

# Eine Formel in vielen Kontexten: Fermi-Probleme zum Strömungswiderstand

Rainer Müller, Universität München

## 1. Einleitung

Im Zuge der Bemühungen, das Interesse am Fach Physik zu erhöhen und den Physikunterricht motivierender zu gestalten, wird die Forderung zunehmend lauter, physikalische Inhalte in „sinnstiftende Kontexte“ [1] einzubetten. Wie bereits in [2] argumentiert wurde, erfüllen Fermiprobleme auf natürliche Weise diese Forderung. Meist handelt es sich schon von vornherein um interessante Fragestellungen, die der Alltagswelt entnommen worden sind. Zudem wird durch die bei Fermiproblemen üblichen vereinfachenden Modellannahmen und Abschätzungen die Komplexität des Problems wesentlich reduziert. Dies hat den Vorteil, dass wirklichkeitsnähere Fragestellungen, die sich ja der gewöhnlichen Behandlung im Unterricht durch ihre komplexe Problemstruktur oft entziehen, diskutiert werden können.

In diesem Artikel soll am Beispiel einer einzigen Formel gezeigt werden, auf wie vielfältige Weise man mit Fermiproblemen die Unterrichtsinhalte in interessante Kontexte einbinden kann. Als Beispiel wählen wir die Formel für den Strömungswiderstand in einer turbulenten Strömung. Die Kraft auf einen turbulent umströmten Körper in einem Medium der Dichte  $\rho$  beträgt:

$$F_W = \frac{1}{2} c_W \rho A v^2. \quad (1)$$

Dabei ist  $A$  die Frontfläche des umströmten Körpers und  $v$  die Relativgeschwindigkeit zwischen Körper und Medium. Der dimensionslose Widerstandsbeiwert  $c_W$  hängt von der Form des umströmten Körpers ab. Er ist den meisten Schülerinnen und Schülern aus der Autowerbung ein Begriff. Viele wissen auch, dass sein Wert für Autos sich im Bereich zwischen 0,3 und 0,35 bewegt. Für einen idealen Stromlinienkörper hat  $c_W$  den Wert 0,055.

Wir werden diese Formel im folgenden in verschiedenen Kontexten anwenden. Zunächst betrachten wir die Höchstgeschwindigkeit von Autos, dann fragen wir, wie schnell Schiffe fahren können, und schließlich diskutieren wir, um wie viel die Zeiten im 100 m-Lauf durch Rücken- oder Gegenwind beeinflusst werden. Ein weiteres Beispiel für eine Anwendung der Formel (1) findet man in einem anderen Artikel dieses Hefts [3], wo mit ihrer Hilfe abgeschätzt wird, wie viel ein Hai am Tag fressen muss.

## 2. Höchstgeschwindigkeit von Autos

Ein einfacher, aber interessanter Zusammenhang lässt sich mit der Formel (1) zwischen der Leistung eines Autos und seiner Höchstgeschwindigkeit herstellen. Die theoretischen Zusammenhänge sind schnell erklärt: Auf ein fahrendes Auto wirken verschiedene abbremsende Kräfte, z. B. die Luftwiderstandskraft oder die Rollwiderstandskraft. Damit ein Auto mit konstanter Geschwindigkeit fährt, muss eine Antriebskraft ausgeübt werden, deren Betrag so groß ist, dass die abbremsenden Kräfte kompensiert werden und die Summe aller am Auto angreifenden Kräfte Null wird. Dazu ist eine gewisse Leistung, die Motorleistung erforderlich.

Bei konstanter Geschwindigkeit ist der Zusammenhang zwischen Kraft und Leistung durch

$$P = W/t = F \cdot s/t = F \cdot v$$

gegeben. Für ein Auto bei hoher Geschwindigkeit ist der Rollwiderstand gegenüber dem Luftwiderstand in erster Näherung vernachlässigbar (wir werden das später nachprüfen). Wir können also für  $F$  die Formel (1) für die Luftwiderstandskraft einsetzen und erhalten:

$$P = \frac{1}{2} c_W \rho A v^3.$$

Wenn  $P$  die maximale Motorleistung ist, können wir aus dieser Formel die Geschwindigkeit  $v$  bei dieser Leistung, also die Höchstgeschwindigkeit des Autos, ermitteln:

$$v = \sqrt[3]{\frac{2P}{\rho \cdot A \cdot c_W}}. \quad (2)$$

Dies ist der gesuchte Zusammenhang. Er soll nun überprüft werden.

