

Das Global Positioning System und der Ätherwind

Rainer Müller

Didaktik der Physik, Universität München, Schellingstr. 4, D-80799 München, Germany

1. Einleitung

In den meisten Relativitätstheorie-Kursen wird die Einsteinsche Theorie ihrem historischen Vorläufer, der **Äthertheorie** gegenübergestellt [1]. Im 19. Jahrhundert hatte sich durch die Interferenzversuche Youngs und Fresnels die Wellentheorie des Lichts durchgesetzt. Maxwell war es gelungen, die Theorien von Elektrizität und Magnetismus zu vereinigen. Aus seiner Elektrodynamik konnte er ableiten, dass sich elektromagnetische Wellen mit Lichtgeschwindigkeit ausbreiten.

Die allgemeine Annahme war: Jede Welle braucht ein Medium, in dem sie sich ausbreitet. Bei Wasserwellen pflanzt sich die Welle im Wasser, bei Schallwellen in der Luft fort. Aufgrund dieser Vorstellung wurde auch für die elektromagnetischen Wellen ein Trägermedium postuliert, das man den **Äther** nannte.

Eine Schallwelle hat in Bezug auf die Luft, in der sie sich ausbreitet, eine ganz bestimmte Geschwindigkeit. Wenn es windig ist, bewegen sich Medium und Schallquelle relativ zueinander. Die Windgeschwindigkeit addiert sich dann zur Schallgeschwindigkeit. Ähnlich breitet sich nach der Äthertheorie das Licht *nur im Ruhssystem des Äthers* mit der Geschwindigkeit c aus. Eine Bewegung der Lichtquelle mit der Geschwindigkeit v relativ zum Äther sollte sich durch Nachweis eines entsprechenden „**Ätherwinds**“ feststellen lassen: In Bewegungsrichtung würde sich das Licht mit der Geschwindigkeit $c + v$ ausbreiten, in Gegenrichtung mit $c - v$.

Wegen der Bahnbewegung der Erde um die Sonne konnte man nicht annehmen, dass die Erde in Bezug auf den Äther ruht. Durch den „Ätherwind“ sollte die Lichtgeschwindigkeit auf der Erde in verschiedenen Richtungen unterschiedlich sein. Eine Reihe von Experimenten wurde durchgeführt, um diese Vorhersage zu überprüfen. Ein Anstoß zur Entwicklung der Speziellen Relativitätstheorie ging vom negativen Resultat dieser Experimente aus.

Das bekannteste dieser Experimente ist das **Michelson-Morley-Experiment** (1881/87). Im Rückblick erscheint es als das Experiment, das die Widerlegung der Äthertheorie brachte. Auch vom heutigen Standpunkt ist die extreme Sorgfalt und Präzision in der Durchführung des Experiments beeindruckend (z. B. wurde zur Vermeidung von Erschütterungen der gesamte Versuchsaufbau in einer Quecksilberwanne gelagert und für die Dauer des Experiments der Verkehr in Cleveland angehalten). Einstein selbst sagte jedoch aus, dass das Michelson-Morley-Experiment keinen großen Einfluss auf die Entwicklung der Relativitätstheorie gehabt habe.

Der enorme technische Aufwand zur Durchführung eines Ätherwind-Experiments lässt eine experimentelle Widerlegung der Ätherwind-Hypothese im Unterricht nicht zu. Selbst der technische Fortschritt eines Jahrhunderts hat hier nicht viel weitergeholfen. Es gibt jedoch eine alternative Möglichkeit, die Äthertheorie zu testen [3]. Die Möglichkeit der Positionsbestimmung mit dem **Global Positioning System (GPS)** kann als Ätherwind-Experiment interpretiert werden. Allein die Tatsache, dass man per Satellitennavigation seine Position auf 100 m genau bestimmen kann, zeigt, dass die Annahme der Mitführung des Lichts durch den Äther falsch sein muss.

