



5. Übungsblatt

Abgabe: 24. November 2020 bis 11:30 Uhr per Mail an die HiWis

---

**Fragen zu den Aufgaben:** Simon Töpfer, Raum 3.317, Tel.: 391-5187, s.toepfer@tu-bs.de
 

---

**14. Integration rationaler Funktionen****(6 Punkte)**

(a) Berechnen Sie mittels Polynomdivision

i. 
$$\int \frac{x^3 + 2x^2 + 2x + 2}{x + 1} dx$$

ii. 
$$\int \frac{x^3 + 2x^2 + 2x + 2}{x^2 + 1} dx$$

(b) Berechnen Sie mittels Partialbruchzerlegung

i. 
$$\int \frac{1}{x^3 - 6x^2 + 11x - 6} dx$$

ii. 
$$\int \frac{1}{x^3 - 5x^2 + 8x - 4} dx$$

**15. Integrale mit Delta-Funktion****(8 Punkte)**

Berechnen Sie die folgenden Integrale

(a) 
$$\int_{-\infty}^{\infty} \sin\left(x - \frac{\pi}{2}\right) \delta(x) dx$$

(b) 
$$\int_{-\infty}^{\infty} e^{\alpha(x+\beta)} \delta(x-7) dx, \quad \alpha, \beta \in \mathbb{R}$$

(c) 
$$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{\delta(x+1)}{x^2+4} dx$$

(d) 
$$\int_{-\infty}^{\infty} \arctan\left(\frac{x}{2}\right) \delta(x+\gamma) dx, \quad \gamma > 0$$

(e) 
$$\int_{-\infty}^{\infty} \sin\left(x - \frac{\pi}{2}\right) \frac{d}{dx} \delta(x) dx$$

(f) 
$$\int_{-\infty}^{\infty} e^{\alpha(x+\beta)} \frac{d}{dx} \delta(x-7) dx, \quad \alpha, \beta \in \mathbb{R}$$

(g) 
$$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{\frac{d}{dx} \delta(x+1)}{x^2+4} dx$$

(h) 
$$\int_{-\infty}^{\infty} \arctan\left(\frac{x}{2}\right) \frac{d}{dx} \delta(x+\gamma) dx, \quad \gamma > 0$$

Bitte wenden →

16. Ableitungen der Delta-Funktion

(6 Punkte)

Für die zweite Ableitung der  $\delta$ -Funktion schreiben wir  $\frac{d^2}{dx^2}\delta(x) = d_x^2\delta(x)$ .

(a) Beweisen Sie für eine hinreichend glatte Beispielfunktion  $h(x)$ :

$$\int_{-\infty}^{\infty} h(x)d_x^2\delta(x)dx = d_x^2h(0)$$

(b) Beweisen Sie analog für die  $n$ -te Ableitung  $d_x^n\delta(x)$ :

$$\int_{-\infty}^{\infty} h(x)d_x^n\delta(x)dx = (-1)^n d_x^n h(0)$$