Modell	Leistung (kW)	Höchstgeschwindigkeit (km/h)	berechnete Höchstgeschwindigkeit (km/h)
Fiat 126	17	105	112
Citroen 2CV	20	110	118
Renault 4 GTL	25	120	127
VW Polo	33	142	139
Opel Corsa	40	152	149
Lancia Delta 1300	55	163	165
Honda Civic	63	172	173
Ford Sierra	74	181	182
Volvo 360	82	180	189
Alfa Romeo Spider	94	193	198
Mercedes 230 CE	97	200	200
Audi 100	101	202	202
Saab 9000	118	210	213
BMW 528i	135	215	223
Porsche 911	160	240	236
Jaguar XJS	217	241	261
Ferrari Testarossa	287	290	287
Lamborghini Countach	334	295	301

Tabelle 1: Leistung, Höchstgeschwindigkeit und berechnete Höchstgeschwindigkeit für verschiedene Automodelle

Die maximale Motorleistung eines Autos ist eine Größe, die den meisten Autobesitzern als PS-Zahl bekannt ist. In der ersten Spalte von Tabelle 1 ist die maximale Motorleistung (in kW) verschiedener Automodelle zusammengestellt (aus [4]). Die zweite Spalte enthält die Höchstgeschwindigkeit des betreffenden Automodells. In der dritten Spalte ist die nach Formel (2) berechnete Höchstgeschwindigkeit eingetragen. Dabei wurde die Dichte der Luft  $\rho = 1,3 \text{ kg/m}^3$  eingesetzt. Als Annahmen für Frontfläche und  $c_W$ -Wert wurden  $A = 2,5 \text{ m}^2$  und  $c_W = 0,35$  zugrundegelegt.

Man bemerkt die erstaunlich gute Übereinstimmung zwischen unserer Abschätzung und den tatsächlichen Werten. Noch offensichtlicher wird dies in Abb. 1, wo die gleichen Daten grafisch aufgetragen worden sind. Man erkennt insbesondere, dass die Daten der durch Gleichung (2) ausgedrückten funktionalen Abhängigkeit ausgezeichnet folgen.

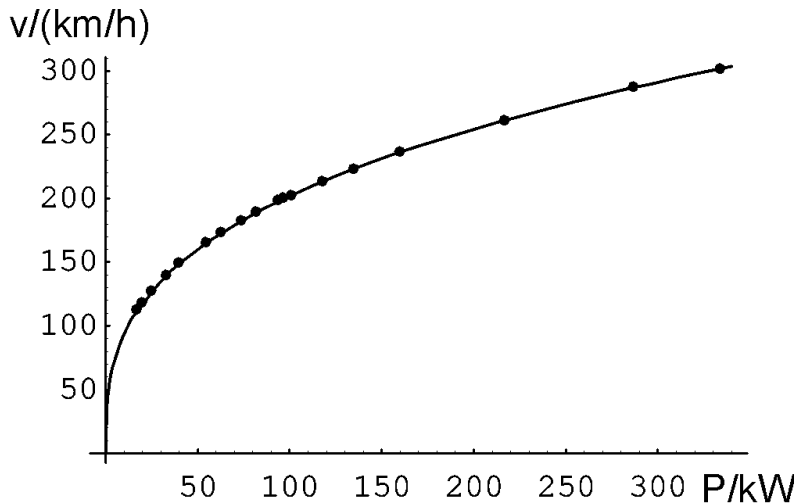


Abb. 1: Höchstgeschwindigkeit der in Tabelle 1 aufgeführten Automodelle (Punkte) in Abhängigkeit von der maximalen Motorleistung. Die durchgezogene Linie entspricht der theoretischen Vorhersage nach Formel (2).

Zum Abschluss soll noch die Annahme überprüft werden, dass die Rollwiderstandskraft des Autos klein gegenüber der Luftwiderstandskraft ist. Für den Luftwiderstand gehen wir dabei von den gleichen Werten wie oben aus. Bei einer Geschwindigkeit von 150 km/h ist die Luftwiderstandskraft  $F_W = 987$  N. Zur Berechnung der Rollwiderstandskraft nehmen wir eine Fahrzeugmasse von 1,5 t und einen Rollreibungskoeffizienten  $f = 0,015$  an [4], so dass sich ergibt:  $F_{Ro} = f \cdot m \cdot g = 220$  N. Obwohl bei dieser Geschwindigkeit die Rollreibungskraft noch nicht sehr klein gegenüber der Luftwiderstandskraft, ist es bei einer Behandlung der Frage als Fermiproblem dennoch gerechtfertigt, sie in erster Näherung außer Acht zu lassen.

