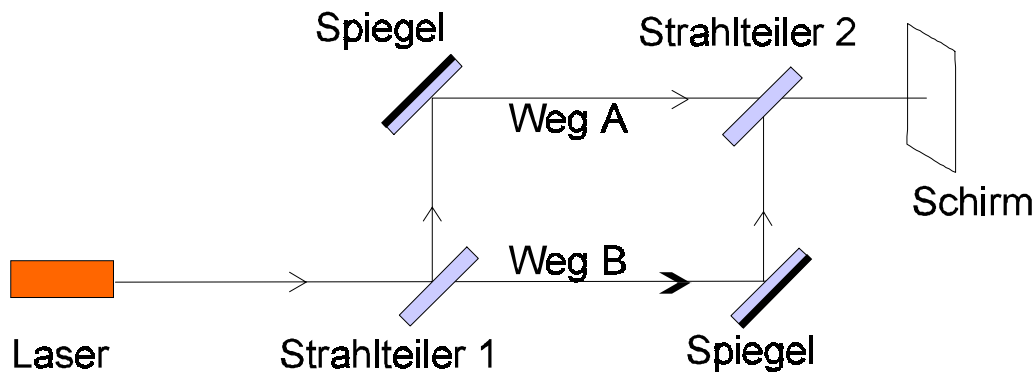
gelassene Anteil besitzt etwa die halbe Intensität des ursprünglichen Lichtes. Man vermutet, dass der durchgelassene Anteil eine bestimmte Eigenschaft besitzt. Man kann diese Vermutung mit einem zweiten waagrecht eingestellten Polarisationsfilter prüfen. Das Licht kann dieses Filter ohne wesentliche Abschwächung passieren (Abb. 1). Im ersten Polarisationsfilter wurde also eine Eigenschaft präpariert („waagrecht polarisiert“), die dazu führt, dass das so präparierte Licht ein waagrecht eingestelltes Polarisationsfilter ungehindert passieren kann.



Stellt man das zweite Polarisationsfilter dagegen senkrecht ein (Abb. 2), wird ein Test auf eine andere Eigenschaft („senkrecht polarisiert“) durchgeführt. Der Schirm bleibt dunkel: Waagrecht polarisiertes Licht besitzt die Eigenschaft „senkrecht polarisiert“ nicht. Die beiden Eigenschaften sind – auch auf andere Weise – nicht gleichzeitig präparierbar.

### 4.3 Wellen und Teilchen

In diesem Kapitel beginnt der erste Durchlauf durch den spiralförmigen Gang durch die Grundbegriffe der Quantenphysik. Es wird das Verhalten von Photonen in einem Mach-Zehnder-Interferometer (Abb. 3) betrachtet. Da der Zugang zu den Grundbegriffen der Quan-



tenmechanik auf diesem Weg in einem gesonderten Aufsatz dargestellt wird [31], wird die Darstellung hier kürzer gehalten (ein ähnlicher Ansatz wurde von Brachner und Fichtner [32] dargestellt).

Nachdem das Auftreten eines Interferenzmusters als ein Charakteristikum von Wellen erkannt worden ist, kann man sich fragen, was passiert, wenn man den Versuch mit einzelnen Photonen betreibt. Zeigen sich Wellen- und Teilchenverhalten im *gleichen* Experiment? Es stellt sich heraus, dass dies tatsächlich der Fall ist. Das Interferenzmuster baut sich nach und nach aus den „Einschlägen“ einzeln nachgewiesener Photonen auf. Mit nur einem der beiden Modelle (Welle oder Teilchen) ist ein solches Verhalten nicht zu beschreiben. Schon hier zeigt sich, dass eine befriedigende Erklärung Elemente beider Modelle in sich vereinigen muss.

Mit der Diskussion eines solchen Experiments stößt man an ein grundsätzliches Problem der Quantenphysik im Schulunterricht. Mit schulischen Mitteln läßt sich nur eine Handvoll Experimente aus dem Quantenbereich realisieren. Wir haben deshalb zum Mittel der Computersimulation gegriffen, um hier nicht nur auf Gedankenexperimente angewiesen zu sein. Die Simulation hat den zusätzlichen Vorteil, dass sie von den Schülerinnen und Schülern individuell und vor allem selbsttätig durchgeführt werden kann. Das Simulationsprogramm findet man im Internet unter [www.physik.uni-muenchen.de/didaktik/Computer/interfer/interfer.html](http://www.physik.uni-muenchen.de/didaktik/Computer/interfer/interfer.html).

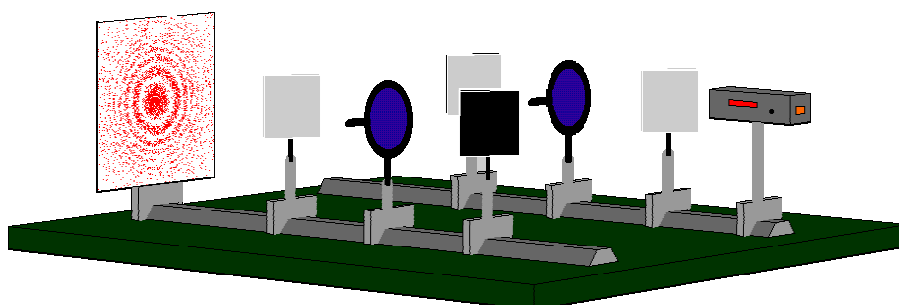


Abb. 4: Parallel eingestellte Polarisationsfilter verhindern den Aufbau des Interferenzmusters nicht.

Beim Nachweis auf dem Schirm hinterläßt ein Photon einen teilchenhaften „Fleck“. Dürfen wir uns ein Photon im Interferometer ähnlich gut lokalisiert vorstellen? Oder, mit dem Eigenschaftsbegriff formuliert: Besitzt ein Photon im Interferometer die Eigenschaft „Ort“? Die Antwort lautet nein, wie man am folgenden Versuch erkennt (für Einzelheiten s. [31]): Man bringt Polarisationsfilter in jeden der Wege. Sind beide Polarisationsfilter parallel, baut sich nach wie vor das Interferenzmuster auf (Abb. 4).

