

Basistext
Elektromagnetische Felder

Prof. Dr. Achim Enders
Institut für Elektromagnetische Verträglichkeit (EMV)
Technische Universität Braunschweig
Schleinitzstr. 23
38106 Braunschweig
E-Mail: achim.enders@tu-braunschweig.de

2. Auflage, Braunschweig, September 2019
ISBN 978-3-00-063826-8
Bezug über das Institut für EMV möglich, siehe: www.tu-bs.de/emv

© Copyright 2019 Achim Enders

Basistext
Elektromagnetische Felder

2. Auflage

Achim Enders

Braunschweig, im September 2019

Vorwort zur 2. Auflage

Die ständige Beschäftigung mit der Materie, insbesondere auch aufgrund der zahlreichen Rückfragen und Anregungen von Seiten der Studierenden und Mitarbeiterinnen und Mitarbeiter, hat in der vorliegenden 2. Auflage zu einer Reihe geänderter Darstellungen und natürlich auch Korrekturen geführt. Mein zusätzlicher herzlicher Dank gilt an dieser Stelle den Herren M. Harm, O. Kerfin und L. Oppermann.

Braunschweig, September 2019

Achim Enders

*Nicht so sehr die Wiederholung, sondern eher die
Abwandlung ist die Quelle des Verstehens
(Norbert Treitz, Vorwort „Brücke zur Physik“,
2003).*

Vorwort

Autoren verfassen wissenschaftliche Bücher, um die Materie endlich einmal selber zu durchdringen. Neben dieser spöttischen Behauptung mit einem gewissen Wahrheitsgehalt ist aber die These “There are as many scientific methods as scientists” sicher ausschlaggebend. Auch aus Sicht des Lernenden ist es zu begrüßen, dass gerade bei einem so komplexen Thema wie der elektromagnetischen Feldtheorie aus einer Vielzahl von Büchern dasjenige ausgewählt werden kann, das der eigenen Denkweise am ehesten entspricht. Meine Motivation für den vorliegenden Text war die Feststellung, dass existierende Lehrbücher mit 250 bis teilweise über 1000 Seiten über den Umfang einer vierstündigen Grundvorlesung weit hinausgehen. Ein Basistext stellt nun den Versuch dar, sich auf einen Kern der e.m. Feldtheorie und ihrer Anwendungen zu beschränken und gleichzeitig für den Anfänger geeignet zu sein. Hierzu ist eine vernünftige Balance zwischen anschaulicher Ausdrucksweise, Praxisbezug und elementarem Vorwissen auf der einen und hinreichender mathematischer Strenge und notwendiger Abstraktion auf der anderen Seite angestrebt worden – wie gut dies gelungen ist, sei dem Urteil des Lesers überlassen.

Dieser Basistext setzt elementare Kenntnisse der Vektoranalysis (Kurven-, Flächen-, Volumenintegrale, Differentialoperatoren div , rot , grad), der partiellen Differentialgleichungen sowie von elementaren physikalischen und elektrotechnischen Begriffen wie Kraft, Leistung, Energie, Strom, Spannung und komplexer Widerstand (und damit auch elementarer Funktionentheorie in Form komplexer Zeigerdarstellung) voraus, wie sie meist in den Lehrplänen der ersten beiden Semester enthalten sind. Es ist natürlich möglich, sich im Rahmen eines ganzheitlichen Lernens alles gleichzeitig mit der elektromagnetischen Feldtheorie anzueignen. Dazu wird aber ergänzende Literatur, z.B. aus der angegebenen Auswahl, erforderlich sein.

Die Systematik stellt in den Kapiteln 1 bis 7 zunächst die elementaren elektromagnetischen Phänomene von den Kraftwirkungen bis hin zu den Fresnelschen Formeln und dem Hertzischen Dipolfeld zusammen. Aus Gründen der Übersichtlichkeit sind hier Übungsaufgaben nur vereinzelt zum Selbststudium empfohlen. In den Kapiteln 8 und 9 werden dann Lösungsmethoden für die Maxwell-Gln. unter Randbedingungen incl. von einfachen Beispielen vorgestellt, d.h. der mehr für die praktische Anwendung bedeutsame Teil. Diese Systematik besitzt den Vorteil, dass nach Ausarbeitung der vollen dynamischen Theorie das Anwendungspotenzial der verschiedenen Lösungsmethoden deutlicher wird, so z.B. die Verwendung quasistatischer Lösungsverfahren in der Leitungstheorie bei der TEM-Mode.

Viele Student(inn)en und Mitarbeiter(innen) haben mit ihren für eine präzisere Formulierung hilfreichen Zwischenfragen zum Gelingen dieses Buches beigetragen. Namentlich möchte ich erwähnen die Herren B. Neubauer, N. Eulig, R. Geise, A. Junge, J. Leopold, S. Pötsch, I. Schmidt und J. Werner. Insbesondere ist Herrn Dr. H. Spieker für seine kritisch-konstruktive Durchsicht zu danken, sowie Frau I. Kretschmann für das Umsetzen in eine lesbare Form. Gleichzeitig erfolgt die Bitte an den geneigten Leser, dem Autor weitere Korrekturen, Fehler, Verbesserungsvorschläge etc. mitzuteilen.