### 3. Geschwindigkeit von Schiffen

Die Strömungswiderstandsformel (1) gilt nicht nur für den Luftwiderstand, sondern sie hat einen weiten Anwendungsbereich bei turbulenten Strömungen. Wenn wir für  $\rho$  die Dichte von Wasser einsetzen, können wir zum Beispiel der folgenden Frage nachgehen:

*Wie groß ist die Maximalgeschwindigkeit eines Schiffs?*

Um das Problem etwas zu präzisieren, wenden wir uns der *Titanic* zu, dem berühmtesten Schiff in der Geschichte der christlichen Seefahrt (Abb. 2). Vom Stapel gelaufen 1911, sank sie auf ihrer Jungfernfahrt 1912 und wurde dadurch zu einem Mythos. Ihre technischen Daten sind leicht zugänglich [5]: Länge 269 m, Wasserverdrängung 46329 t, Maschinenleistung 51000 PS = 37500 kW.

Aus diesen Angaben können wir mit der Formel (2) und mit einigen Abschätzungen die Höchstgeschwindigkeit der *Titanic* ermitteln. Die Leistung  $P$  wurde schon angegeben. Der Luftwiderstand spielt gegenüber dem Wasserwiderstand keine Rolle, deshalb muss nur der Teil des Schiffs unter der Wasseroberfläche berücksichtigt werden. Entsprechend ist  $A$  die Frontfläche des Schiffs unter Wasser, und für  $\rho$  müssen wir die Dichte von Seewasser,  $\rho = 1,028$  t/m<sup>3</sup>, einsetzen.

## Abb. 2: Die Titanic

Für den  $c_W$ -Wert der Unterwasser-Konstruktion von Schiffen hat man keine Vergleichsdaten. Wie erwähnt hat ein ideales Stromlinienprofil einen  $c_W$ -Wert von 0,05, der typische Wert für moderne Autos liegt bei 0,3, und ältere Kraftfahrzeug-Modelle weisen einen  $c_W$ -Wert von etwa 0,5 auf. Für unsere Rechnung gehen wir davon aus, dass der  $c_W$ -Wert moderner Autos einen Kompromiss zwischen optimierter Strömungsform und konstruktiv bedingten Einschränkungen darstellt. Wir nehmen also im Folgenden  $c_W = 0,3$  an.

Nun müssen wir noch die Frontfläche des Schiffs unter Wasser finden. Einer verdrängten Salzwassermenge von 46329 t entspricht ein Volumen von etwa  $V = 45000 \text{ m}^3$ . Denken wir uns den Schiffsrumpf als ein Prisma mit einer Länge von 269 m, so ist die unter Wasser liegende Frontfläche des Prismas  $A = V / L = 45000 \text{ m}^3 / 269 \text{ m} = 168 \text{ m}^2$ .

Damit haben wir alle Werte abgeschätzt, die zum Einsetzen in die Gleichung (2) erforderlich sind. Wir können nun die Höchstgeschwindigkeit der *Titanic* ermitteln. Es ergibt sich  $v = 11,3 \text{ m/s} = 40,7 \text{ km/h} = 22 \text{ Knoten}$  (1 Knoten = 1 Seemeile/h = 1,85 km/h). Unser Ergebnis lautet also:

*Die Höchstgeschwindigkeit der Titanic betrug 22 Knoten.*

Dieser Wert entspricht genau dem in der Literatur angegebenen Wert von 22,3 Knoten [5].

