Prof. Dr. Wolfram Brenig
Alexander Schwenke
Erik Wagner



Abgabe: Di., 11.01.2022 bis 11:30 Uhr in Stud.IP

Übungsblätter gibt es unter `https://lnk.tu-bs.de/HVwt0v`.

**Bis spätestens zum 21.12.2021 wird noch ein Bonusübungsblatt mit einer Programmieraufgabe hochgeladen**

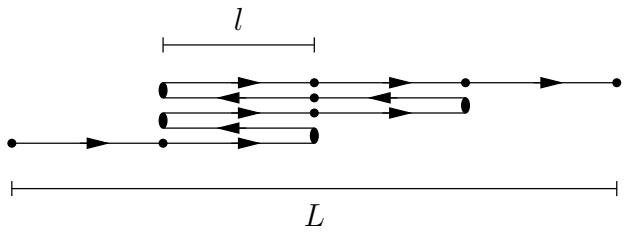
30. **Wissensfragen (3 Punkte)**

(a) Welche Art von Zustandsänderung bezeichnet man als isobar, isochor, isentrop, isotherm und polytrop?

(b) Beschreiben Sie, wodurch eine Zustandsänderung reversibel bzw. irreversibel wird.

31. **Entropische Kräfte: Elastizität eines Gummibands (12 Punkte)**

Wir betrachten eine eindimensionale Molekülkette aus $M$ Elementen der Länge $l$ und Durchmesser $0$, wobei $M$ gerade sein soll. Die Elemente seien an den Enden verknüpft (vgl. Abbildung). Jedes Element kann mit gleicher Wahrscheinlichkeit nach rechts oder links geklappt werden, ohne dass dabei die mittlere Energie der Anordnung sich verändert. Die Elemente haben keine kinetische Energie.




(a) Schreiben Sie das totale Differential der inneren Energie $E$ des Gummibandes mit den freien Variablen Entropie $S$ und Gesamtlänge $L$ auf.
*Hinweis:* Beachten Sie, dass zur Länge der Kette $L$ eine Kraft $F$ gehört.

(b) Drücken Sie die Kraft $F$, die das Gummiband an den festgehaltenen Enden der Kette ausübt, durch eine Ableitung der Entropie aus.

(c) Bestimmen Sie die Anzahl $g(M, M_R, M_L)$ der Anordnungen des Gummibandes, wobei $M_R$ die Anzahl der nach rechts zeigenden Elemente und $M_L$ die Anzahl der nach links zeigenden Elemente ist. Drücken Sie $g$ anschließend als Funktion $g(M, |n|)$ aus, wobei die Länge des Gummibandes gegeben ist durch $L = 2\,|n|\,l$.

(d) Bestimmen Sie mithilfe des Ergebnisses aus Aufgabenteil (31c) die Entropie $S(M, |n|)$. Benutzen Sie dafür zunächst die Stirling'sche Näherung $N! \approx (N/e)^N$ und entwickeln Sie die Entropie anschließend bis zur zweiten Ordnung in $n$. Begründen Sie warum es möglich ist die Entropie um kleine $n$ herum zu entwickeln.

(e) Bestimmen Sie mithilfe der Aufgabenteile (31b) und (31d) die funktionale Abhängigkeit der Kraft $F$ von der Länge $L$.

(f) Wie nennt man das in Aufgabenteil (31e) bestimmte Kraftgesetz? Was fällt Ihnen an der Temperaturabhängigkeit in diesem Gesetz auf? Geben Sie dafür eine anschauliche Begründung.

*Bitte wenden!* →

32. **Carnotscher Wirkungsgrad (6 Punkte)**

Berechnen Sie den Wirkungsgrad

$$\eta = \frac{\left|\oint \delta W\right|}{Q_1}\,, \tag{1}$$

also den Quotienten aus insgesamt geleisteter Arbeit und eingesetzter Wärme, für den Carnot'schen Kreisprozess zuerst allgemein, dann für ein ideales Gas, indem Sie die Arbeit für die Teilschritte ausrechnen.

33. **Ottomotor (9 Punkte)**

Als Näherung für einen Ottomotor kann der folgende Kreisprozess betrachtet werden:

1) adiabatische Kompression des gasförmigen Brennstoff-Luft-Gemisches
2) isochore ($V = \mathrm{const.}$) Erwärmung vom Kompressionsvolumen $V = V_k$
3) adiabatische Expansion nach $V_k + V_h$, $V_h$: Hubvolumen
4) isochore Abkühlung

(a) Skizzieren Sie den Prozess im $(S, T)$-Diagramm und im $(P, V)$-Diagramm.

(b) Man bestimme für ein ideales Gas als Arbeitsgas übertragene Wärme und geleistete Arbeit bei den vier Schritten (als Funktion der Temperaturen an den vier Eckpunkten).

(c) Man zeige, dass der Wirkungsgrad eines Ottomotors gegeben ist durch

$$\eta = 1 - \epsilon^{1-\gamma} \tag{2}$$

mit dem Adiabatenexponenten $\gamma = C_P/C_V$ und dem Verdichtungsverhältnis $\epsilon = (V_k + V_h)/V_k$.

# Schöne Feiertage!