Braunschweig, Oktober 2011

Achim Enders

Inhaltsverzeichnis

1	Notwendigkeit des Feldbegriffs	1
2	Physikalische Grundprinzipien	5
2.1	Geschichtliches	5
2.2	Elektrische Kraftwirkung: das Coulomb-Gesetz	5
2.3	Superpositionsprinzip	6
2.4	Prinzip der Erhaltung der Ladung, Kontinuitätsgleichung	7
2.5	Magnetische Kraft zwischen parallelen Strömen, Festlegung des Maßsystems	10
2.6	Gesetz von Biot-Savart-Ampère	13
3	„Vereinfachungen“ der Kraftgleichungen	15
3.1	Wie zweckmäßiger darstellen?	15
3.1.1	Entkopplung Ursache / Wirkung	15
3.1.2	Differentielle Formulierung	18
3.2	Elektrisches Feld	18
3.2.1	Das Gaußsche Gesetz der Elektrostatik	18
3.2.2	Zentralkraft, Rotation und Gradient, Potential	20
3.2.3	Poisson- und Laplace-Gleichung, δ -Distribution	26
3.3	Greensche Integralsätze, Eindeutigkeitsbeweis	31
3.4	Flussdichte \vec{B} , Vektorpotential \vec{A} , Durchflutungsgesetz	34
3.5	Lorentzkraft und Relativitätstheorie	38
4	Dynamik in Vakuum/Materie	41
4.1	Das Faradaysche Induktionsgesetz	41
4.2	Der Maxwellsche Verschiebestrom	47
4.3	Die Maxwell-Gleichungen	50
4.4	Maxwell-Gleichungen in Materie	51
4.4.1	Phänomenologie	51
4.4.2	Die dielektrische Polarisierung; der elektrische Dipol	51
4.4.3	Die magnetische Polarisierung (Magnetisierung)	54
4.4.4	Maxwell-Gln. in Materie; konstitutive Gleichungen	57
4.5	Randbedingungen (RBn)	60

5	Energetische Betrachtungen	63
5.1	Das Poynting–Theorem: Energieerhaltung	63
5.2	Elektrische Feldenergie und Kapazität	66
5.3	Magnetische Feldenergie und Induktivität	69
5.4	Praxis der E–Technik: Ersatzschaltbild und einige Bemerkungen	71
6	Lösungen ohne Felderregung: $\rho, \vec{J} = 0$	73
6.1	Wellenausbreitung im Raum ohne RBn	73
6.2	Harmonischer Ansatz, Fourier–Transformation	77
6.3	Ebene RBn: Brechungsgesetze/Fresnelsche Formeln	83
6.4	Dispersion durch $\epsilon_r(\omega), \mu_r(\omega)$; Metall–RBn	95
7	Lösungen für $\rho(\vec{r},t), \vec{J}(\vec{r},t) \neq 0$ ohne RBn	99
7.1	Dynamische Potentiale	99
7.2	Der elektrische Hertzsche Dipol	102
7.3	Diskussion des Hertzschen Dipolfeldes	105
7.4	Energetische Betrachtungen zum elektrischen Hertzschen Dipol	109
7.5	Der Fitzgeraldsche Dipol	110
7.6	Praxis der E–Technik: Näherungen	110
8	Analytische Feldberechnung: Wellenleiter als Randwertproblem	114
8.1	Allgemeine Vorgehensweise, TEM–Wellenlösung	114
8.2	Struktur der all gemeinen Lösung	118
8.3	Analytische Lösungsmethode: Separation der Variablen	120
8.4	Beispiel: Rechteckhohlleiter und H–Moden	121
8.5	Zylindrische Wellenleiter	125
8.6	Allgemeine 1–dim. Wellenausbreitung	127
9	Weitere Lösungsverfahren bei Randwertproblemen	131
9.1	Allgemeines zu analytischen und diskret-numerischen Verfahren	131
9.2	Bildladungsmethode	132
9.3	Konforme Abbildungen	142
9.4	Prinzipien weiterer Verfahren	148
	Literaturliste	150
	Index	152

Kapitel 1

Notwendigkeit des Feldbegriffs

Leitfrage: Wieso ist das Feld als zentrales und fundamentales Naturphänomen aufzufassen bzw. aufgrund welcher Beobachtungen ist dies in der heutigen Alltagswelt einsichtig?

Seit Heinrich Hertz, noch prägnanter nach Marconis 1901 gelungener Transatlantik-Übertragung, ist nachgewiesen, dass eine drahtlose Nachrichtenübertragung mit elektromagnetischen Feldern möglich ist. In Abb. 1.1 ist dies skizziert.

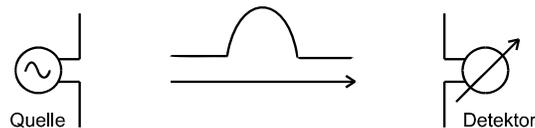


Abbildung 1.1: Drahtlose Signalübertragung

Was heißt das genauer? Es kann ein Zeitintervall $[t_1, t_2]$ geben, in dem weder in der Quelle noch im Detektor eine Spannung oder ein Strom zu messen sind, aber im Raum dazwischen eine Energieform transportiert wird. Anders ausgedrückt, müssen sich hier die Raumeigenschaften geändert haben und entsprechend beschrieben werden können. Detektierbar, also messbar, wäre dies aber nur in der Auswirkung auf sich hier befindliche Ladungen, zumindest im Rahmen des Elektromagnetismus.