Wir können die Methode noch an einem anderen Schiff erproben, für das die entsprechenden Daten zur Verfügung stehen: dem Flugzeugträger *Nimitz*. Er hat eine Länge von 332 m und eine Wasserverdrängung von 81600 t (entspricht  $80000 \text{ m}^3$ ) [6]. Er wird von Kernreaktoren angetrieben, die eine maximale Leistung von  $280\,000 \text{ PS} = 206\,000 \text{ kW}$  liefern [7]. Mit dem gleichen Modell wie vorher erhalten wir eine Frontfläche unter Wasser von  $240 \text{ m}^2$ . Einsetzen in die Formel (2) ergibt eine Geschwindigkeit von  $18 \text{ m/s} = 64 \text{ km/h} = 35 \text{ kn}$ . Der tatsächliche Wert für die Höchstgeschwindigkeit der *Nimitz* liegt bei  $30 \text{ kn} = 56 \text{ km/h}$ . Wieder liegt unsere Abschätzung ganz in der Nähe des wirklichen Wertes.

Ein weiteres Beispiel für die Einbettung in interessante Kontext bietet die folgende Aufgabe, in dem das gleiche Verfahren mit leichten Modifikationen zum Ziel führt. Wir betrachten eine ganz andere Art von Schiff: Eine griechische Triere (Abb. 3). Es handelt sich dabei um einen Kriegsschiffstyp, der im 7. Jh. v. Chr. entwickelt wurde. Trieren waren Ruderschiffe mit einem Rammsporn am Bug, deren Besonderheit darin lag, dass die 170 Ruderer in drei übereinander angeordneten Reihen saßen. Weltgeschichtliche Bedeutung erlangten die Trieren in der Seeschlacht von Salamis. Athen hatte auf Themistokles' Initiative die Einkünfte der Silberminen bei Laurion dazu verwendet eine aus 200 Trieren bestehende Flotte aufzubauen. Durch ihre geschickte Taktik konnten die griechischen Trieren vor Salamis die vielfach überlegene persische Flotte des Großkönigs Xerxes besiegen. Wir fragen:

*Wie schnell fuhr eine griechische Triere?*

(a)

(b)

Abb. 3: Griechische Triere.  
(a) Antike Darstellung,  
(b) moderner Nachbau;  
Abbildungen aus [9].

Eine Triere war 38 m lang, 6,1 m breit und hatte einen Tiefgang von 90 cm [6]. Mit diesen Angaben können wir die Frontfläche unter Wasser abschätzen. Als Modell legen wir für den Schiffsrumpf unter Wasser ein gleichschenkliges Dreieck der Breite  $b = 6,1$  m und Höhe  $h = 0,9$  m zugrunde. Damit erhalten wir für die Fläche:  $A = \frac{1}{2} b h = 2,8 \text{ m}^2$ . Wie in den vorigen Beispielen setzen wir  $c_W = 0,3$  an.

Nun benötigen wir noch die Leistung der Ruderer, um aus (2) die Geschwindigkeit der Triere ermitteln zu können. Wir setzen (wie schon beim Fermi-Problem über Pyramiden [2]) die mechanische Leistung, die ein Mensch dauerhaft aufbringen kann, auf 100 W. Damit leisten die 170 Ruderer der Triere zusammen 17000 W.

Setzt man diese Werte in die Formel (2) ein, erhalten wir  $v = 3,4 \text{ m/s} = 12,2 \text{ km/h} = 6,6 \text{ kn}$ . Dies ist unser Ergebnis:

*Eine Triere mit 170 Ruderern konnte eine Geschwindigkeit von 6,6 Knoten erreichen.*

In der Literatur findet man als Geschwindigkeitsangabe einen Wert von 7 kn [6].

Ein interessanter Aspekt dieses Beispiels liegt in der Frage, worin der Vorteil einer Triere über ein Biere (zwei Rudererreihen übereinander) bestand. Lag er in der höheren Geschwindigkeit? Um diese Frage zu beantworten, nehmen wir an, dass ein Biere die gleichen Maße wie die Triere, aber nur  $\frac{2}{3}$  der Ruderer besaß. Die zum Antrieb verfügbare Leistung war daher um einen Faktor  $\frac{2}{3}$  geringer. Bilden wir das Verhältnis der beiden Geschwindigkeiten nach Formel (2), erhalten wir (außer der Leistung bleiben alle Faktoren gleich):

$$\frac{v_{\text{Triere}}}{v_{\text{Biere}}} = \sqrt[3]{\frac{P}{\frac{2}{3}P}} = 1,14. \quad (3)$$

