INSTITUT FÜR THEORETISCHE PHYSIK

Technische Universität Braunschweig

Prof. Dr. U. Motschmann
S. Töpfer, M. Sc.

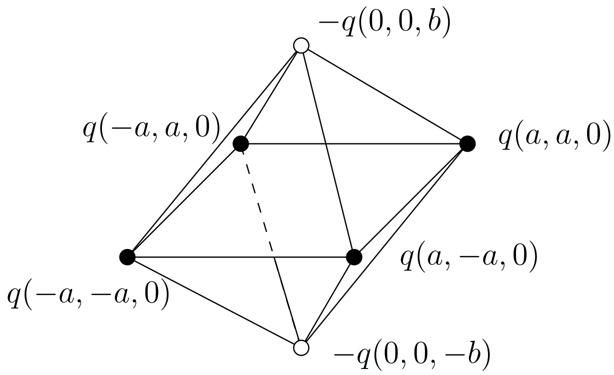
11. Übungsblatt — Abgabe: 6. Juli 2021 bis 11:30 Uhr per Mail an die HiWis

Fragen zu den Aufgaben: Simon Töpfer, Raum 3.317, Tel.: 391-5187, s.toepfer@tu-bs.de

27. **Multipolentwicklung II: Quadrupoltensor** **(4 Punkte)**

In Aufgabe 9 (Blatt 4) wurden bereits das Monopol- und Dipolmoment für zwei konkrete Ladungsverteilungen berechnet. In dieser Aufgabe sollen für selbige Ladungsverteilungen die Quadrupoltensoren bestimmt werden.

(a) Bestimmen Sie den Quadrupoltensor für die skizzierte Anordnung von sechs Punktladungen.



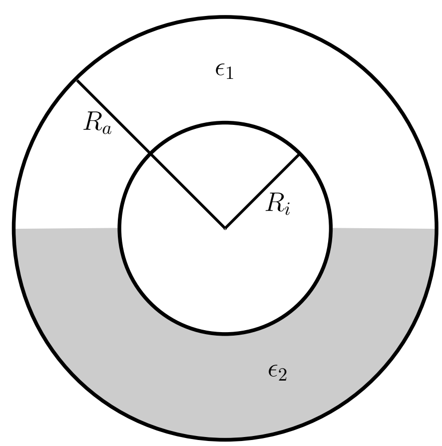
(b) Bestimmen Sie den Quadrupoltensor für einen Zylinder mit Radius R und Länge L, der mit der homogenen Ladungsdichte

$$\rho(\underline{x}) = \{\rho_0\,; \quad \text{für } -L/2 \leq x_3 \leq L/2 \text{ und } x_1^2 + x_2^2 \leq R^2\} \tag{1}$$

belegt ist.

28. **Halb gefüllter Kugelkondensator** **(8 Punkte)**

Ein Kugelkondensator mit Innenradius R_i und Außenradius R_a sei zur Hälfte mit Luft ($\epsilon_1 \approx 1$) und zur Hälfte mit einem Dielektrikum mit $\epsilon_2 \neq 1$ gefüllt (siehe Skizze). Die innere Kugelschale trage die Ladung $+Q$, die äußere Schale trage die Ladung $-Q$.



(a) Begründen Sie mit Hilfe der Grenzbedingungen für das elektrische Feld $\underline{E}$ an den Stirnflächen beim Übergang vom Gebiet mit ϵ_1 in das Gebiet mit ϵ_2, dass der Ansatz $\underline{E} = E(r)\,\underline{e}_r$ für das elektrische Feld im Inneren des Kondensators ($R_i < r < R_a$) zielführend ist.

Bitte wenden→

(b) Bestimmen Sie $E(r)$ mit Hilfe der integralen Form des Gauß'schen Gesetzes im Inneren des Kondensators. Berechnen Sie anschließend die dielektrische Verschiebung $\underline{D}$ im Inneren des Kondensators.

Bonusaufgabe: **(6 Zusatzpunkte)**

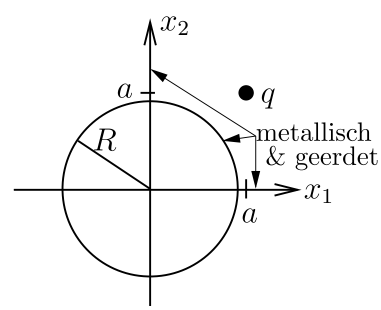
(c) Berechnen Sie die Oberflächenladungdichte der freien Ladungsträger ρ_S auf der inneren Kugelschale.

(d) Berechnen Sie die durch die Polarisation $\underline{P}$ induzierte Oberflächen-Polarisationsladungsdichte σ_P auf der Oberfläche des Dielektrikums bei $r = R_i$.

29. **Methode der Spiegelladung** **(8 Punkte)**

In dieser Aufgabe soll die Methode der Spiegelladung (auch genannt Bildladung) anhand zweier etwas komplizierterer Geometrien geübt werden.

(a) Bestimmen Sie das Potential Φ im Bereich $\{\underline{x}\,|\,x_1, x_2 > 0; \sqrt{x_1^2 + x_2^2 + x_3^2} > R\}$ für die in der Skizze dargestellte Geometrie. Eine Punktladung q befindet sich bei $(a, a, 0)$. Die Metallplatten bei $x_1 = 0, x_2 = 0$ sowie die Kugel um den Ursprung mit Radius R seien geerdet. Positionieren Sie geeignete Spiegelladungen, so dass $\Phi = 0$ für $x_1 = 0$ bzw. $x_2 = 0$ und auf der Oberfläche der Kugel erfüllt ist.
Hinweis: Gehen Sie für die Lösung der Aufgabe in zwei Schritten vor:



(1) Konstruieren Sie eine Spiegelladung q_B im Abstand r_B vom Ursprung, sodass zunächst $\Phi = 0$ auf der Kugeloberfläche erfüllt ist. Berechnen Sie q_B und r_B.

(2) Spiegeln Sie nun die Ladungen q und q_B jeweils an der x_1- und x_2-Achse, damit $\Phi = 0$ für $x_1 = 0$ bzw. $x_2 = 0$ erfüllt ist. Skizzieren Sie die resultierende Anordnung.

(b) Eine Punktladung q befinde sich in einem Volumen V, das durch zwei geerdete leitende Ebenen begrenzt wird, die sich unter dem Winkel $\alpha = 180°/n$ schneiden, wobei $n \in \mathbb{N}$ ist. Skizzieren Sie Position und Vorzeichen der Spiegelladungen für $\alpha = 60°$ und $\alpha = 45°$. Wie viele Spiegelladungen werden allgemein in Abhängigkeit von n benötigt?