Natürlich ist die Idee, das GPS als Test der speziellen Relativitätstheorie zu benutzen nicht neu [4]. Die Entwickler des Systems mussten die relativistische Zeitdilatation berücksichtigen. Es wurde sogar vorgeschlagen, Effekte der allgemeinen Relativitätstheorie mit dem GPS zu messen [5]. Nach meiner Meinung ist es aber für den Unterricht sinnvoll, so einfach wie möglich darzulegen, warum und wie das GPS als ein Ätherwind-Experiment aufgefasst werden kann. Das soll im Abschnitt 3 zuerst qualitativ geschehen und in Abschnitt 4 mit einem einfachen quantitativen Modell erweitert werden. Zuvor muss aber noch diskutiert werden, wie die Ortsbestimmung mit dem GPS überhaupt funktioniert [6].

2. Das Global Positioning System

Das Global Positioning System (GPS) war ursprünglich nur für militärische Aufgaben konzipiert. Es handelt sich dabei um ein System von 24 Satelliten, die in 20 000 km Höhe die Erde einmal in 12 Stunden umkreisen. Jeder Satellit hat vier Atomuhren an Bord und sendet Radiosignale, aus denen man seine Position bestimmen kann.

Um das GPS zu nutzen, benötigt man einen Empfänger für die Satellitensignale. In ihm befindet sich eine Uhr, die sehr genau mit den Satellitenuhren synchronisiert sein muss. Die **Positionsbestimmung** verläuft dann folgendermaßen: Jeder Satellit sendet ein Signal, aus dem seine aktuelle Position hervorgeht sowie die genaue Uhrzeit, zu der es gesendet wurde.

Das Signal eines bestimmten Satelliten, das sich mit Lichtgeschwindigkeit c ausbreitet, gelangt nach einer Laufzeit t_1 zum Empfänger. Dieser kann aus der Laufzeit die Entfernung $s_1 = c t_1$ zum Satelliten bestimmen. Dies schränkt die mögliche Position des Empfängers auf eine Kugel ein. Diese besteht aus allen Punkten, die den Abstand s zum Satelliten besitzen (Abb. 1).

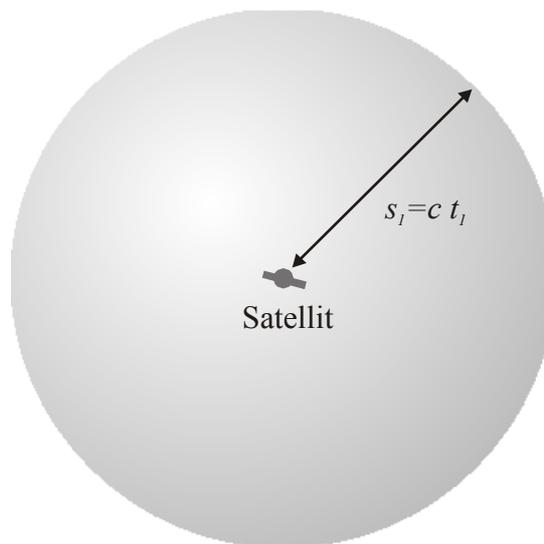


Abb. 1: Die möglichen Empfängerpositionen nach der Laufzeitmessung liegen auf der Oberfläche einer Kugel mit Radius $s_1 = c t_1$ um den Satelliten.

Der Ort des Empfängers kann weiter eingegrenzt werden, wenn man nach dem gleichen Verfahren den Abstand zu einem **zweiten Satelliten** bestimmt, was eine zweite Kugel mit Radius $s_2 = c t_2$ ergibt. Jetzt kann sich der Empfänger nur auf dem Schnittkreis der beiden Kugeln befinden. Wiederholt man das Verfahren mit einem dritten Satelliten, kann man seine Position schließlich exakt bestimmen: Es ist der Punkt, in dem sich alle drei Kugeln schneiden (Abb. 2).

