

**15. Messung der Zeitdilatation****(5 Punkte)**

Die Zeitdilatation wurde erstmal 1971 experimentell nachgewiesen. Dazu wurden Cäsium-Atomuhren an Bord eines Linienflugzeuges gebracht, das mit einer Geschwindigkeit von 900 km/h *je zweimal* in West- bzw. Ostrichtung um die Erde flog. Anschließend wurden die Uhren mit am Boden befindlichen Uhren verglichen.

- (a) Berechnen Sie den Gangunterschied der Uhren nach der Speziellen Relativitätstheorie. Nehmen Sie der Einfachheit halber an, dass die Flugroute oberhalb des Äquators verlief.
- (b) Wie oft müsste das Flugzeug die Erde umrunden, damit man eine Zeitdifferenz von 1s erhält?

Hinweis: Führen Sie die Rechnung in einem hypothetischen Inertialsystem Σ aus, dessen Nullpunkt mit dem Erdmittelpunkt zusammenfällt und das im Weltraum in geeigneter Weise fixiert ist. Insbesondere rotiert Σ nicht. Betrachten Sie als Σ' nun zum einen die auf der Erdoberfläche ruhende Uhr und als Σ'' eine im Flugzeug ruhende Uhr.

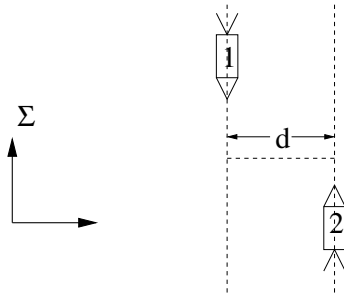
Die näherungsweise Anwendung der speziellen Relativitätstheorie kann gerechtfertigt werden, da für kleine Teile der Gesamtbewegung eine konstante Relativgeschwindigkeit zwischen Σ und Σ' bzw. Σ'' angenommen werden kann.

16. Relativistische Lösegeldübergabe

(6 Punkte)

In dieser Aufgabe diskutieren wir die Transformation von Geschwindigkeiten zwischen verschiedenen Inertialsystemen.

Aus der Sicht eines Beobachters im Inertialsystem Σ bewegen sich zwei Raumschiffe auf parallelen Bahnen im Abstand d mit den Geschwindigkeiten $v_1 = -c/2 \underline{e}_2$ bzw. $v_2 = c/2 \underline{e}_2$. In dem Zeitpunkt, in dem die Raumschiffe vom System Σ aus gesehen den kürzesten Abstand d haben, schickt das Schiff 1 ein Paket mit der Geschwindigkeit $3c/4$ ab (wiederum bezogen auf das Inertialsystem Σ).



- i. In welchem Winkel muss aus der Sicht eines Beobachters im Inertialsystem Σ das Paket abgeschickt werden, damit es das zweite Schiff erreichen kann?
- ii. Mit welcher Geschwindigkeit bewegt sich das Paket vom Schiff 1 aus gesehen? Nehmen Sie an, dass die Koordinatenachsen des Beobachters auf Schiff 1 parallel zu denen des Systems Σ sind.
- iii. In welchem Winkel muss aus der Sicht eines Beobachters auf Schiff 1 das Paket abgeschickt werden, damit es das zweite Schiff erreichen kann?

17. Das Zwillingsparadoxon: Ein Abenteuer mit Leia und Luke

(9 Punkte)

Am Neujahrstag 2200 startet die Weltraumfahrerin Leia von der Erde und fliegt mit 80% der Lichtgeschwindigkeit nach Alpha Zentauri (etwa vier Lichtjahre von der Erde entfernt). Wenn sie den Stern erreicht, dreht sie schnell eine Runde (das dafür benötigte Zeitintervall sei vernachlässigbar) und fliegt zurück. Sie kommt am Neujahrstag 2210 wieder nach Hause. Ihr Bruder Luke bleibt auf der Erde. Die beiden machen aus, sich an jedem Neujahrstag (nach ihrer eigenen Uhr) per Funk eine Grußbotschaft zu schicken.

Hinweis: Bei den Teilaufgaben (a)-(c) wird ein rechnerischer Nachweis verlangt.

- (a) Zeigen Sie, dass Leia, einschließlich des letzten Reisetages, sechs Botschaften schicken wird, während Luke zehn Botschaften schicken wird und demzufolge Leia weniger gealtert ist.
- (b) Zeigen Sie, dass Leia bis zum Zeitpunkt ihrer Umkehr nur einen Neujahrsgruß erhält, die anderen neun erst auf dem Rückweg.
- (c) Zeigen Sie, dass Luke in den ersten neun Jahren nur alle drei Jahre eine Botschaft von Leia erhält, im letzten Jahr jedoch drei Botschaften.
- (d) Zeichnen Sie das entsprechende Minkowski-Diagramm inklusive der Weltlinien von Leia, Luke und allen ausgesendeten Botschaften.
- (e) Jemand behauptet:
Die dargestellte Situation ist symmetrisch, d.h. man kann auch Leia als ruhend und Luke als bewegt ansehen. Als Konsequenz müsste dann nach Ende der Reise Luke jünger als Leia sein.
 Wo steckt der Fehler?