Diese Energieform im Raum nennt man elektromagnetisches (e.m.) Feld, rein phänomenologisch werden also eine oder mehrere Funktionen benötigt, die die Eigenschaften des Raums, also das Feld, charakterisieren.

$$Feld = f_{(x,y,z,t)}$$

Ein derartiges Vorgehen erscheint zunächst sehr abstrakt und der Sinnes- und Erfahrungswelt nicht zu entsprechen, letztendlich ist das Feld aber nur die math./physikalische Formulierung des Mess- und damit Erfahrbaren mit dem Schwerfeld der Erde als vertrautestem Beispiel. Die allgemeine Beschreibung der elektromagnetischen Phänomene erlaubt die Angabe des Zusammenhangs zwischen der Felderzeugung durch Ladungen und deren Bewegungen, der Ausbreitung der Felder im Raum sowie ihrer Orientierung; e.m. Felder besitzen also Vektorcharakter, man spricht von „Vektorfeldern“. Rein formal gilt dann (oft wird die Angabe der Funktionsvariablen, weil selbstverständlich, weggelassen):

$$Feld = \vec{f}_{[(x,y,z,t), Ladungen(x,y,z,t), Ladungsbewegung(x,y,z,t)]}$$

Kapitel 1 Notwendigkeit des Feldbegriffs

Bekanntere elektrotechnische Begriffe wie Spannung U oder Strom I müssen hier also durch orts- und zeitabhängige Vektorfelder ersetzt werden. Nun könnte eingewandt werden, dass die drahtlose Signalübertragung (allgemein also die Hochfrequenz-Technik) eine so komplizierte Theorie schon benötige, dies aber von der Anwendung her nur den kleinsten Teil des Elektromagnetismus betreffe. Deshalb seien noch zwei weitere Beispiele für die Notwendigkeit des Feldbegriffs aus anderen Gebieten erläutert.

Bei folgender Geometrie aus Metall kommt es zum Funkenüberschlag bei Spannungserhöhung immer zuerst an der Spitze. Wieso?

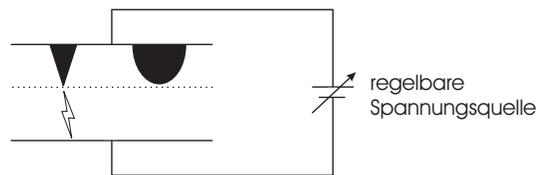


Abbildung 1.2: Funkenüberschlag an spitzen Elektroden; die gepunktete Linie soll nur zeigen, dass die spitze und runde Elektrode auf gleicher Höhe liegen.

Für die Leser mit Vorwissen: Offensichtlich werden geladene Teilchen in der Nähe zur und/oder in den letzten Atomlagen nahe der Oberfläche von einer spitzen Elektrode (der Effekt ist im Vakuum ebenfalls vorhanden) stärker beschleunigt als an der runden Elektrode trotz gleicher Spannung. Der Begriff der Spannung ist hier offensichtlich zur Beschreibung unzureichend, die grundlegenden Begriffe Spannung, Strom und Widerstand der Elektrotechnik können also bei weitem nicht erschöpfend sein.

Ein vermeintlich triviales Gedankenbeispiel in Form einer Gleichstrom-Übertragungsstrecke zu einem Verbraucher regt die wissenschaftliche Phantasie vielleicht am stärksten an. Die Frage lautet hier: An welchen Stellen im Raum wird die Leistung in der skizzierten Schnittebene übertragen?

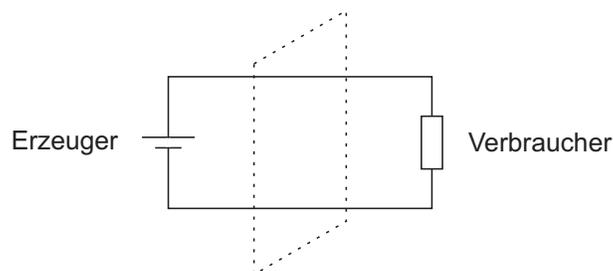
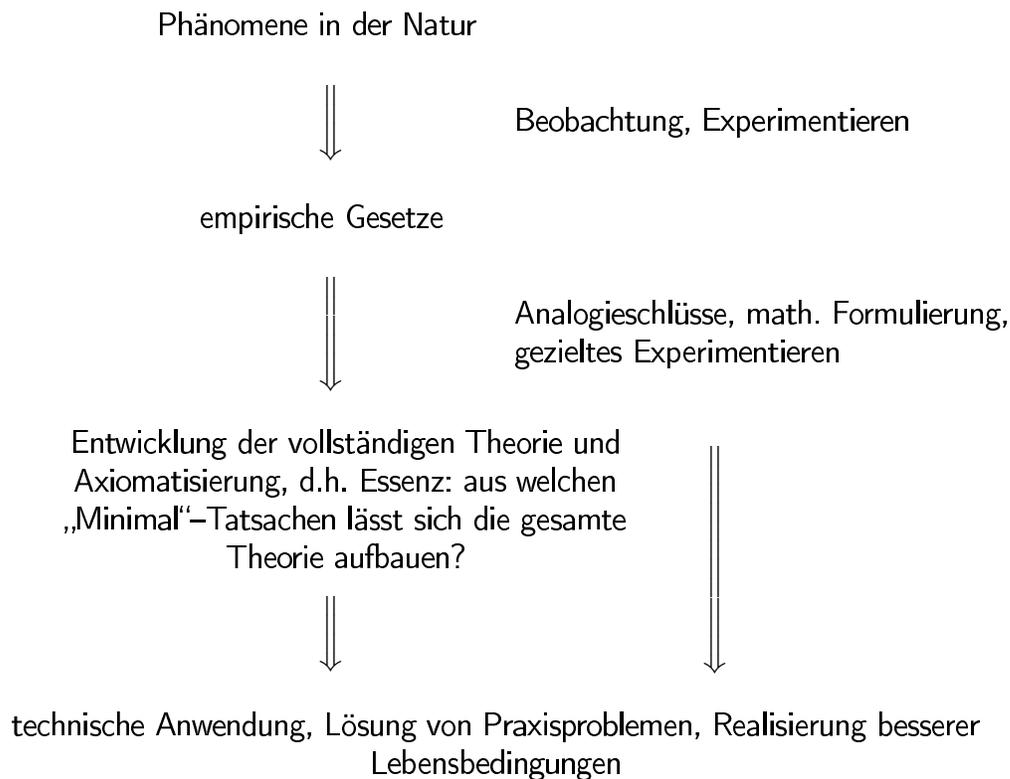