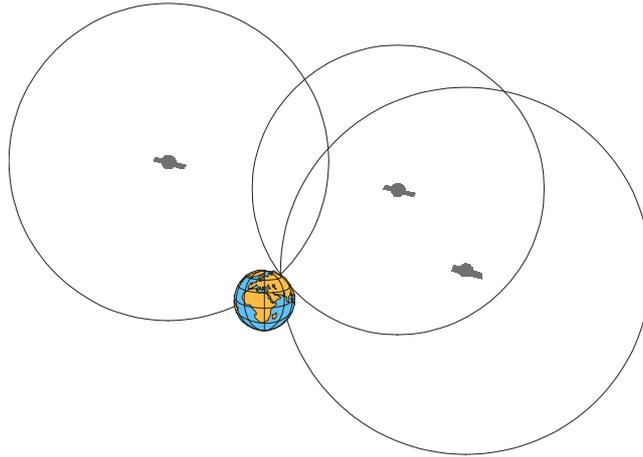


Abb. 2: Der Empfänger befindet sich am Schnittpunkt der drei durch Laufzeitmessungen bestimmten Kugeln. Der Übersichtlichkeit halber beschränken wir uns in dieser und den nachfolgenden Abbildungen auf zwei Dimensionen.

Damit die Laufzeit zwischen Satellit und Empfänger exakt bestimmt werden kann, müssen beide Uhren sehr genau synchronisiert sein. Ein Gangunterschied von nur $1 \mu\text{s}$ kann einen Fehler von bis zu 300 m in der Ortsbestimmung bedeuten. Die Quarzuhr im Empfänger lässt sich aber nicht dauerhaft so genau mit den Atomuhren in den Satelliten synchronisieren. Daher muss man zu einem Trick greifen: Man führt die Positionsbestimmung zunächst mit der ungenauen Zeit des Empfängers durch. Wegen der falsch bestimmten Entfernungen schneiden sich dann nicht alle drei Kreise in einem Punkt (Abb. 3 a)). Nun wird die Uhr des Empfängers so lange verstellt, bis dies der Fall ist (Abb. 3 b)). Nun hat man neben der Ortsbestimmung auch noch die genaue Zeit ermittelt. In diesem Sinn ist die Satellitennavigation ein spezieller Fall einer Uhrensynchronisation.

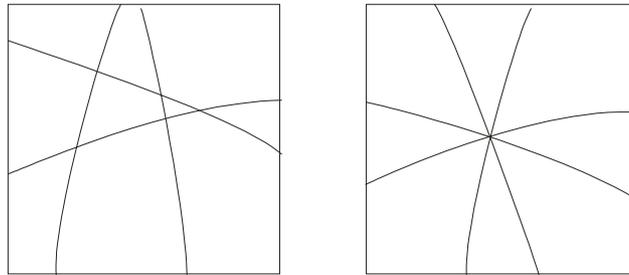


Abb. 3 Ortsbestimmung mit (a) ungenauer Uhrensynchronisation, (b) exakter Uhrensynchronisation

3. Satellitennavigation und Ätherwind

Wie kann man mit der Satellitennavigation die Ätherwind-Hypothese testen? Betrachten wir ein Signal (z. B. „12 Uhr“), das als ein Radiowellenpuls vom Satelliten ausgeht. Nach der Äthertheorie wird die Geschwindigkeit des Ätherwinds \vec{v} zur Lichtgeschwindigkeit hinzuaddiert. Wenn wir annehmen, dass sich der Puls kugelförmig ausdehnt, lässt sich seine Ausbreitung seiner Front beschreiben durch die Gleichung:

$$\begin{aligned} \vec{x}_{\text{Äther}}(t) &= (c \cdot \vec{e}_r + \vec{v})t \\ &= \vec{x}_{\text{kein Äther}}(t) + \vec{v}t. \end{aligned} \quad (1)$$

Vergleichen wir dies mit der Situation in Abb. 1. Die Fläche mit der Front des Signals zur Zeit t_1 ist eine Kugeloberfläche, deren Ursprung um $\vec{v}t_1$ gegenüber dem ursprünglichen Kugelmittelpunkt verschoben ist (Abb. 4). Ein Empfänger, der eine Laufzeit t_1 misst, wird fälschlich schließen, dass er sich irgendwo auf der Oberfläche der verschobenen Kugel befindet.