Nun stellt man das vordere Polarisationsfilter senkrecht ein (Abb. 5). Es erscheint kein Interferenzmuster, sondern eine strukturlose Verteilung. Was bedeutet das für unsere Vorstellung von einem Photon? Im Fall parallel stehender Polarisationsfilter gibt es Gebiete (die Interferenzminima), in denen mit Sicherheit *kein* Photon nachgewiesen wird. Stehen die Polarisationsfilter senkrecht zueinander, findet man dort sehr wohl Photonen. Um entscheiden zu können, ob in diesen Gebieten Photonen gefunden werden, muss man die Einstellung *beider* Polarisationsfilter kennen. Wäre nun ein Photon tatsächlich ein lokalisiertes Gebilde, das auf genau einem der beiden Wege durch das Interferometer läuft, müsste es auf wundersame Weise „wissen“, wie das Polarisationsfilter im *anderen* Weg eingestellt ist, um sich am Schirm „korrekt zu verhalten“. Will man eine solche Fernwirkungsvorstellung vermeiden, bleibt nur der Schluss, dass die Ausgangsannahme falsch war: Man darf sich ein Photon nicht als lokalisiertes Gebilde mit einem festen Ort vorstellen; man kann ihm nicht einen der beiden Wege zuschreiben.

Man kann diese wichtige und erstaunliche Erkenntnis auch noch systematischer mit Hilfe des Eigenschaftsbegriffs formulieren. Mit den senkrecht zueinander stehenden Polarisationsfiltern *markiert man den Weg* eines Photons durch die Eigenschaft Polarisation. Denn: Misst man die Polarisation eines am Schirm eintreffenden Photons, ergibt sich immer „waagrecht“ oder „senkrecht“. Ein waagrecht polarisiertes Photon kann aber nur auf dem hinteren Weg in Abb. 5 zum Schirm gelangt sein, ein senkrecht polarisiertes nur auf dem vorderen. Jedem Photon lässt sich auf diese Weise genau einer der beiden Wege zuordnen. Das Versuchsergebnis bedeutet: Kann man jedem Photon, das am Schirm eintrifft, die Eigenschaft „Weg“ oder „Ort“ zuschreiben, erhält man kein Interferenzmuster. (Die Tatsache, dass die Polarisation am Schirm nicht gemessen wird, spielt dabei keine Rolle. Es genügt, wenn jedes Photon die Weginformation in seinem Zustand codiert in sich trägt.)

Umgekehrt kann man nun schließen: Im Experiment mit parallel stehenden Polarisationsfiltern können die Photonen die Eigenschaft „Weg“ *nicht* besitzen. Denn könnte man ihnen einen Weg zuschreiben, würde sich kein Interferenzmuster ergeben. Dies ist ein erstes Beispiel dafür, dass Quantenobjekten klassisch wohldefinierte Eigenschaften unter Umständen *nicht* zugeschrieben werden können.

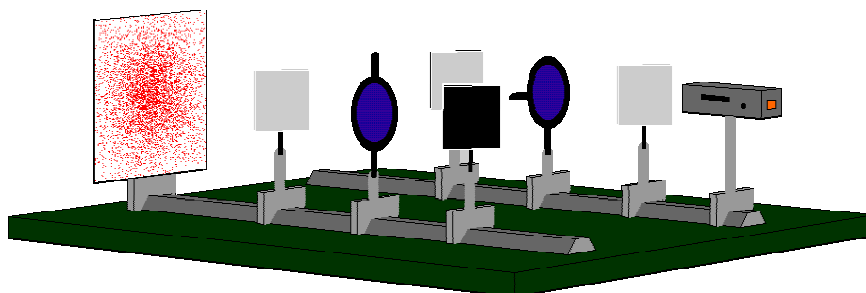


Abb. 5: Wegmarkierung mit Polarisationsfiltern



Ein von den Schülerinnen und Schülern immer wieder gebrachter Einwand auf diese Feststellung ist, dass sich das Photon am halbdurchlässigen Spiegel ja „aufspalten“ könnte, d. h. ein Teil des Photons gelangt auf dem einen Weg zum Schirm, der andere Teil auf dem anderen Weg. Auch dies kann man experimentell widerlegen. Dazu stellt man Detektoren in beide Wege. Man findet, dass immer nur einer der beiden Detektoren anspricht (und dabei die gesamte Energie des Photons absorbiert). Das Photon wird also immer nur als Ganzes nachgewiesen, niemals werden „Teile“ gefunden. Im Unterricht kann das Experiment nur mit dem Simulationsprogramm durchgeführt werden; ein Realexperiment ist 1986 von Grangier, Roger und Aspect realisiert worden [33].

#### 4.4 Die statistischen Aussagen der Quantenmechanik

Wie bereits dargelegt bildet die Bornsche Wahrscheinlichkeitsinterpretation eines der wesentlichen Elemente des Unterrichtskonzepts. Die Einführung in die statistischen Aussagen der Quantenmechanik erfolgt mit einem anderen Experiment: dem Doppelspalt-Experiment mit einzelnen Photonen. Auch hierzu wurde ein Simulationsprogramm entwickelt, das unter der Adresse [www.physik.uni-muenchen.de/didaktik/Computer/Doppelspalt/Doppelspalt.htm](http://www.physik.uni-muenchen.de/didaktik/Computer/Doppelspalt/Doppelspalt.htm) zu finden ist. Das Programm stellt ein interaktives Labor zur Verfügung, in dem Simulationsexperimente durchgeführt werden können. Es besteht aus einer Quelle, die verschiedene Arten von Quantenobjekten aussenden kann, einer Blende mit Einzel- oder Doppelspalt, deren Breite und Abstand einstellbar sind und einem Schirm, auf dem die Objekte nachgewiesen werden (Abb. 6).