Abbildung 1.3: Gleichstrom-Übertragungsstrecke

Eine zunächst selbstverständlich klingende, aber falsche Antwort lautet: Im Kabel, weil ohne Kabel oder nach Kabelauftrennung mit einem Schalter die Übertragung unterbleibt. Nachdenklich wird man aber, wenn die übertragene Leistung nach der bekannten Formel $P = U \cdot I$ angegeben wird: Längs eines einzelnen Kabels ist der Spannungsabfall meist vernachlässigbar, so dass weder im oberen noch unteren Strang für sich eine Leistung übertragen wird. Das U

aus der Formel wird zwischen den beiden Kabeln gemessen, so dass der Raumzustand zwischen den Kabeln die Leistungsübertragung bewirken muss. Die Felder transportieren also auch im Gleichstromfall die Energie durch den Raum, und zwar außerhalb der Kabel!

Solche Beispiele geben zunächst Wissensstoff in Form von experimentellen bzw. empirischen Gesetzmäßigkeiten wieder und wurden hier speziell zur Begründung des Feldbegriffs ausgesucht. Damit ist ebenfalls ganz grob die Entwicklung einer Wissenschaft und damit auch der Aufbau des folgenden Stoffes skizziert:



Die Wechselwirkungen zwischen Ladungen durch e.m. Felder werden durch die Maxwell-Gleichungen formuliert, die in ihrer vollständigen Form von J.C. Maxwell in den Jahren 1861-64 angegeben wurden. Sie sollen in diesem Text möglichst anschaulich nachvollzogen werden bei hinreichender Tiefe und genügender math. Strenge. Im Folgenden sei noch die Feststellung begründet, warum die Lehre des Elektromagnetismus und ebenfalls das Studium der Elektrotechnik auf absehbare Zeit einen einzigartigen Stellenwert beibehalten werden.

In der Physik stellt die klassische elektromagnetische Feldtheorie nach wie vor das Musterbeispiel und Ideal einer Feldtheorie an sich dar. Neben der erschöpfenden Beschreibung einer der vier elementaren Naturkräfte ist sie Ausgangspunkt sowohl für die spezielle Relativitätstheorie als auch für quantisierte Feldtheorien. Dem Elektrotechniker ermöglicht sie, neben dem Erwerb des benötigten Handwerkszeugs an sich, das Verständnis für den Aufbau der einzelnen

Kapitel 1 Notwendigkeit des Feldbegriffs

elektrotechnischen Fachdisziplinen mit ihren jeweiligen Näherungen bzw. Vernachlässigungen. Eine solide Ausbildung in diesen Grundlagen wird nie durch ein gutes Computerprogramm ersetzbar sein, obwohl die Theorie vollständig mathematisch ausformuliert und damit im Prinzip algorithmisierbar, d.h. durch Rechenprogramme abbildbar ist:

a) Fast immer gibt es einschränkende Bedingungen bei der Suche nach möglichen Lösungen, die sogenannten Randbedingungen (= RBn). Im Elektromagnetismus existieren sie in vielfältiger, komplexer Form, siehe das o.a. Beispiel der spitzen Elektrode. Notwendige Vereinfachungen, gerade auch für effiziente Algorithmen, sind nur mit Fachwissen und Erfahrung möglich. Die Auswahl geeigneter Algorithmen und ihre Verifikation, z.B. anhand generischer Geometrien, spielt im Elektromagnetismus eine sehr große Rolle und erfordert eine gute Kenntnis der Grundlagen.

b) Immer neue Anforderungen (= Parameterbereiche bzw. RBn) müssen berücksichtigt werden.

c) Kreativität bei der Entwicklung, aufbauend auf und schöpfend aus guter Sachkenntnis und Erfahrung, wird immer benötigt.

Gerade die wachsende Bedeutung der elektromagnetischen Verträglichkeit (EMV) ist kennzeichnend hierfür. EMV ist als die Forschungstätigkeit zu verstehen, die das Nicht- oder Fehlfunktionieren aufgrund der Anwesenheit mehrerer elektrotechnischer Einrichtungen aufklären bzw. besser von vornherein vermeiden soll. Herauszufinden ist im o.a. Sinne also, welche e.m. Wechselwirkungen beim Betrieb störenderweise intern oder von außen auftreten, und wie die Störung und/oder Störungsübertragung minimiert werden kann.

Leitfrage ist also:

Wie sieht eine möglichst allgemeingültige und handhabbare Beschreibung elektromagnetischer Phänomene aus ?

Die praktische Anwendbarkeit der Maxwellschen Theorie hat u.a. die Energieversorgung und Nachrichtenübertragung der Menschheit im wahrsten Sinne des Wortes revolutioniert. Der heutige Lebensstandard in den technisierten Gesellschaften ist ohne sie nicht denkbar. Aber auch die Naturphilosophie wurde durch die Maxwellsche Theorie nachhaltig beeinflusst. Wissenschaftler werden durch sie genötigt, Naturerscheinungen abstrakter aufzufassen. Man muss den in der Beschreibung benötigten Größen auch dann eine reale Existenz zubilligen, wenn sie nicht durch mechanische Modelle veranschaulicht werden können und nicht direkt mit unserer durch Sinnesorgane erfahrbaren Welt in Einklang zu bringen sind. Die benötigten Schnittstellen zwischen den Phänomenen in der Natur und unseren Sinnesorganen können dann nur noch durch geeignete technische Geräte realisiert werden.