Die Triere hatte also nur eine um 14% größere Geschwindigkeit. Der Unterschied ist deshalb so gering, weil die Geschwindigkeit nur mit der dritten Wurzel der Leistung wächst. An der höheren Geschwindigkeit kann es also nicht liegen, dass sich die Trieren nach Salamis allgemein durchgesetzt haben. Immerhin wurden sehr viel mehr ausgebildete Ruderer benötigt. Der Grund dürfte eher in der Fähigkeit zur größeren Beschleunigung und damit in der größeren Wendigkeit der Trieren liegen. Die überlegene Wendigkeit der griechischen Schiffe dürfte auch in der beengten Situation vor Salamis eine Rolle gespielt haben. Die Griechen konnten jedenfalls 300 persische Schiffe versenken (bei einem eigenen Verlust von 40 Schiffen), und die abendländische Geschichte konnte ihren Gang nehmen.

Zum Abschluss betrachten wir noch ein letztes Ruderschiff, und zwar das größte jemals gebaute. Es hieß *Tessarakonteres*, war 128 m lang und für 4000 (!) Ruderer gedacht [7]. Gebaut wurde es 210 v. Chr. in Alexandria für Ptolemaios III. Tatsächlich wurde es aber nie genutzt.

Schätzen wir die Geschwindigkeit dieses Schiffes ab. Es handelte sich um eine Trimaran-Galeere, und in Abwesenheit genauerer Daten nehmen wir an, dass jeder der drei Rümpfe doppelt so breit war wie eine Triere und den doppelten Tiefgang besaß. Damit war die Front-

fläche unter Wasser  $A = 3 \cdot \frac{1}{2} \cdot 12 \text{ m} \cdot 1,8 \text{ m} = 33 \text{ m}^2$ . Für  $c_W$  nehmen wir wieder den Wert von 0,3 an.

Die 4000 Ruderer konnten (wenn sie sich überhaupt koordinieren ließen) eine Leistung von 400 000 W erbringen. Setzen wir diese Werte ein, kommen wir auf eine Geschwindigkeit von  $4,3 \text{ m/s} = 15 \text{ km/h} = 8,3 \text{ kn}$ . Trotz des geradezu unglaublichen Aufwands gelingt kaum eine Geschwindigkeitssteigerung gegenüber der Triere; wegen der Koordinationsschwierigkeiten beim Rudern ist sogar eine noch niedrigere Geschwindigkeit anzunehmen.

#### 4. Wind beim 100 m-Lauf

Ein Kontext aus dem Bereich des Sports bietet das letzte Beispiel, in dem wir die Strömungswiderstandsformel anwenden wollen. Wir stellen uns die Frage:

*Um wie viel beeinflusst Rücken- oder Gegenwind die Zeit beim 100 m-Lauf?*

Dass ein Läufer bei Rückenwind eine bessere Zeit und bei Gegenwind eine schlechtere Zeit erzielt, ist offensichtlich. Aber wie schlägt sich der Einfluss des Windes quantitativ in der gelaufenen Zeit nieder? Ist die sportliche Leistung von Maurice Greene, der seinen Weltrekord von 9,79 s am 16. 6. 1999 bei 0,1 m/s Rückenwind aufstellte, größer als die von Donovan Bailey, der am 19. 7. 1997 eine Zeit von 10,03 s bei 2,1 m/s Gegenwind schaffte? Eine Frage, die sich nicht ohne weiteres beantworten lässt. Sportler gehen davon aus, dass 2 m/s Rückenwind einen Vorteil von etwa einer Zehntelsekunde bringen. Aber lässt sich dieser Wert auch physikalisch begründen?

Zur Klärung des Problems gehen wir wieder von der Strömungswiderstandsformel (1) aus. In ihr bezeichnet  $v$  die Relativgeschwindigkeit zwischen dem umströmten Körper (hier: Läufer) und dem Medium (Luft). Üblicherweise werden die Geschwindigkeiten von Wind und Läufer auf das Stadion bezogen, und so schreiben wir  $v = v_L - v_W$ . Dabei ist die Geschwindigkeit  $v_L$  des Läufers, die als positiv angenommen wird (Abb 4).  $v_W$  ist die Windgeschwindigkeit. Ist  $v_W > 0$ , bedeutet das Rückenwind;  $v_W < 0$  heißt Gegenwind.