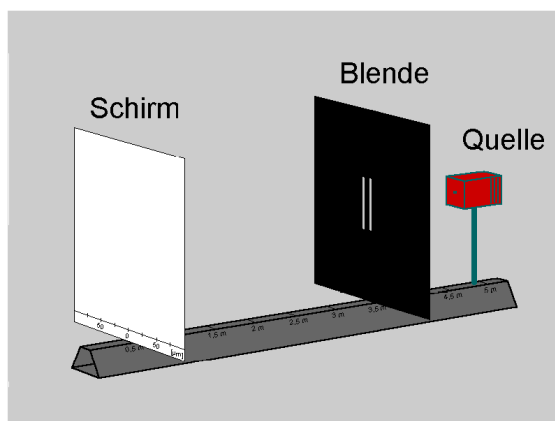


Abb. 6: Doppelspalt-Experiment im Simulationsprogramm

Nachdem das Doppelspalt-Interferenzmuster aus der klassischen Optik noch einmal in Erinnerung gerufen wurde, wird das Doppelspalt-Experiment mit einzelnen Photonen behandelt. Ganz ähnlich wie beim Interferometer-Versuch findet man, dass sich aus den „Flecken“, die die einzelnen Photonen hinterlassen, das Interferenzmuster langsam aufbaut (Abb. 7).

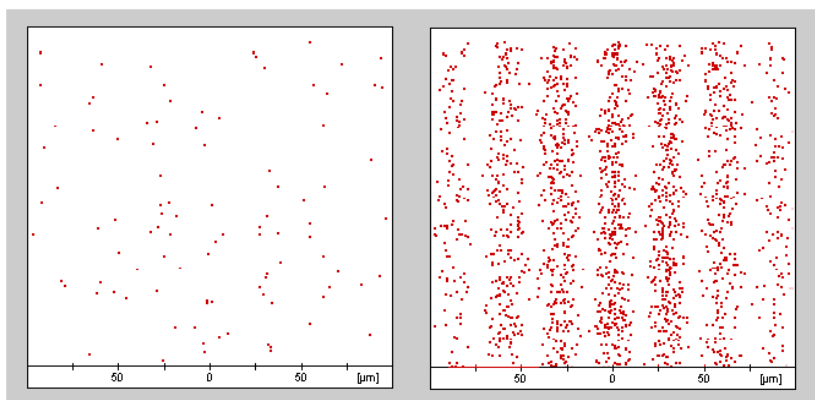


Abb. 7: Allmählicher Aufbau des Interferenzmusters aus den von einzelnen Photonen hinterlassenen „Flecken“

Die Notwendigkeit einer statistischen Beschreibung wird folgendermaßen deutlich: Ausgehend von dem rechten Bild in Abb. 7 sollen die Schülerinnen und Schüler vorhersagen, an welcher Stelle auf dem Schirm das nächste eintreffende Photon nachgewiesen wird. Dies wird nicht gelingen. Wohl aber kann man eine Vorhersage treffen, wenn 100 weitere Photonen hinzugefügt werden sollen. Man kann zuverlässig vorhersagen an welchen Stellen viele und an welchen wenige Photonen nachgewiesen werden. Man kann einem einzelnen Photon in keiner Weise „ansehen“, an welcher Stelle auf dem Schirm es landen wird. Das bedeutet: In der Quantenmechanik sind über Einzelereignisse nur in beschränktem Maß Vorhersagen möglich. Es ist notwendig, zu *Wahrscheinlichkeitsaussagen* überzugehen.

In diesem Zusammenhang erweist es sich als hilfreich, den Begriff des *Ensembles* einzuführen. Darunter versteht man eine Menge von sehr vielen in gleicher Weise präparierten Objekten, die sich gegenseitig nicht beeinflussen. Die oben gefundene Aussage kann man dann folgendermaßen formulieren: Die Quantenmechanik macht statistische Aussagen über die relative Häufigkeit der Ergebnisse, die man bei Messungen an einem Ensemble von Quantenobjekten findet. Diese statistischen Aussagen sind reproduzierbar: Jedes Mal wenn an einem Ensemble die gleiche Serie von Experimenten durchgeführt wird, ergibt sich dieselbe Verteilung der relativen Häufigkeiten.

#### **4.5 Elektronen als Quantenobjekte**

Mit diesem Abschnitt beginnt der zweite Durchlauf durch die spiralförmige Einführung in die Grundbegriffe der Quantenphysik. Zunächst wird an der Elektronenbeugungsröhre demonstriert, dass Elektronen unter geeigneten Umständen wellentypisches Verhalten zeigen. Die de-Broglie-Beziehung wird durch Analogiebetrachtungen mit dem Fall der Photonen theoretisch plausibel gemacht und in der üblichen Weise (Auswertung der Beugung an den Netzebenen im Graphitkristall) experimentell bestätigt.

Das Doppelspalt-Experiment wird nun auch mit Elektronen durchgeführt. Wieder beobachtet man, wie sich das Interferenzmuster langsam aus einzelnen Elektronen-„Flecken“ aufbaut. Wieder sind nur Wahrscheinlichkeitsaussagen möglich. Gegenüber dem Fall der Photonen gehen wir nun einen Schritt weiter: Nachdem die Wahrscheinlichkeitsaussagen dort rein qualitativ formuliert wurden, werden nun die Begriffe der Wahrscheinlichkeitsverteilung und der Wellenfunktion eingeführt. Die Bornsche Wahrscheinlichkeitsinterpretation wird damit folgendermaßen präzisiert: Einem Ensemble von identisch präparierten Quantenobjekten ist eine *Wellenfunktion*  $\psi(x)$  zugeordnet. Sie breitet sich nach *Wellengesetzen* aus. Die Wellenfunktion bestimmt auch die Wahrscheinlichkeitsdichte  $P(x)$ , die angibt, mit welcher Wahrscheinlichkeit ein Quantenobjekt bei einer Messung am Ort  $x$  gefunden wird:

