



7. Übungsblatt

Abgabe: 8. Dezember 2020 bis 11:30 Uhr per Mail an die HiWis

---

**Fragen zu den Aufgaben:** Simon Töpfer, Raum 3.317, Tel.: 391-5187, s.toepfer@tu-bs.de
 

---

**20. Kreisfläche****(8 Punkte)**

Gegeben sei ein Kreis durch

$$x^2 + y^2 = R^2 \quad .$$

Berechnen Sie die Fläche des Kreises mittels Flächenintegration, wobei für die Parametrisierung der Kreisfläche unmittelbar  $x$  und  $y$  verwendet werden sollen.

*Hinweis:* Das nichttriviale äußere Integral kann vollständig mit den in Vorlesung und Übung bereitgestellten Werkzeugen gelöst werden. Hilfreich ist zunächst eine partielle Integration. Im Weiteren ist die Erinnerung an ÜA 4a vorteilhaft.

**21. Ellipsenfläche****(6 Punkte)**

Eine Ellipse sei gegeben durch

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} \leq 1 \quad , \quad a, b > 0 \quad .$$

Bestimmen Sie den Flächeninhalt mittels Flächenintegration, wobei eine Parametrisierung der Ellipsenfläche in Analogie zur Kreisfläche mit Radius  $\rho$  und Winkel  $\varphi$  vorzunehmen ist. Orientieren Sie sich an folgender Parametrisierung des Kreises:

$$x = u R \cos(v)$$

$$y = u R \sin(v),$$

wobei  $0 \leq u \leq 1$ ,  $0 \leq v \leq 2\pi$  und  $R = \text{const.}$  Übertragen Sie diese Parametrisierung auf die Ellipse.

**22. Teilfläche im  $\mathbb{R}^2$** **(6 Punkte)**Wir definieren eine Teilfläche des  $\mathbb{R}^2$  durch

$$\mathcal{M} = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid x \geq 1; y \geq 1; x + y \leq 3\}$$

Skizzieren Sie  $\mathcal{M}$  und berechnen Sie das Flächenintegral über

(a)  $\int_{\mathcal{M}} \frac{1}{(x+y)^3} dx dy$

(b)  $\int_{\mathcal{M}} \frac{1}{(x+y)^2} dx dy$