INSTITUT FÜR THEORETISCHE PHYSIK

Technische Universität Braunschweig

Prof. Dr. U. Motschmann
S. Töpfer

ELEKTRODYNAMIK SS 2020

8. Übungsblatt Abgabe: 25. Juni 2020 bis 9:45 Uhr per Mail an die HiWis

Fragen zu den Aufgaben: Simon Töpfer, Raum 3.317, Tel.: 391-5187, s.toepfer@tu-bs.de

18. **Relativistischer Doppler-Effekt** **(9 Punkte)**

Betrachten Sie eine ebene elektromagnetische Welle der Form $\Phi(\underline{r}, t) = \sin\left(\underline{k} \cdot \underline{r} - \omega t\right)$ mit $\omega = ck$.

(a) Ein Beobachter, der sich mit konstanter Geschwindigkeit $\underline{v} = (v, 0, 0)$ in x_1-Richtung bewegt, sieht die ebene Welle $\Phi(\underline{r}', t') = \sin\left(\underline{k}' \cdot \underline{r}' - \omega' t'\right)$. Bestimmen Sie $\underline{k}'(\underline{k})$ und $\omega'(\omega, \alpha)$, wobei α den Winkel zwischen $\underline{v}$ und $\underline{k}$ bezeichnet.
Hinweis: Benutzen Sie, dass die Phase $\varphi = \underline{k} \cdot \underline{r} - \omega t$ invariant unter Lorentz-Transformationen (Lorentz-Tensor 0. Stufe) ist.

(b) Die Änderung der Frequenz $\omega \to \omega'$ aufgrund der Relativbewegung beider Inertialsysteme bezeichnet man als *relativistischen Doppler-Effekt*. Wir betrachten ein konkretes Beispiel: Bestimmen Sie die Geschwindigkeit, bei der infolge des relativistischen Doppler-Effekts eine in Fahrtrichtung liegende rote Ampel grün erscheint.

(c) Ein Raumschiff bewege sich mit $v = 0.999c$ auf die Sonne zu. In welchem Spektralbereich wird das im Ruhesystem der Sonne ausgesandte sichtbare Licht und die im Ruhesystem der Sonne ausgesandte Infrarot-Strahlung von einem Beobachter im Raumschiff wahrgenommen?

19. **Lorentz-Transformation I: Allgemeine Lorentz-Transformation** **(4 Punkte)**

Zum Zeitpunkt $t = t' = 0$ haben zwei Inertialsysteme Σ und Σ' den gleichen Ursprung und parallele x_3-Achsen. Der Winkel zwischen der x_1- und der x_1'-Achse bei $t = t' = 0$ sei $\alpha > 0$. Geben Sie die Transformationsmatrix zwischen diesen beiden Inertialsystemen an, wobei die Relativgeschwindigkeit des Ursprungs von Σ' aus der Sicht von Σ durch $\underline{v} = v_0 \underline{e}_1$ gegeben ist.

Bitte wenden ⟶

20. **Lorentz-Tensoren** **(7 Punkte)**

Es soll das Rechnen im Tensor-Kalkül geübt werden.

(a) Zeigen Sie unter expliziter Anwendung der speziellen Lorentz-Transformation, dass der metrische Fundamentaltensor g_{ij} invariant ist.

(b) Zeigen Sie: Die Spur $\mathrm{tr}(\underline{\underline{C}}) = C^i{}_i$ eines Lorentz-Tensors $\underline{\underline{C}}$ zweiter Stufe ist ein Lorentz-Tensor 0. Stufe (Lorentz-Skalar).

(c) Die Beziehung $A^i = C^{ij} B_j$ gelte in jedem Inertialsystem, wobei A^i, B^i die kontravarianten Komponenten von Lorentz-Tensoren 1. Stufe (Lorentz-Vektoren) sind. Folgern Sie, dass dann C^{ij} die kontravarianten Komponenten eines Lorentz-Tensors 2. Stufe sind.
Bemerkung: Diese Schlussfolgerung repräsentiert eine spezielle Form des sogenannten *Quotientensatzes.*