$$P(x) = |\psi(x)|^2. \quad (1)$$

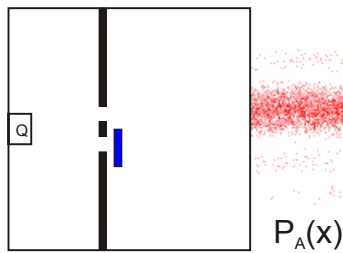
Beim Nachweis verhält sich das Quantenobjekt teilchenhaft: Es wird in einem räumlich begrenzten Bereich als Ganzes gefunden (ein Elektron hinterlässt z. B. einen scharf lokalisierten Fleck auf dem Schirm). Der Welle-Teilchen-Dualismus wird durch die so formulierte Wahrscheinlichkeitsinterpretation aufgehoben: Das wellenhafte Verhalten der Wellenfunktion und das teilchenhafte Verhalten beim Nachweis der Quantenobjekte erfassen die beiden scheinbar gegensätzlichen Züge in einem einheitlichen Bild.

#### **4.6 Eigenschaften von Elektronen und der quantenmechanische Messprozess**

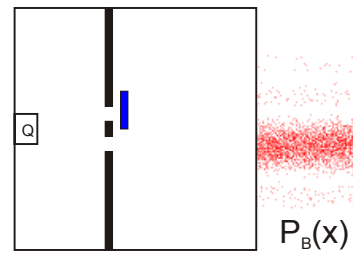
Im Interferometer-Versuch wurde gezeigt, dass man Photonen im allgemeinen die Eigenschaft „Weg“ oder „Ort“ nicht zuschreiben kann. Analoges wird nun für Elektronen im Doppelspalt-Experiment demonstriert. Nach der klassischen Vorstellung gelangt das Elektron entweder durch den einen oder durch den anderen Spalt zum Schirm, d. h. es besitzt zu jedem Zeitpunkt

eine wohldefinierte Eigenschaft „Ort“. In der Quantenmechanik ist dies nicht der Fall. Man kann einem Elektron keinen Spalt zuordnen, durch den es „in Wirklichkeit“ gegangen ist.

(a) Spalt A geöffnet

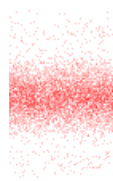


(b) Spalt B geöffnet



Summe der beiden Verteilungen aus (a) und (b)

$$P(x) = P_A(x) + P_B(x)$$



(c) beide Spalte geöffnet

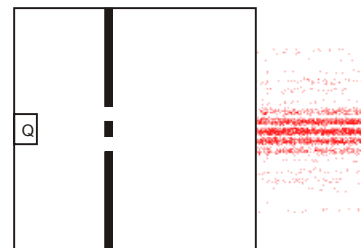


Abb. 8: Versuche zur Ortseigenschaft im Doppelspalt-Experiment

Man kann das im Doppelspalt-Experiment folgendermaßen überprüfen (Abb. 8): Nehmen wir an, jedes der Elektronen sei durch einem bestimmten Spalt gegangen, den wir bloß nicht kennen. Dann müßte das auf dem Schirm nachgewiesene Muster unverändert bleiben, wenn man die Elektronen „umsortiert“. Zuerst lässt man alle diejenigen Elektronen den Doppelspalt passieren, die durch Spalt 1 gehen. Das erreicht man durch Abdecken des zweiten Spalts. Man erhält das in Abb. 8 (a) gezeigte Muster auf dem Schirm. Anschließend deckt man Spalt 1 ab, so dass diejenigen Elektronen, die durch Spalt 2 gehen, den Schirm erreichen (Abb. 8(b)). Insgesamt ergibt sich das in Abb. 8. (c) gezeigte Muster. Zu ihm tragen alle Elektronen bei, die durch Spalt 1 gehen und alle, die durch Spalt 2 gehen. Andere Möglichkeiten scheint es nicht zu geben. Und doch stimmt das Muster nicht mit dem „ungestörten“ Doppelspalt-Muster (Abb. 8 (d)) überein.

Unsere Ausgangsannahme war, dass jedes Elektron durch einen bestimmten, aber unbekanntem Spalt geht. In Anbetracht des Versuchsergebnisses ist sie nicht mehr haltbar. Man kann einem Elektron keinen Spalt zuordnen, durch den es „in Wirklichkeit“ gegangen ist. Die Elektronen im Doppelspalt-Experiment besitzen die Eigenschaft „Ort“ *nicht*.

Nachdem diese „schockierende“ Erkenntnis die Schülerinnen und Schüler bei den Photonen im Interferometer recht unvorbereitet getroffen hat, sollten sie im Fall der Elektronen durch die weitgehend analoge Art der Argumentation schon in der Lage sein, aus den Experimenten selbständig ihre Schlüsse zu ziehen und eine gewisse Fertigkeit beim quantenmechanischen Argumentieren zu gewinnen.

Die bis hierhin geleistete begriffliche Vorarbeit erlaubt es nun – wenn gewünscht – einige tiefere Aspekte des quantenmechanischen Messprozesses zu behandeln. Als erstes kann man dem Einwand begegnen, dass das Elektron allein schon deshalb eine Ortseigen-

schaft besitzen muss, weil man den Ort doch messen kann. Mit dem Doppelspalt-Simulationsprogramm können die Elektronen in der Spaltebene beleuchtet werden. Das gestreute Licht kann registriert werden, so dass eine Ortsmessung durchgeführt wird (Abb 9). Für jedes Elektron sieht man einen Lichtblitz an einer ganz bestimmten Stelle hinter einem der beiden Spalte.