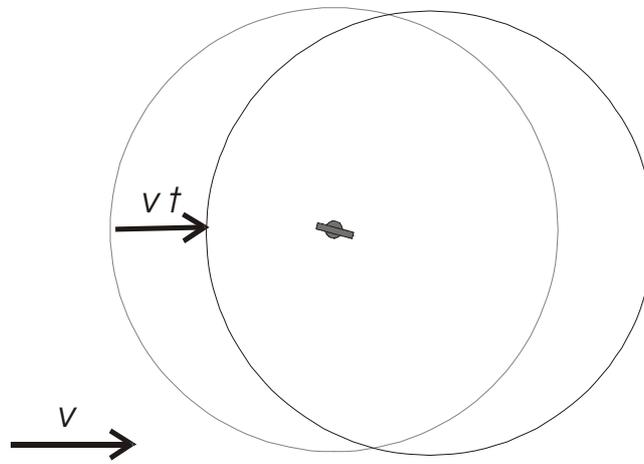


Abb. 4: Unter dem Einfluss des Ätherwinds verschiebt sich der kugelförmige Puls um eine Strecke $\vec{v}t_1$.

Das Gleiche gilt für die restlichen Laufzeitmessungen. Der Einfachheit halber gehen wir noch einmal von perfekt synchronisierten Uhren aus, d. h. dass nur drei Messungen notwendig sind. Die entsprechenden Kugeln werden um die Strecken $\vec{v}t_2$ bzw. $\vec{v}t_3$ verschoben. Nun sind irdische Distanzen sehr klein verglichen mit 20 000 km Entfernung zu den Satelliten. Wir können also in guter Näherung davon ausgehen, dass die Laufzeiten etwa gleich sind: $t_1 \approx t_2 \approx t_3 \equiv t$. Das bedeutet, dass alle Kreise um den gleichen Betrag $\vec{v}t$ verschoben werden (Abb. 5). Das Ergebnis ist klar: Würde die Mitführung des Lichts durch den Ätherwind tatsächlich stattfinden, so würde der GPS-Empfänger eine Position bestimmen, die um $\vec{v}t$ von der wahren Position abweicht. Auf diese Weise würde der Einfluss des Ätherwinds auf die Lichtausbreitung nachweisbar werden.

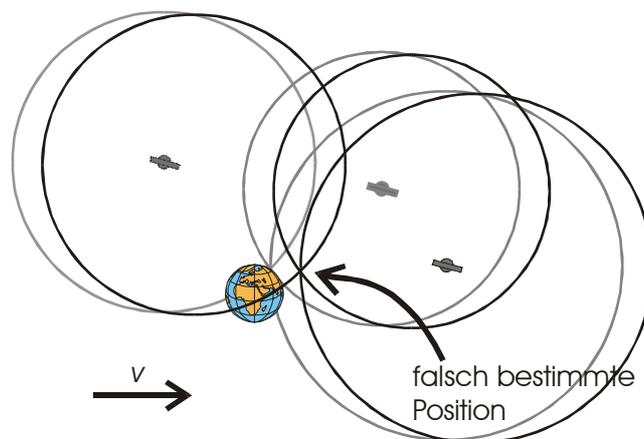


Abb. 5: Positionsbestimmung ohne (schwarz) und mit Ätherwind (grau). Alle Kugeln werden um die Strecke $\vec{v}t$ verschoben.

Schätzen wir die Größenordnung des Effekts ab. Die Erde umkreist die Sonne mit einer Geschwindigkeit von 30 km/s. Die Laufzeit eines Satellitensignals ist daher $t \approx 20\,000 \text{ km} / (300\,000 \text{ km/s}) = 0,067 \text{ s}$. Daher würde die vom Empfänger bestimmte Position von der wahren Position um $\vec{v}t = 2 \text{ km}$ abweichen. In Wirklichkeit sind die mit GPS bestimmten Positionen sehr viel genauer. Die Genauigkeit beträgt etwa 100 m, also 5% der nach der Äthertheorie erwarteten Abweichung. Das bedeutet, dass jeden Tag Tausende von erfolgreich durchgeführten GPS-Positionsbestimmungen die Äthertheorie widerlegen.

