

Abgabe: Di., 18.01.2022 bis 11:30 Uhr in Stud.IP

Übungsblätter gibt es unter <https://lnk.tu-bs.de/HVwt0v>.

35. Wissensfragen (4 Punkte)

- (a) Wodurch ist ein isoliertes System im Gleichgewicht charakterisiert?
- (b) Beschreiben Sie eine reversible und eine irreversible Möglichkeit, das ideale Gas isotherm zu expandieren.
- (c) Zeigen Sie unter Verwendung totaler Differentiale für eine Funktion $z(x, y)$, dass

$$\left(\frac{\partial x}{\partial y}\right)_z \left(\frac{\partial y}{\partial z}\right)_x \left(\frac{\partial z}{\partial x}\right)_y = -1 \quad (1)$$

gilt. Nehmen Sie dafür an, dass alle notwendigen Ableitungen existieren.

36. Thermodynamische Relationen (10 Punkte)

Thermodynamische Relationen ermöglichen es die Änderungen bestimmter Zustandsgrößen in die Änderungen von anderen Zustandsgrößen umzurechnen. Dies ist u. a. dann nützlich, wenn bestimmte Größen leichter zu bestimmen sind (ob experimentell oder theoretisch) als andere. Nutzen Sie die Definitionen

$$\alpha = \frac{1}{V} \frac{\partial V}{\partial T}, \quad \kappa_S = -\frac{1}{V} \left(\frac{\partial V}{\partial P}\right)_S \quad \text{und} \quad \kappa_T = -\frac{1}{V} \left(\frac{\partial V}{\partial P}\right)_T \quad (2)$$

und beweisen Sie folgende Relationen:

(a)

$$\left(\frac{\partial \mu}{\partial V}\right)_{N,T} = -\frac{\left(\frac{\partial N}{\partial V}\right)_{\mu,T}}{\left(\frac{\partial N}{\partial \mu}\right)_{V,T}} \quad (3)$$

(b)

$$C_p = \frac{TV\alpha^2}{\kappa_T - \kappa_S} \quad (4)$$

(c)

$$C_V = \frac{TV\alpha^2}{(\kappa_T - \kappa_S) \kappa_T} \quad (5)$$

(d)

$$\left(\frac{\partial C_p}{\partial P}\right)_{T,N} = -TV \left(\alpha^2 + \left(\frac{\partial \alpha}{\partial T}\right)_{P,N} \right) \quad (6)$$

(e)

$$\left(\frac{\partial \kappa_T}{\partial T}\right)_{P,N} = -\left(\frac{\partial \alpha}{\partial P}\right)_{T,N} \quad (7)$$

37. Gleichgewichte in inhomogenen Feldern - Barometrische Höhenformel II (8 Punkte)

Für Systeme, die sich in äußeren Kraftfeldern (z. B. Schwerfelder oder elektrische Kraftfelder) befinden, kennen Sie aus der Vorlesung die Bestimmungsgleichung des Druckes $P(\vec{r})$ als

$$\mu = \tilde{\mu}(P(\vec{r}), T) + u(\vec{r}) = \text{const.}, \quad (8)$$

wobei $u(\vec{r})$ das Potential eines Teilchens im äußeren Feld ist.

- (a) Zeigen Sie mithilfe von Gleichung (8) unter Verwendung der Duhem-Gibbs-Relation für $\tilde{\mu}(P, T)$, sowie bei angenommener konstanter Temperatur T , dass folgender Zusammenhang zwischen dem Druckgradienten und der äußeren Kraft pro Volumeneinheit gegeben ist:

$$\text{grad } P(\vec{r}) = -n(\vec{r}) \text{ grad } u(\vec{r}),$$

wobei $n(\vec{r})$ die Teilchendichte ist.

- (b) Leiten Sie für das ideale Gas mithilfe der Beziehung aus Aufgabenteil (37a) die barometrische Höhenformel her.
- (c) Geben Sie die Höhenabhängigkeit des Druckes $P = P(z)$ einer inkompressiblen Flüssigkeit ($n = n_0 = \text{const.}$) an.

38. Elektronenaustritt (8 Punkte)

Wir betrachten ein Elektronengas, welches sich außerhalb eines Metalls befindet und mit den Leitungselektronen innerhalb des Metalls im thermischen Gleichgewicht bei der Temperatur T stehen soll. Das chemische Potential der Elektronen im Metall sei um die Austrittsarbeit Φ unterhalb der Energie eines freien Elektrons im Unendlichen. Die Dichte der Elektronen außerhalb des Metalls sei gering, so dass diese als klassisch angesehen werden können. Das chemische Potential sei nicht temperaturabhängig.

- (a) Berechnen Sie das chemische Potential eines freien idealen Gases mit möglicher Doppelbesetzung eines Zustandes (Spin up – Spin down) aus der Zustandssumme $Z = 2^N Z_{\text{id}}$. Wobei Z_{id} die Zustandssumme des idealen Gases ist. Verwenden Sie hierzu die Stirlingformel in der Ihnen bekannten Näherung $N! \approx \left(\frac{N}{e}\right)^N$.
- (b) Stellen Sie die Gleichgewichtsbedingung auf.
- (c) Berechnen Sie die Anzahl der Elektronen pro Volumeneinheit in Abhängigkeit vom Potential Φ und der Temperatur T .