Abb. 4: Geschwindigkeit von Läufer und Wind

Die vom Läufer gegen den Luftwiderstand erbrachte Leistung  $P_L$  ist bei konstanter Relativgeschwindigkeit  $v$

$$P_L = F \cdot v = k \cdot v^3,$$

mit der Abkürzung  $k = \frac{1}{2} \rho A c_W$ . Einsetzen von  $v = v_L - v_W$  führt auf

$$P_L = k \cdot (v_L - v_W)^3$$

Die im Sport typischen Geschwindigkeiten sind  $v_L \approx 10 \text{ m/s}$  und  $v_W \approx 1 \text{ m/s}$ , so dass wir beim Ausmultiplizieren der Klammer nur die Terme niedrigster Ordnung in  $v_W$  berücksichtigen. Damit wird

$$\begin{aligned} P_L &= P_{L0} + P_{LW} \\ &\approx k \cdot v_L^3 - 3 k \cdot v_L^2 v_W. \end{aligned}$$

Der Term  $P_{L0}$  ist derjenige Anteil der gegen den Luftwiderstand zu erbringenden Leistung, der unabhängig von der Windgeschwindigkeit ist. Der zweite Term beschreibt die durch den Einfluss des Windes bedingte Korrektur.

Wie modellieren wir nun die „Bremswirkung“ des Luftwiderstandes? Wir nehmen an, dass die maximale Leistung  $P_{ges}$ , die ein Sprinter über die kurze Zeit von 10 Sekunden erbringen kann, durch physiologische Grenzen beschränkt ist. Ein Teil  $P_L = P_{L0} + P_{LW}$  dieser Leistung wird zum Überwinden des Luftwiderstands benötigt und steht daher nicht für die eigentliche Laufleistung  $P_{lauf}$  zur Verfügung. Wir schreiben

$$P_{ges} = P_{lauf} + P_{L0} + P_{LW} \quad (4)$$

$\begin{array}{ccc} = \text{const} & \text{bestimmt} & \text{hängt vom} \\ & \text{die Zeit} & \text{Wind ab} \end{array}$

Wir nehmen weiter an, dass die Laufleistung bei konstanter Geschwindigkeit (die zur Bewegung der Muskeln vom Körper erbrachte physiologische Leistung) proportional zur Laufgeschwindigkeit ist:  $P_{lauf} \sim v$  (d. h.: je schneller man läuft, um so mehr muss man sich anstrengen). Mit dieser Annahme und  $v = s / t$  ist die für die Strecke  $s = 100$  m benötigte Zeit  $t$  umgekehrt proportional zur Laufleistung:

$$t = c / P_{lauf}$$

(mit der Proportionalitätskonstanten  $c$ ). Nun setzen wir Gleichung (4) ein:

$$t = c / (P_{ges} - P_{L0} - P_{LW}). \quad (5)$$

Wir möchten nun den Zeitunterschied mit und ohne Wind berechnen. Dazu bezeichnen wir mit  $t_w$  die 100 m-Zeit mit Windgeschwindigkeit  $v_w$  und mit  $t_0$  die entsprechende Zeit ohne Wind (d. h. ohne den Term  $P_{LW}$  in (5)).  $\Delta t = t_w - t_0$  ist die Größe, die uns interessiert, nämlich der durch den Wind verursachte Laufzeitunterschied.

Aus (5) folgt:

$$\frac{1}{t_0} - \frac{1}{t_w} \equiv \frac{\Delta t}{t_w \cdot t_0} = \frac{P_{LW}}{c}.$$

Um  $c$  zu eliminieren, setzen wir ein:  $t_0 = c / (P_{ges} - P_{L0}) \approx c / P_{ges}$ . Benutzen wir von oben  $P_{LW} = -3/2 \rho A c_w v_L^2 v_w$ , erhalten wir unser erstes Ergebnis:

*Die durch den Wind verursachte Zeitdifferenz beim 100 m-Lauf beträgt*

$$\Delta t = -\frac{3}{2} \rho \cdot A \cdot c_w \frac{v_L^2 v_w}{P_{ges}} \cdot t_w. \quad (6)$$