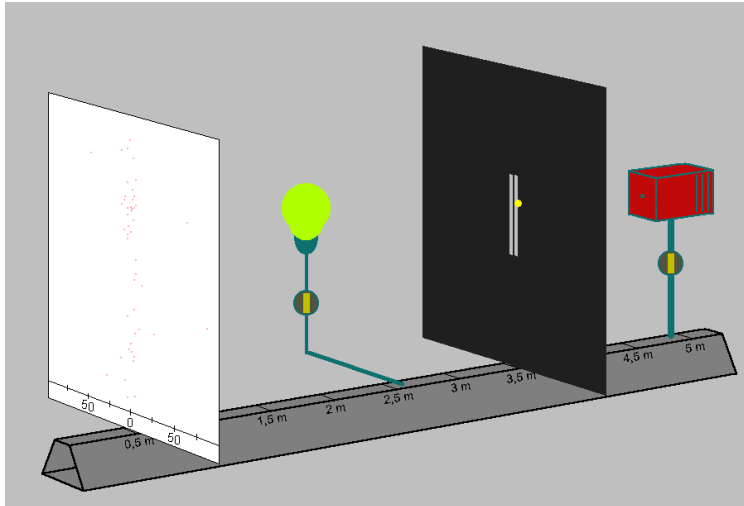


Abb. 9: Ortsmessung an den Elektronen im Doppelspalt-Experiment

Hat man die Quantenmechanik überlistet und nun jedem Elektron doch einen Spalt zugeordnet, durch den es gegangen ist? Nein, denn bei diesem Versuch tritt auf dem Schirm *kein* Interferenzmuster auf. Ortseigenschaft und Interferenzmuster schließen sich gegenseitig aus. Dies ist ein Spezialfall eines allgemeinen Prinzips, das man nach Niels Bohr *Komplementarität* nennt.

Mit dem Simulationsprogramm kann man den kontinuierlichen Übergang zwischen den beiden Fällen beobachten. Dazu schwächt man die Intensität der Lampe langsam ab. Nun werden nicht mehr alle Elektronen nachgewiesen. Die nicht nachgewiesenen sind interferenzfähig. Aus dem strukturlosen Muster aus dem Schirm bildet sich nach und nach das Interferenzmuster heraus.

Mit der Ortsmessung wurde ein erstes Beispiel für eine quantenmechanische Messung betrachtet. Dass der Begriff der Messung in der Quantenmechanik nicht ganz einfach sein kann, sieht man schon daran, dass es nicht von vornherein klar ist, was es bedeutet, eine Größe (z. B. Ort) zu messen, die dem betrachteten Gegenstand überhaupt nicht zukommt. Es kann sich nicht wie in der klassischen Physik um die Zurkenntnisnahme eines bereits feststehenden Wertes handeln.

Es zeigt sich, dass bei jeder Messung an einem Quantenobjekt aus dem Spektrum der möglichen Messwerte (hier Spalt 1 oder Spalt 2) ein einzelner realisiert wird. Die Wahrscheinlichkeit, mit der ein bestimmter Messwert gefunden wird, läßt sich aus der Wellenfunktion mit der Bornschen Wahrscheinlichkeitsformel (1) ermitteln. Dies ist die zentrale Aussage der Quantenmechanik zum Messprozess.

Insbesondere bedeutet dies, wie bereits gesagt: In der Quantenmechanik besteht ein Unterschied zwischen „eine Eigenschaft haben“ und „eine Eigenschaft messen“. Zum Beispiel sind die beiden folgenden Aussagen nicht gleichbedeutend: (a) Bei einer Messung findet man ein Elektron am Ort  $x$  und (b) ein Elektron besitzt die Eigenschaft „Ort  $x$ “.

Noch etwas anderes zeigt das betrachtete Beispiel der Ortsmessung im Doppelspalt-Versuch: Anders als in der klassischen Physik (wo der Einfluss eines Messgeräts auf das gemessene System zumindest im Prinzip immer korrigierbar ist) verändert eine quantenmechanische Messung den Zustand des Systems, an dem die Messung vorgenommen wird. Die Elektronen, an denen die Ortsmessung durchgeführt wurde, bilden am Schirm kein Interferenzmuster aus. Sie werden nach der Messung durch eine andere Wellenfunktion beschrieben (nämlich durch die gleiche Wellenfunktion, die sich ergeben würde, wenn nur der Spalt offen wäre, hinter dem das Elektron bei der Messung gefunden wurde). Diese abrupte Änderung der Wellenfunktion nach einer Messung nennt man *Zustandsreduktion*.

Schließlich kann man mit den vorangegangenen Resultaten noch Themen wie Schrödingers Katze, die Problematik des quantenmechanischen Messprozesses und die Idee der Dekohärenz erklären. Die Diskussion, wie diese Fragen in das hier vorgestellte Konzept zu integrieren sind, würde den Rahmen dieses Artikels sprengen. Es sei daher auf [34] verwiesen.

#### **4.7 Heisenbergsche Unbestimmtheitsrelation**

Die Heisenbergsche Unbestimmtheitsrelation wird als eine Aussage über die gleichzeitige Präparierbarkeit verschiedener Eigenschaften formuliert. Zunächst wird an einem Beispiel aus der klassischen Mechanik (horizontaler Wurf) demonstriert, dass sich dort Ort und Impuls ohne prinzipielle Schwierigkeiten gleichzeitig präparieren lassen. Der vergebliche Versuch, an einem auf die Eigenschaft „Impuls“ präparierten Ensemble von Photonen mit Hilfe eines Einzelspalts auch noch eine Ortseigenschaft zu präparieren, zeigt, dass dies in der Quantenmechanik nicht möglich ist. Die Unbestimmtheitsrelation wird dann zunächst qualitativ formuliert: Es ist nicht möglich, ein Ensemble von Quantenobjekten gleichzeitig auf Ort und auf Impuls zu präparieren.

Um die Unbestimmtheitsrelation auch quantitativ zu formulieren, wird dann ein Maß für die Güte einer Präparation eingeführt. Dazu dient die Streuung der Meßwerte bei einer Testmessung. In Einklang mit der quantenmechanischen Definition werden  $\Delta x$  und  $\Delta p$  also als Standardabweichung einer statistischen Verteilung verstanden. Durch sorgfältige Analyse des Verhaltens von Elektronen an einem Einzelspalt kann die Unbestimmtheitsrelation nun quantitativ formuliert werden. Es werden jetzt auch Abschätzungen möglich wie gut man eine Bahn präparieren kann, z. B. von Elektronen in einer Elektronenstrahlröhre. Dies ergänzt die Diskussion des Eigenschaftsbegriffs in den vorhergehenden Kapiteln.