Kapitel 2

Physikalische Grundprinzipien

Lernziele: Elektrisches (Coulomb) und magnetisches (Biot–Savart–Ampère) Kraftgesetz, Superpositionsprinzip, Ladungserhaltung, Kontinuitätsgleichung, Maßsystem.

2.1 Geschichtliches

Elementare elektrische und magnetische Kraftwirkungen waren schon alten Kulturvölkern bekannt; Thales von Milet (griechischer Naturphilosoph um 600 v.Chr.) nennt diese Phänomene bereits. Entsprechend sind die Begriffe ableitbar:

electron (griechisch) – Bernstein; beim Reiben mit Katzenfell an Bernstein wird „Elektrizität erzeugt“ in Form elektrostatischer Aufladungen bis hin zu Funkenüberschlägen.

lithos magnetos (griechisch) – Stein aus der thessalischen Landschaft Magnesia: Magnetit Fe_3O_4 ; zwei Steine dieser Art können sich anziehen.

Wieso hat trotz dieser Kenntnisse die systematische Aufklärung der elektromagnetischen Phänomene so lange bis weit ins vorletzte Jahrhundert hinein gedauert?

- Ein systematisches Experimentieren ohne zu große Voreingenommenheit durch religiöse/philosophische Weltanschauungen hat sich erst im Mittelalter entwickelt.
- Die Reibungselektrizität an Fellen etc. ist schwer reproduzierbar, erst relativ spät ist Technologie zur „Erzeugung von Elektrizität“ entwickelt worden (Otto von Guericke, erste Reibungselektroskopmaschine ab ca. 1660).
- Gezielt erzeugbare Magnetfelder durch Ströme waren erst mit stabilen Stromquellen möglich, d.h. erst mit der Erfindung galvanischer Elemente seit ca. 1800.

2.2 Elektrische Kraftwirkung: das Coulomb–Gesetz

$$\vec{F}_1 = k_c \frac{q_1 q_2}{r^2} \vec{e}_{21} = -\vec{F}_2 \quad (2.1)$$

In dieser elementaren Formulierung beschreibt das Coulomb–Gesetz die Kraft zwischen zwei Punktladungen der Ladungsmenge q_1 und q_2 im Abstand r :

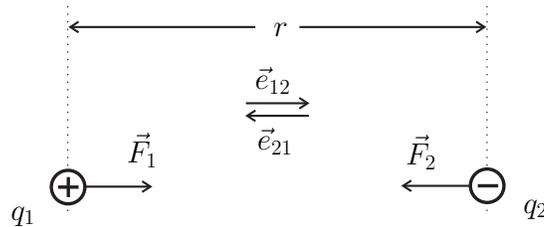


Abbildung 2.1: Das Coulomb-Gesetz

- drei Proportionalitäten (zu q_1 , zu q_2 und zu $1/r^2$, letzteres eine invers-quadratische oder häufig salopp als „quadratische Abstandsabhängigkeit“ bezeichnet), Kraftrichtung von einem Ladungsursprung zum anderen (sog. Zentralkraft) und ein Vorzeichen (Kraft \vec{F}_1 geht bei gleichnamigen Ladungen in Richtung \vec{e}_{21} , also abstoßend, bei ungleichnamigen anziehend, da ein Ladungsvorzeichen dann negativ ist),
- Kraftgleichung für ruhende Ladungen, die im bewegten Fall ergänzt werden muss,
- nur für Punktladungen (Durchmesser $\varnothing_{\text{Ladung}} \ll r$) gültig,
- k_c als Proportionalitätskonstante ist abhängig vom Maßsystem, d.h. den Einheiten-Definitionen (siehe Kap. 1.5).

2.3 Superpositionsprinzip

Die Kräfte zwischen vielen, im Raum verteilten Punktladungen ergeben sich durch Addition der Kräfte zwischen jedem Paar, d.h. zusätzliche Ladungen im Raum verändern nicht die Kraftwirkung zwischen je einem einzelnen Paar. Die Gesamtkraft erhält man also mittels Vektor-Addition der Paar-Coulomb-Kräfte, d.h. durch ihre lineare Überlagerung (= Superposition).

Beispielsweise beträgt bei drei Punktladungen die Kraft auf q_3 :

$$\vec{F}_3 = k_c \cdot q_3 \left(\frac{q_1}{r_{13}^2} \vec{e}_{13} + \frac{q_2}{r_{23}^2} \vec{e}_{23} \right)$$

Deshalb berechnet man die Kraftwirkung einer „verschmierten“ Ladungsverteilung auf eine Punktladung durch Aufintegration der infinitesimalen Ladungsanteile, letztere als „Punktladung“ im o.a. Sinne. Salopp spricht man bei den in folgender Tabelle aufgeführten Funktionen von Ladungsdichten, die genauer Ladungsdichte-Verteilungsfunktionen heißen mit dem Zusatz räumlich (3-dim), flächig (2-dim) oder linienförmig (1-dim).

Bei Leitern ist aber vor Anwendung des Superpositionsprinzips Vorsicht geboten. Hier ist zuerst zu fragen, was für eine Ladungsverteilung sich eingestellt hat, da die Ladungen innerhalb von Leitern durch Felder verschoben werden können. Diesen Effekt der Verschiebung von Ladungen

Kapitel 5

Energetische Betrachtungen

Lernziele: Poynting–Theorem, raumgespeicherte und transportierte Feldenergie; Poynting–Vektor, Kapazitäts– und Induktivitätskoeffizienten.