Eine Bemerkung ist jedoch noch angebracht: Damit die angegebene Argumentation gilt, darf die Landkarte, mit der wir unsere wirkliche Position bestimmen, natürlich nicht ebenfalls mit Hilfe des GPS erstellt sein, denn sonst würde sie die gleiche Abweichung aufweisen. Glücklicherweise haben Generationen von Landvermessern eine sichere Kartenbasis auf konventionelle Weise erstellt.

4. Ein einfaches quantitatives Modell

Um die obigen Überlegungen noch etwas zu vertiefen, betrachten wir ein einfaches quantitatives Modell der GPS-Navigation. Zwei Satelliten A und B sollen sich im Abstand von je 20000 km links und rechts der Erde befinden (Abb. 6). Ihre Positionen werden mit x_A and x_B bezeichnet. Sie sollen gleichzeitig ein Signal aussenden, das vom Empfänger zu den Zeiten t_1 und t_2 empfangen wird.

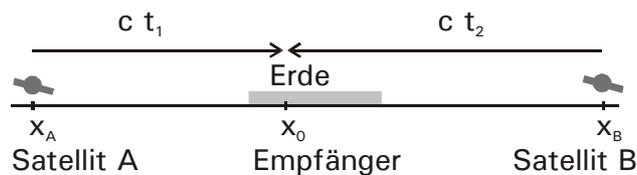


Abb. 6: Geometrie des einfachen Modells

Der Empfänger kann seine unbekannte Position x_0 aus den folgenden Gleichungen bestimmen:

$$\begin{aligned} x_0 &= x_A + c t_1, & \text{(Signal von Satellit A)} \\ x_0 &= x_B - c t_2. & \text{(Signal von Satellit B)} \end{aligned} \quad (2)$$

Addieren der beiden Gleichungen ergibt:

$$x_0 = \frac{1}{2}(x_A + x_B) + \frac{1}{2}c \Delta t. \quad (3)$$

Der Ort des Empfängers kann daher aus den bekannten Satellitenpositionen x_A and x_B und der gemessenen Zeitdifferenz $\Delta t = t_1 - t_2$ der beiden Signale berechnet werden.

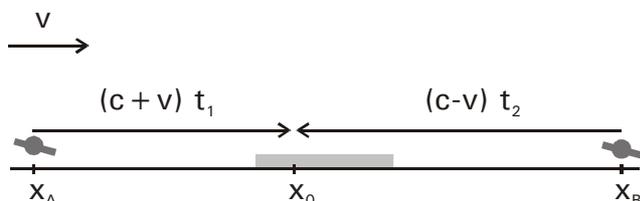


Abb. 7: Ortsbestimmung mit Ätherwind

Wie ändert sich das Ergebnis, wenn man den Einfluss des Ätherwinds berücksichtigt? Wir nehmen an, dass der Ätherwind von links kommt, so dass sich Signale von Satellit A mit der Geschwindigkeit $c + v$ ausbreiten, während Signale von Satellit B die Geschwindigkeit $c - v$

besitzen (Abb. 7). Wir bezeichnen die mit Ätherwind bestimmte Position durch x'_0 . Die Ausbreitungsgleichungen nehmen nun die folgende Gestalt an:

$$\begin{aligned}x'_0 &= x_A + (c + v)t_1, \\x'_0 &= x_B - (c - v)t_2.\end{aligned}\tag{4}$$

Addieren der Gleichung führt auf

$$\begin{aligned}x'_0 &= \frac{1}{2}(x_A + x_B) + \frac{1}{2}c\Delta t + \frac{1}{2}v(t_1 + t_2) \\&= x_0 + \frac{1}{2}v(t_1 + t_2).\end{aligned}\tag{5}$$

In der letzten Zeile wurde (3) benutzt. Wenn wir, wie im letzten Abschnitt, in Anbetracht der beteiligten Größenordnungen $t_1 \approx t_2$ nähern, erhalten wir das gleiche Ergebnis wie in der qualitativen Betrachtung: Die beiden Ortsbestimmungen x_0 and x'_0 unterscheiden sich um $v t = 2$ km. Das hier betrachtete Modell hat also die qualitativ gewonnenen Schlüsse aus dem vorigen Abschnitt bestätigt.