### **5. Der quantitative Aufbaukurs**

#### **5.1 Wellenfunktionen und Operatoren**

Im quantitativen Aufbaukurs, der sich hauptsächlich an Leistungskurse richtet, sollen erste Einblicke in die formale Struktur der Quantenmechanik vermittelt werden. Dabei sind die umfangreichen begrifflichen Vorarbeiten des Basiskurses von Nutzen.

Als erstes wird die Wellenfunktion freier Elektronen plausibel gemacht. Dazu muss man sich zunächst entscheiden, ob man bereit ist, komplexe Zahlen einzuführen. Da in der Quantenmechanik komplexe Zahlen notwendig auftauchen, müssen Kompromisse gemacht werden wenn man sich dagegen entscheidet. Im folgenden wird die Vorgehensweise ohne komplexe Zahlen beschrieben; wir verweisen auf [14] für einen Unterrichtsvorschlag mit komplexen Zahlen.

Es wird ein auf feste kinetische Energie präpariertes Ensemble von Elektronen betrachtet. Die Wellenfunktion wird als Kombination von Sinus- bzw. Kosinusfunktion angesetzt, deren Wellenlänge sich bei vorgegebener kinetischer Energie aus der de-Broglie-Beziehung errechnen lässt. Die Wellenfunktion lautet dann:

$$\psi(x, t) = A \sin\left(\frac{\sqrt{2mE_{kin}}}{\hbar} x - \frac{2\pi t}{T}\right) + B \cos(\dots) \quad (2)$$

(Diese Wellenfunktion ist nur dann eine Lösung der Schrödinger-Gleichung, wenn für die Konstanten  $A$  und  $B$  gilt:  $A = i B$ . Das Verschweigen dieser Tatsache gehört zu den Kompromissen, die man beim Vermeiden komplexer Zahlen eingehen muss. Von der Zeitabhängigkeit wird im folgenden abgesehen, da man sich nur auf stationäre Vorgänge beschränkt).

Als nächster wichtiger Schritt wird das Konzept des *Operators* eingeführt. Dies wird folgendermaßen motiviert: Wenn ein auf kinetische Energie präpariertes Ensemble vorliegt und man möchte den Wert der kinetischen Energie ermitteln, führt man eine Messung durch. Das Messgerät zeigt nach der Messung den gewünschten Wert an.

Auf der theoretischen Seite entspricht der Präparation eines Ensembles mit bestimmter kinetischer Energie die Angabe einer entsprechenden Wellenfunktion. Wie kann man nun aus einer vorgegebenen Wellenfunktion den Wert der kinetischen Energie ermitteln? Dies leistet ein Operator, genauer: der Operator der kinetischen Energie. Eine mathematische Operation, die aus der Wellenfunktion den Wert der kinetischen Energie extrahiert, ist die zweifache Ableitung, genauer: die Operation  $\hat{E}_{kin} = -\hbar^2 / (2m) d^2 / dx^2$ . Bei Anwendung dieses Operators wird die Wellenfunktion bis auf einen konstanten Vorfaktor reproduziert. Dieser Vorfaktor gibt den Wert der kinetischen Energie an.

## 5.2 Eigenwertgleichungen und die Schrödinger-Gleichung

Was passiert nun, wenn man den Operator der kinetischen Energie auf eine Wellenfunktion anwendet, die *kein* Ensemble von auf kinetische Energie präparierten Quantenobjekten beschreibt? Es zeigt sich, dass die Wellenfunktion in diesem Fall nicht reproduziert wird. Das macht eine andere Rolle von Operatoren deutlich: Sie erlauben es zu entscheiden, ob und wann man Quantenobjekten eine bestimmte Eigenschaft zuschreiben kann. Die Anwendung eines Operators auf eine Wellenfunktion gibt Auskunft darüber, ob diese Quantenobjekte mit der entsprechenden Eigenschaften beschreibt. Das ist genau dann der Fall, wenn bei der Anwendung des Operators die Wellenfunktion reproduziert wird. Man sagt in diesem Fall, dass eine *Eigenwertgleichung* erfüllt ist.

Mit dem Operator  $\hat{E}_{kin}$  kann man also die Frage beantworten: Besitzen die Quantenobjekte, die von einer bestimmten Wellenfunktion beschrieben werden, die Eigenschaft „kinetische Energie“ oder nicht?

- Wenn die Wellenfunktion die Eigenwertgleichung  $\hat{E}_{kin} \psi(x) = E_{kin} \cdot \psi(x)$  erfüllt, besitzen die Quantenobjekte tatsächlich die Eigenschaft „kinetische Energie“. Ihr Wert wird durch den Proportionalitätsfaktor  $E_{kin}$  (den Eigenwert der kinetischen Energie) angegeben.
- Ist die Eigenwertgleichung nicht erfüllt, besitzen die Quantenobjekte die Eigenschaft „kinetische Energie“ nicht.

Zustände, in denen sich die Wahrscheinlichkeitsverteilung  $|\psi(x)|^2$  zeitlich nicht ändert, spielen eine große Rolle in der Quantenmechanik (Beispiele sind etwa die Elektronenzustände in Atomen). Man nennt sie stationäre Zustände. Wegen ihrer Zeitunabhängigkeit tauschen sie keine Energie mit ihrer Umgebung aus. Sie besitzen also die Eigenschaft „Gesamtenergie“.

Um diese wichtigen Zustände zu identifizieren, müssen wir Wellenfunktionen finden, die Quantenobjekte mit dieser Eigenschaft beschreiben. Mit anderen Worten: Wir müssen Wellenfunktionen finden, die die Eigenwertgleichung der Gesamtenergie erfüllen:

$$\left[ -\frac{\hbar^2}{2m} \frac{d^2}{dx^2} + V(x) \right] \psi(x) = E \cdot \psi(x) \quad (3)$$

Diese Eigenwertgleichung heisst *Schrödinger-Gleichung*. Sie ist die zentrale Gleichung der Quantenmechanik.