5.1 Das Poynting–Theorem: Energieerhaltung

Auch für elektromagnetische Wechselwirkungen müssen die Fundamentalsätze der Energie– und der Impulserhaltung gewährleistet sein. Da die Impulserhaltung für e.m. Felder in der Ingenieurs–Praxis selten eine Rolle spielt, soll nur auf die Energie–Erhaltung bzw. äquivalent den Nachweis einer ausgeglichenen Leistungsbilanz eingegangen werden. Zunächst wird eine einzelne Ladung betrachtet, an die die Lorentz–Kraft Gl. (3.41) als Gesamtkraft angreift:

$$\vec{F} = q(\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B}) \quad (5.1)$$

Da die Magnetkraft als Vektorkreuzprodukt $q(\vec{v} \times \vec{B}) \perp$ zu \vec{v} steht, verrichtet sie keine Arbeit an q . Als Leistung P an q verbleibt der Coulomb–Kraftanteil bei der Geschwindigkeit \vec{v} . Ein Produkt Kraft mal Weg ergibt eine Energie und ein Produkt Kraft mal Geschwindigkeit eine Leistung, siehe auch Kap. 3.5, Erläuterungen zu Gl. (3.41) bzgl. des Produktes $q \cdot \vec{v}$:

$$P = q \cdot \vec{v} \cdot \vec{E} \quad \begin{array}{l} \vec{J} = \rho \vec{v} \\ \implies \end{array} \quad P_{\text{an } \vec{J} \text{ im}}^{\text{Volumen } V} = \int_V \vec{J} \cdot \vec{E} d^3r \quad (5.2)$$

Nach Vorzeichenkonvention handelt es sich bei positivem P um die Abgabe von Feldenergie an q in Form kinetischer Energie oder in andere Energieformen wie Wärme. Wegen des Energieerhaltungssatzes muss dies mit einer entsprechenden Abnahme der e.m. Feldenergie einhergehen, was jetzt explizit bewiesen wird. Mit Hilfe der Maxwell–Gleichungen soll $\int \vec{J} \cdot \vec{E} d^3r$ deshalb rein durch Feldterme ausgedrückt werden. Zunächst wird das Maxwell–Ampèresche Gesetz ausgenutzt:

$$\int_V \vec{J} \cdot \vec{E} d^3r = \int_V \left[\underbrace{\vec{E} \cdot (\nabla \times \vec{H})}_{(*)} - \vec{E} \cdot \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \right] d^3r \quad (5.3)$$

Wegen $\nabla \cdot (\vec{a} \times \vec{b}) = \vec{b} \cdot (\nabla \times \vec{a}) - \vec{a} \cdot (\nabla \times \vec{b})$ gilt für (*) die Identität:

Kapitel 5 Energetische Betrachtungen

$$\begin{aligned}\vec{E} \cdot (\nabla \times \vec{H}) &= \vec{H} \cdot \underbrace{(\nabla \times \vec{E})}_{-\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}} - \nabla \cdot (\vec{E} \times \vec{H}) \\ &= -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \\ \Rightarrow \int_V \vec{J} \cdot \vec{E} d^3r &= - \int_V \left[\nabla \cdot (\vec{E} \times \vec{H}) + \vec{H} \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} + \vec{E} \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \right] d^3r\end{aligned}\quad (5.4)$$

Zunächst wird durch Gl. (5.5) der sogenannte Poynting-Vektor \vec{S} , nach dem engl. Physiker J.H. Poynting, eingeführt. Bei linearen Zusammenhängen zwischen \vec{E}, \vec{D} und \vec{B}, \vec{H} wie in den Gln. (4.30, 4.31) angegeben, die bei den meisten dielektrischen Materialien vorausgesetzt werden können, wird zusätzlich Gl. (5.6) benutzt:

$$\vec{S} = \vec{E} \times \vec{H} \quad (5.5)$$

$$w = \frac{1}{2} (\epsilon \vec{E} \cdot \vec{E} + \mu \vec{H} \cdot \vec{H}) = \frac{1}{2} (\epsilon \vec{E}^2 + \mu \vec{H}^2) = \frac{1}{2} (\vec{E} \vec{D} + \vec{B} \vec{H}) \quad (5.6)$$

Nach Gl. (5.6) folgen über $\partial w / \partial t$ die letzten beiden Terme der Gl. (5.4), wenn jeweils äußere und innere Ableitung oder die Produktregel angewendet werden. Für den nichtlinearen Fall wäre die zeitliche Aufintegration der Formel Gl. (5.4) mit dem expliziten zeitlichen Zusammenhang zwischen den Feldern \vec{E}, \vec{D} bzw. \vec{B}, \vec{H} für eine Energiebilanz erforderlich, z.B. zur Berechnung der Hystereseverluste ferromagnetischer Materialien im Wechselfeld. Im linearen Fall gemäß Gl. (5.6) ergibt sich die folgende, einfachere Formulierung in integraler bzw. differentieller Schreibweise. Sowohl die Gl. (5.4) als auch für den linearen Fall Gln. (5.7, 5.8) bilden Formulierungen des sogenannten Poynting-Theorems, dem e.m. Energieerhaltungssatz:

$$- \int_V \vec{J} \cdot \vec{E} d^3r = \int_V \left(\nabla \cdot \vec{S} + \frac{\partial w}{\partial t} \right) d^3r \quad (5.7)$$

$$-\vec{J} \cdot \vec{E} = \nabla \cdot \vec{S} + \frac{\partial w}{\partial t} \quad (5.8)$$

Analyse und Interpretation:

Links wird die von den Ladungen umgesetzte, d.h. durch sie von den Feldern abgegebene oder hineingesteckte Leistung spezifiziert. Dann muss eine Änderung der Feldenergie durch die Terme mit \vec{S}, w auf der rechten Seite beschrieben werden. Was für eine Bedeutung haben sie? Eine Änderung einer skalaren Energiedichte ist im Ausdruck $\partial w / \partial t$ enthalten, wobei eine Unterteilung gegeben ist in:

