Prof. Dr. Wolfram Brenig
Alexander Schwenke
Erik Wagner

Abgabe: Di., 01.02.2022 bis 11:30 Uhr in Stud.IP

Übungsblätter gibt es unter `https://lnk.tu-bs.de/HVwt0v`.

43. **Wissensfragen (3 Punkte)**

    (a) Wodurch wird ein quantenmechanischer Zustand beschrieben, wodurch ein klassischer? Wie wird in beiden Fällen die Zustandssumme berechnet?

44. **Virialentwicklung (10 Punkte)**

    Die Wechselwirkung der Teilchen eines Gases werde näherungsweise durch folgendes Potential beschrieben:

$$w(r) = \begin{cases} \infty & \text{wenn } r \leq d \\ -\epsilon & \text{wenn } d < r \leq 2d \\ 0 & \text{wenn } 2d < r \end{cases}$$

    (a) Berechnen Sie für dieses Potential den (klassischen) zweiten Virialkoeffizienten.
    (b) Stellen Sie damit die Zustandsgleichung $P = P(N, V, T)$ auf.
    (c) Berechnen Sie dann die Energie $E = E(N, V, T)$ und die Wärmekapazität C_V in gleicher Ordnung.

45. **Das van-der-Waals-Gas und kritische Exponenten (10 Punkte)**

    In der van-der-Waals-Theorie wird ein reales Gas durch die van-der-Waals'sche Zustandsgleichung beschrieben:

$$Nk_BT = \left(P + \frac{aN^2}{V^2}\right)(V - bN),$$

    wobei a, b Konstanten sind, die man aus der Virialentwicklung gewinnt.[1]

    (a) Bringen Sie die van-der-Waals'sche Zustandsgleichung in die reduzierte Form. Bestimmen Sie dafür die Werte am kritischen Punkt (P_c, V_c, T_c).
    (b) Nutzen Sie eine geeignete Taylorentwicklung um den kritischen Punkt des van-der-Waals-Gases herum und zeigen Sie, dass der Druck entlang der kritischen Isothermen ($T = T_c$) durch ein Potenzgesetz beschrieben werden kann:

$$P - P_c \propto (n - n_c)^\delta.$$

    Bestimmen Sie auch den kritischen Exponenten δ.
    (c) Bestimmen Sie für die Kompressibilität κ_T die Temperaturabhängigkeit nahe der kritischen Temperatur T_c wobei $V = V_c$ gelten soll. Sie sollten folgendes Potenzgesetz erhalten:

$$\kappa_T \propto (T - T_c)^{-\gamma}.$$

46. **Fermionen (7 Punkte)**

    Die Entropie eines Systems sei gegeben durch

$$S = -k \sum \left\{ \langle n_s(\vec{p}) \rangle \, \ln \langle n_s(\vec{p}) \rangle + [1 - \langle n_s(\vec{p}) \rangle] \, \ln[1 - \langle n_s(\vec{p}) \rangle] \right\}.$$

    Finden Sie die Verteilung $\langle n_s(\vec{p}) \rangle$,bei der die Entropie maximal wird unter den Nebenbedingungen $\sum \langle n_s(\vec{p}) \rangle = N$ und $\sum \epsilon_s(\vec{p}) \langle n_s(\vec{p}) \rangle = E$.

[1] a ist als Kohäsionsdruck und b als Kovolumen bekannt