Als einzige unbekannte Größe steckt in dieser Formel noch die Gesamtleistung des Sprinters. Um sie abzuschätzen, greifen wir auf die Erfahrung zurück, dass ein Sprinter seine Endgeschwindigkeit  $v = 10$  m/s nach einer Strecke  $a$  erreicht, die etwa 10 m beträgt. Wir schätzen seine maximale Leistung durch die in dieser Beschleunigungsphase aufgebrauchte mittlere Leistung ab. Bei konstanter Beschleunigung ist die Endgeschwindigkeit nach einer Zeit  $t = 2 a / v = 2$  s erreicht. Die während dieser Zeit erbrachte mittlere Leistung ist:

$$\begin{aligned} \bar{P} &= \frac{1}{t} W_{kin}(t) - W_{kin}(0) \\ &= \frac{1}{t} \cdot \frac{1}{2} m v^2 \\ &= 2000 \text{ W}, \end{aligned}$$

wobei wir eine Läufermasse von 80 kg angesetzt haben. Berücksichtigt man, dass der Wirkungsgrad des menschlichen Körpers bei ungefähr einem Drittel liegt, kommt man auf eine physiologische Leistung von etwa 6000 W, die der Körper des Sprinters zu erbringen hat.

Damit können wir nun an die Auswertung der Formel (6) gehen. Für Frontfläche und Widerstandsbeiwert des Sprinters nehmen wir  $A = 0,5 \text{ m}^2$  und  $c_w = 0,5$  an. Damit erhalten wir das gesuchte Ergebnis

$$\Delta t = -0,081 \frac{\text{s}^2}{\text{m}} \cdot v_w. \quad (7)$$

Setzen wir nun einen konkreten Zahlenwert für die Windgeschwindigkeit  $v_w$  ein, z. B.  $v_w = +1 \text{ m/s}$  (d. h. Rückenwind), ergibt sich  $\Delta t = -0,08 \text{ s}$ . Danach gilt also:

*Ein Rückenwind von 1 m/s bedeutet einen Zeitvorteil von 8 Hundertstel Sekunden.*

Diese Zahl liegt in der gleichen Größenordnung wie der oben erwähnte Erfahrungswert von 5 Hundertstel Sekunden. Durch unsere Abschätzung sind wir in der Lage, die Größenordnung dieses Wertes durch physikalische Überlegungen zu stützen. Um auf das eingangs erwähnte Beispiel zurückzukommen: Die bei 2,1 m/s Gegenwind erzielte Zeit von Donovan Bailey (10,03 s) lässt sich mit unserer Formel auf 9,86 s bei Windstille „korrigieren“, was immer noch um 2 Hundertstel langsamer ist als die vom gleichen Athleten ein Jahr vorher bei den Olympischen Spielen in Atlanta erzielte Zeit.

Interessant ist auch der Vergleich unserer Formel (6) mit einer von Mureika [9] aus einem ganz andersartigen Modell abgeleiteten Gleichung:

$$t_0 = t_w \left[ 1,027 - 0,027 \left( 1 - \frac{v_w \cdot t_w}{100 \text{ m}} \right)^2 \right],$$

die sich in niedrigster Ordnung in  $v_w$  zu

$$\Delta t = -0,054 \frac{\text{s}^2}{\text{m}} \cdot v_w$$

vereinfacht. Sie kommt dem Erfahrungswert näher als unsere Formel (7). In [9] sind auch verschiedene 100 m-Zeiten mit den dazu gehörenden Windgeschwindigkeiten zusammengestellt (s. auch unter [www.iaaf.org](http://www.iaaf.org)).

- [1] Muckenfuß, Lernen im sinnstiftenden Kontext, Cornelsen, Berlin (1995).
- [2] R. Müller, *Fermi-Probleme als Beitrag zu einer neuen Aufgabenkultur*, in diesem Heft.
- [3] R. Müller, *Fermi-Probleme in fächerübergreifenden Kontexten*, in diesem Heft.
- [4] Robert Bosch GmbH (Hrsg.): *Kraftfahrzeugtechnisches Taschenbuch*, 20. Auflage, VDI-Verlag, Düsseldorf (1987).
- [5] Brockhaus Enzyklopädie, 19. Auflage Mannheim (1993).
- [6] Encyclopaedia Britannica, CD-ROM Edition 1999, Artikel: *The Technology of War*.
- [7] Guinness Buch der Rekorde, Deutsche Ausgabe 1983, Ullstein, Frankfurt 1983.
- [8] C. Meier, *Athen – ein Neubeginn der Weltgeschichte*, Siedler Verlag, Berlin 1993.
- [9] J. R. Mureika, „*Back-of-the-envelope*“ *wind and altitude correction for 100 metre sprint times*, <http://arXiv.org/abs/physics/0006057>