- elektrische Feldenergiedichte $\frac{1}{2} \epsilon \vec{E}^2 = w_e$ (5.9)

- magnetische Feldenergiedichte $\frac{1}{2} \mu \vec{H}^2 = w_m$ (5.10)

5.1 Das Poynting–Theorem: Energieerhaltung

In $\vec{S} = \vec{E} \times \vec{H}$ zeigt sich, dass neben w beide Feldanteile auch verkoppelt in der Leistungsbilanz auftauchen. \vec{S} besitzt die Einheit W/m^2 und weist eine Richtung auf, ist also eine Leistungsflussdichte als Vektorfeld. In der Gleichung tritt nur die $\text{div } \vec{S}$ als räumliche Änderung der Leistungsflussdichte auf. Der $\text{div } \vec{S}$ -Term kann in der Integraldarstellung Gl. (5.7) über den Gaußschen Integralsatz Gl. (3.6) in ein Flussintegral durch die Oberfläche von V umgewandelt werden: \vec{S} transportiert Feldenergie aus V heraus oder hinein. Der Vektor \vec{S} repräsentiert eine nur durch das kombinierte \vec{E}, \vec{H} -Feld zustande kommende Leistungsflussdichte, die leitungs-„geführt“ sein kann, wie z.B. im Gleichstromkreis Abb. 1.3, oder von Ladungen/Strömen losgelöst, d.h. gestrahlt existiert. Zusammen mit der skalaren, nur zeitlich veränderlichen Energiedichte des elektrischen Feldes w_e und des magnetischen Feldes w_m sind dies die feldgebundenen Energierterme. w_e und w_m stellen „raumgespeicherte“ Energiedichten des e.m. Feldes dar, integriert über den Raum also die elektrische bzw. magnetische Feldenergie, W_e bzw. W_m . In Gl. (5.8) ändern sich w_e, w_m nur zeitlich und nicht räumlich, wie auch in der allgemeineren Energiebilanzgl. (5.4) die beiden rechten Terme. Demnach kann durch sie kein Energietransport erfolgen. Ohne Umsatz in bzw. Einspeisung von anderen Energieformen folgt aus Gl. (5.8) die differentielle Energieerhaltung bzw. Kontinuitätsgleichung für die e.m. Feldenergie:

$$\nabla \cdot \vec{S} = - \left(\frac{\partial w_e}{\partial t} + \frac{\partial w_m}{\partial t} \right) \quad (5.11)$$

Bleiben w_e, w_m und $\nabla \cdot \vec{S}$ mit den felderzeugenden Ladungs- und Stromdichten ρ, \vec{J} so verknüpft, dass ein Beitrag $\nabla \cdot \vec{S}$ von ρ, \vec{J} in den Raum hinaus vernachlässigbar bleibt, so handelt es sich um „quasistationäre“ Feldverhältnisse (siehe Kap.7.6). In diesem Fall spricht man von quasistationären kapazitiven bzw. induktiven Feldern, die dann implizit raumgespeicherte Feld-dichten darstellen. Beispielsweise wird beim Laden eines Kondensators die elektrostatische = kapazitive Feldenergiedichte w_e zwischen den Kondensatorplatten durch eine von den Zuleitungen geführte Leistungsflussdichte \vec{S} aufgebaut und verbleibt dort. In den nächsten Kapiteln 5.3, 5.4 sollen w_e, w_m noch einmal elementar aus den zu ihrem Aufbau benötigten Energien abgeleitet werden. Hierbei ergeben sich wichtige Proportionalitätskonstanten, in denen die geometrie- und materialabhängigen Faktoren der gesamten elektrischen bzw. magnetischen Feldenergien zusammengefasst sind und die mit den Begriffen „Kapazität“ und „Induktivität“ bezeichnet werden. Der Poynting–Vektor wird in Kap. 6.2 näher behandelt.

Zwei Bemerkungen seien abschließend angebracht:

a) Obwohl Magnetkräfte keine Arbeit an Ladungen verrichten, ist über die Änderung der Lage zwischen Permanentmagneten, die ja Magnetkräfte aufeinander ausüben, eine direkte Umwandlung zwischen mechanischer Energie und w_m möglich. Dies ist oft nicht praxisrelevant und wird beim Poyntingschen Theorem meist implizit, wie auch bei der obigen Beschreibung, vernachlässigt, da nur der Energieumsatz über \vec{J} , also über die Ladungen, behandelt wird.

b) Zunächst kann es merkwürdig erscheinen, dass bei der Leistungsflussdichte \vec{S} als grundlegender physikalischer Größe das Hilfsfeld \vec{H} und nicht die Flussdichte \vec{B} erscheint, obwohl \vec{B} das grundlegende Feld für die magnetische Kraftwechselwirkung darstellt. Diese Frage wird manchmal mit dem Hinweis verschleiert, dass \vec{H} und \vec{B} über μ ineinander umrechenbar sind, obwohl

dies im allgemeinen Fall der Nichtlinearität beliebig kompliziert werden kann. Allgemein aber müssen bei der Energiebilanz nach Gl. (5.4) alle vier Felder explizit berücksichtigt werden und trotzdem gilt Gl. (5.5) mit $\vec{S} = \vec{E} \times \vec{H}$ auch in diesem Fall. Vom E-Technik-Basisverständnis her ist dies plausibel: Aufintegration über eine Fläche ergibt gerade die bekannte Leistungsformel $P = U \cdot I$. Die Begründung hierfür leitet sich aus dem in Kap. 4.4.1, am Ende von Kap. 4.4.3 und hier Gesagten ab: Für den Energieumsatz an Ladungen ist \vec{B} nicht relevant, da die Magnetkraft \perp zur Bewegung steht; die „Menge an Ladungsbewegung“ gegen das oder mit dem Feld \vec{E} steckt in \vec{J} , genau: $\vec{J}_{\text{äußere}}$ nach Gl. (4.22), wofür das Hilfsfeld \vec{H} über $\text{rot}\vec{H}$ das Maß ist.