### 5.3 Elektronen im Potentialtopf und in Atomen

Mit der Aufstellung der Schrödinger-Gleichung kann sich der Kurs nun den Anwendungen der Quantenmechanik in der Atomphysik und anderen Gebieten zuwenden. Um die physikalischen Zustände z. B. von Elektronen in Atomen zu ermitteln, muss man Wellenfunktionen auffinden, die die Schrödinger-Gleichung erfüllen, wenn das jeweilige Potential  $V(x)$ , das die physikalische Situation beschreibt, vorgegeben ist.

Als erste und einfachste Anwendung werden Elektronen in einem unendlich hohen eindimensionalen Potentialtopf betrachtet. Die Lösung der Schrödinger-Gleichung für diesen Fall ist ein Standardproblem und braucht deshalb hier nicht weiter erörtert zu werden. Bemerkenswert ist, dass durch die vorgegebenen Randbedingungen die Quantisierung der Energie erzwungen wird.

Um den wichtigen Bereich der Atomphysik zu behandeln, werden im Experiment Linienspektren von Atomen betrachtet und insbesondere das Spektrum des atomaren Wasserstoffs diskutiert (Balmer-Formel). Wie bereits eingangs erwähnt, wird explizit auf das Bohrsche Atommodell eingegangen. Dies steht im Gegensatz zu anderen an Lernschwierigkeiten orientierten Zugängen (Berliner Konzept), in denen das Bohrsche Atommodell vermieden wird. Nach unserer Auffassung sollten die Schülerinnen und Schüler an dieser Stelle schon über die nötigen Grundlagen verfügen, um mit dem (ohnehin schon als „Vorwissen“ präsenten) Bohrschen Atommodell reflektiert umgehen zu können. Insbesondere die Diskussion der Tatsache, dass man den Elektronen im Atom die Eigenschaft „Ort“ oder „Bahn“ nicht zuschreiben kann, sollte keine Probleme mehr bereiten.

Nachdem die Quantisierung der Energie im Atom im Franck-Hertz-Versuch gezeigt worden ist, muss ein quantenmechanisches Atommodell gefunden werden. Die Lösung der Schrödinger-Gleichung im Coulomb-Potential ist mit schulischen Mitteln nicht möglich. Als Ausweg bietet sich ein Vorschlag von Theis [35] an: Das Coulomb-Potential wird durch ein geeignet gewähltes Kastenpotential ersetzt, dessen Breite und Nulllage bezüglich des Nullpunkts der Energie als freie Parameter angepasst werden können. Die dabei notwendigen Näherungen können alle auf der Ebene der klassischen Physik vorgenommen werden; die quantenmechanische Rechnung ist dann exakt.

## 6 Zusammenfassung

In diesem Aufsatz wurde ein Unterrichtskonzept vorgestellt, in dem die begrifflichen Fragen der Quantenmechanik im Vordergrund stehen. Es gliedert sich in zwei Hauptteile, einen qualitativen Basiskurs und einen quantitativen Aufbaukurs. Im Mittelpunkt des Basiskurses stehen die Begriffe der dynamischen Eigenschaft und, damit zusammenhängend, der Präparation von Eigenschaften an einem Ensemble von Quantenobjekten. Es wird gezeigt, dass man Quantenobjekten unter Umständen klassisch wohldefinierte Eigenschaften *nicht* zuschreiben kann. Die Bornsche Wahrscheinlichkeitsinterpretation wird stark herausgestellt und mit ihrer Hilfe der Welle-Teilchen-Dualismus aufgelöst. Die Heisenbergsche Unbestimmtheitsrelation

wird als Unmöglichkeitssatz über die gleichzeitige Präparierbarkeit zweier Eigenschaften (Ort und Impuls) verstanden.

Im quantitativen Aufbaukurs wird ein erster Einblick in die formalen Strukturen der Quantenmechanik gegeben. So wird etwa der Begriff des Operators und der Eigenwertgleichung erörtert. Anwendung finden diese Ergebnisse dann bei der Diskussion des Potentialtopfs und eines Modells des Wasserstoff-Atoms.

Die ersten Unterrichtserfahrungen in kleinerem Rahmen fielen fast durchweg positiv aus. Sich aus diesen Erfahrungen ergebende Änderungen sind bereits in die hier vorgestellte Formulierung eingearbeitet. Die Erprobungsphase wird derzeit weitergeführt; über die Ergebnisse wird an anderer Stelle berichtet werden.