Man kann die oben gemachte Näherung $t_1 \approx t_2$ noch etwas ausführlicher begründen. Wir subtrahieren dazu die beiden Gleichungen (4). Das ergibt.

$$0 = x_A - x_B + c(t_1 + t_2) + v(t_1 - t_2).\tag{6}$$

Nun ist immer $|t_1 - t_2| < t_1 + t_2$ und zusätzlich $v \ll c$. Der letzte Term in (6) kann daher vernachlässigt werden, so dass sich $t_1 + t_2 \approx (x_B - x_A)/c$ ergibt. Wenn wir dies in (5) einsetzen, erhalten wir für den Unterschied zwischen wahrer und erschlossener Position:

$$x'_0 - x_0 = \frac{v}{c} \cdot \frac{1}{2}(x_B - x_A).\tag{7}$$

Diese Gleichung zeigt, dass die Abweichung der mit GPS bestimmten Position von der wahren Position ein Effekt erster Ordnung in v/c ist [7]. Der Effekt (bzw. seine Abwesenheit) kann wegen der sehr großen Distanzen relativ einfach nachgewiesen werden: $(x_B - x_A)$ beträgt 40 000 km.

Dank:

Ich möchte mich bei Jakob Reichel, Universität München, für das einfache Modell zur GPS-Navigation bedanken.

[1] Für einen historischen Überblick vgl.: J. Stachel, *History of Relativity*, in: L. M. Brown, A. Pais, B. Pippard (eds.) *Twentieth Century Physics*, IOP/AIP (Bristol, Philadelphia, New York) 1995; E. T. Whittaker, *A History of the Theories of Aether and Electricity*, Harper Torchbooks, New York, 1960.

[2] Vgl. den zweiten Absatz von Einsteins Originalarbeit: A. Einstein, *Zur Elektrodynamik bewegter Körper*, Ann. d. Phys. **17**, 891-921 (1905).

[3] Es gibt verschiedene Varianten der Äthertheorie, unter anderem auch solche, die in ihren experimentellen Aussagen vollkommen äquivalent zur Relativitätstheorie sind (s. auch Fussnote 7). In diesem Artikel wird nur die einfachste Version der Äthertheorie betrachtet (also diejenige, die für die Schule am ehesten relevant ist).

[4] Die gleiche Idee findet man z. B. bei der Diskussion der Universal Time Coordinated (UTC) und des LORAN-C-Netzwerks in R. Sexl, H. K. Schmidt: *Raum, Zeit, Relativität*, Vieweg, Braunschweig, 1978.

[5] N. Ashby, in *Matters of Gravity 9* (1997), erhältlich unter preprints.cern.ch/archive/electronic/gr-qc/9702/9702010.pdf

[6] Eine Reihe guter Erklärungen findet man auch im Netz, z. B. unter www.trimble.com/gps/index.htm.

[7] Das Michelson-Morley-Experiment ist von zweiter Ordnung in v/c , und das hatte wichtige Konsequenzen. Lorentz' ursprüngliche Theorie war in der Lage, das negative Resultat von Experimenten erster Ordnung (wie dem hier vorgestellten) zu erklären. Er hatte dazu aber komplizierte Annahmen einzuführen, z. B. eine nicht realistisch interpretierte „lokale Zeit“ in die Lösungen der Maxwell-Gleichung. In ihrer ursprünglichen Form sagte die Lorentzsche Theorie ein von Null verschiedenes Ergebnis für Experimente zweiter Ordnung voraus. Die Theorie konnte aber mit deren negativem Ausgang durch die Kontraktionshypothese in Übereinstimmung gebracht werden.