- [1] R. P. Feynman, *QED. Die seltsame Theorie des Lichts und der Materie*, Piper, München (1988).
- [2] F. Bader, *Eine Quantenwelt ohne Dualismus*, Schroedel, Hannover (1996).
- [3] J. Küblbeck, *Modellbildung in der Physik*, hrsg. v. Landesinstitut für Erziehung und Unterricht Stuttgart (1997).
- [4] R. Erb, *Optik in der Oberstufe*, Physik in der Schule 33 (1995), 51; L. Schön, J. Werner, *Vom Licht zum Atom*, in: R. Brechel (Hrsg.). *Zur Didaktik der Physik und Chemie (GDGP-Tagung Essen)* (1998), 304.
- [5] A. Brachner, R. Fichtner, *Quantenmechanik*, Schroedel, Hannover (1980); R. Fichtner, *Zu einem grundlegenden Prinzip in der Quantentheorie*, Physik in der Schule 32, 244 (1994).
- [6] H. Niedderer, *Atomphysik mit anschaulichem Quantenmodell*, in: H. Fischler (Hrsg.): *Quantenphysik in der Schule*, IPN Kiel (1992), S. 88.
- [7] S. Deylitz, H. Niedderer, *Atome, Moleküle und Festkörper – Verständnis ihrer Eigenschaften auf der Basis der Schrödinger-Gleichung unter Zuhilfenahme des Computers. Basistext für Schüler*, <http://www.physik.uni-bremen.de/physics.education/niedderer/index.html>
- [8] D. Zollman, *Visual Quantum Mechanics Activities*, <http://www.phys.ksu.edu/perg/vqm>
- [9] A. Berg u. a., *Einführung in die Quantenphysik – Ein Unterrichtsvorschlag für Grund- und Leistungskurse*, Pädagogisches Zentrum Berlin 1989.
- [10] H. Fischler, *Die Berliner Konzeption einer „Einführung in die Quantenphysik“: Didaktische Grundsätze und inhaltliche Details*, in: H. Fischler (Hrsg.): *Quantenphysik in der Schule*, IPN Kiel (1992), S. 245.
- [11] H. Fischler, M. Lichtfeldt, *Ein Unterrichtskonzept zur Einführung in die Quantenphysik*, Physik in der Schule 32, 276 (1994).
- [12] W. Jung, H. Wiesner, *Kontroverse Deutungen der Quantentheorie als Gegenstand des Physikunterrichtes*, Praxis der Naturwissenschaften / Physik 33, 276 (1984).
- [13] P. Engelhardt, H. Wiesner, *Präparationsexperimente als Leitlinie einer Einführung in die Quantenphysik für Grund- und Leistungskurse*, Physik in der Schule 32, 271 (1994).
- [14] H. Wiesner, *Eine Einführung in die Quantentheorie für Leistungskurschüler: Konzeption und erste unterrichtliche Erfahrungen*, in H. Fischler (Hrsg.): *Quantenphysik in der Schule*, IPN Kiel (1992), S. 270.
- [15] L. Eisenbud, *The Conceptual Foundations of Quantum Mechanics*, van Nostrand Reinhold, New York (1971).
- [16] L. E. Ballentine, *Quantum Mechanics – A Modern Development*, World Scientific, Singapore (1998).
- [17] R. Müller, H. Wiesner, *Die Ensemble-Interpretation der Quantenmechanik*, Physik in der Schule 34 (1996), 343, 379.



- [18] H. J. Bayer, Schülervorstellungen beim Übergang vom Bohrschen zum wellenmechanischen Atommodell, in: W. Kuhn (Hrsg): Didaktik der Physik. Beiträge zur Physikertagung 1986.
- [19] M. Bormann, Das Schülerverständnis zum Themenbereich „Modellvorstellungen zu Licht und Elektronen“, in: W. Kuhn (Hrsg): Didaktik der Physik. Beiträge zur Physikertagung 1987.
- [20] T. Bethge, Empirische Untersuchungen über Schülervorstellungen zur Quantenphysik, in: W. Kuhn (Hrsg): Didaktik der Physik. Beiträge zur Physikertagung 1988.
- [21] M. Lichtfeldt, Schülervorstellungen in der Quantenphysik und ihre möglichen Veränderungen durch Unterricht, Essen 1992.
- [22] M. Lichtfeldt, Schülervorstellungen als Voraussetzung für das Lernen von Quantenphysik, in: H. Fischler (Hrsg.): *Quantenphysik in der Schule*, IPN Kiel (1992), S. 234.
- [23] H. Wiesner, Ergebnisse von schriftlichen Befragungen zum Kenntnisstand von Schülern über Quantenphysik, in: Didaktik der Physik. Beiträge zur Physikertagung 1993.
- [24] H. Wiesner, Verständnisse von Leistungskursschülern über Quantenphysik. Ergebnisse mündlicher Befragungen. *Physik in der Schule* 34 (1996) 95.
- [25] J. Petri, Der Lernpfad eines Schülers in der Atomphysik, Aachen 1996.
- [26] R. Müller, H. Wiesner, Vorstellungen von Lehramtsstudenten zu begrifflichen Problemen der Quantenmechanik, in: Didaktik der Physik. Beiträge zur Physikertagung Regensburg (1998), 458.
- [27] H. Niedderer, *Physiklernen als kognitive Entwicklung*, in: Didaktik der Physik, Beiträge zur Physikertagung Ludwigsburg (1999), 49.
- [28] R. Müller, H. Wiesner, *Die Ensemble-Interpretation der Quantenmechanik*, *Physik in der Schule* 34 (1996) 343, 379; R. Müller, H. Wiesner, *Die Interpretation der Heisenbergschen Unbestimmtheitsrelation*, *Physik in der Schule* 35 (1997), 176, 218.
- [29] J. Kirstein, R. Rass, *Interaktive Bildschirmexperimente zum Lehren und Lernen von Physik*, in: Didaktik der Physik. Beiträge zur Physikertagung Berlin (1997), 458. Ein Interaktives Bildschirmexperiment zum Photoeffekt wurde von L. Silbersack (Zulassungsarbeit Universität München 1999) hergestellt.
- [30] A. Gabriel und W.-D. Garber, *Einführung in die Quantenphysik: Mit Photonen oder mit Elektronen?*, *Physik und Didaktik* 9 (1981) 189.
- [31] R. Müller, H. Wiesner, *Photonen im Mach-Zehnder-Interferometer – ein Zugang zur Quantenphysik*, Manuskript in Vorbereitung.
- [32] A. Brachner, R. Fichtner, *Quantenmechanik für Lehrer und Studenten*, Schroedel, Hannover, 1977, S. 92; R. Fichtner, *Das quantenmechanische Fundamentalprinzip*, *phys. did.* 7 (1980) 17.
- [33] P. Grangier, G. Roger, A. Aspect, *Experimental Evidence for a Photon Anticorrelation Effect on a Beam Splitter: A new Light on Single-Photon Interferences*, *Europhys. Lett.* 1 (1986) 173
- [34] W. Kuhn (Hrsg.): *Physik II*, Westermann Verlag, erscheint Anfang 2000.
- [35] W. R. Theis, *Begründung diskreter Energiewerte für gebundene Zustände ohne Lösung der Eigenwertgleichung*, *Physik und Didaktik* 22 (1994), 198.