5.2 Elektrische Feldenergie und Kapazität

In Kap. 3 wurde hergeleitet, dass das elektrostatische Potential φ die potentielle Energie W einer Probeladung q im elektrostatischen Feld ($\text{rot}\vec{E} = 0$) bestimmt. Die Energie W_d einer diskreten Ladungsverteilung q_i berechnet sich dann absolut unter der RB $\varphi_\infty = 0$ wie folgt:

$$W_d = \sum q_i \varphi(\vec{r}_i) \quad (5.12)$$

φ wird wiederum nach Gl. (3.18) durch die q_i erzeugt. Beim Übergang auf eine zweite Doppelsumme zwecks Vereinfachung kommt im Nenner ein Faktor 2 wegen der Doppelzählung hinzu:

$$W_d = \frac{1}{4\pi\epsilon_o} \sum_{i=1}^n \sum_{j<i}^n \frac{q_i q_j}{|\vec{r}_i - \vec{r}_j|} = \frac{1}{8\pi\epsilon_o} \underbrace{\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n}_{i \neq j} \frac{q_i q_j}{|\vec{r}_i - \vec{r}_j|} \quad (5.13)$$

W_d kann je nach Ladungsvorzeichen sowohl positive als auch negative Werte annehmen. Für kontinuierliche Ladungsverteilungen im endlichen Volumen V erhält man nach Gl.(3.14):

$$W = \frac{1}{8\pi\epsilon_o} \int_V \int_V \frac{\rho(\vec{r})\rho(\vec{r}')}{|\vec{r} - \vec{r}'|} d^3r d^3r' \stackrel{\text{Def.}\varphi}{=} \frac{1}{2} \int_V \rho(\vec{r})\varphi(\vec{r}) d^3r \quad (5.14)$$

Will man W rein durch Feldterme ausdrücken, muss das verbliebene ρ durch die Poisson-Gl. ersetzt werden ($\nabla^2\varphi = -\rho/\epsilon_o$), wobei der Index e jetzt für die Feldtermformulierung steht, hier zunächst im Vakuum:

$$W_e = -\frac{\epsilon_o}{2} \int_V \varphi(\vec{r}) (\nabla^2\varphi(\vec{r})) d^3r \stackrel{(*)}{=} \frac{\epsilon_o}{2} \int_V (\nabla\varphi)^2 d^3r = \frac{\epsilon_o}{2} \int_V \vec{E}^2 d^3r \quad (5.15)$$

Die Umformung (*) ergibt sich durch partielle Integration analog zum Vorgehen in Kap. 3.4 mit $\varphi_{\pm\infty} = 0$. Auch inkl. der Materie-Polarisation ergibt sich im linearen, isotropen Fall für die

5.4 Praxis der E-Technik: Ersatzschaltbild und einige Bemerkungen

Auch hier ist neben dieser nur durch die explizite Feldangabe berechenbaren magnetischen Energie oft eine schnelle Charakterisierung der Energieverhältnisse durch Angabe eines einzigen Parameters neben der Stromstärke I möglich, nämlich der sogenannten Induktivität L . Die einfache Proportionalität von Φ zu I (Gln. (5.22 bzw. 4.3, 3.3)) erlaubt es, diese rein von den Geometrie- und Materialparametern des Leiterkreises abhängige Größe zu definieren:

$$\Phi = L \cdot I \quad \text{bzw.} \quad L = \frac{\Phi}{I} \quad \xrightarrow{(5.23)} \quad W_m = \frac{1}{2} L \cdot I^2 \quad (5.28)$$

Bei mehreren Stromkreisen besitzt jeder eine solche Induktivität, die dann genauer als Selbstinduktivität L_i bezeichnet wird. Zusätzlich kennzeichnen die Gegeninduktivitäten M_{ij} den magnetischen Fluss, der vom Stromkreis i ausgehend den Stromkreis j durchsetzt. Beispielsweise ergibt sich bei zwei Stromkreisen entlang C_2 und C_1 :

$$U_1 = -\frac{d\Phi_{21}}{dt} = M_{21} \frac{dI_2}{dt} \quad (5.29)$$

Die Vorzeichen sind dabei eine Konventionsfrage. Bei n Stromkreisen folgt:

$$W_m = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n L_i I_i^2 + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \sum_{\substack{j=1 \\ i \neq j}}^n M_{ij} I_i I_j \quad (5.30)$$

5.4 Praxis der E-Technik: Ersatzschaltbild und einige Bemerkungen

Die in Kap. 5.2 und 5.3 als „Nebenaspekt“ eingeführten Begriffe der Kapazität bzw. Induktivität besitzen in der elektrotechnischen Praxis eine enorme Bedeutung. Für konkrete Geometrien, Aufbauten und Bauelemente ersetzen sie meist die feldtheoretische Beschreibung und vereinfachen damit deren Behandlung. Die so überhaupt erst definierten Bauelemente L für Induktivität bzw. „Spule“ und C für Kapazität bzw. Kondensator entsprechen einem Ersatzschaltbild als Annäherung an das reale physikalische Verhalten nach den Gln. (5.4 - 5.11). Bei Schaltplänen wird also implizit zunächst immer eine energetische Integration über die geometrischen Abmessungen aller Bauelemente durchgeführt. Dabei wird weiterhin bei der Integration implizit angenommen, dass beim Kondensator zeitliche Änderungen \dot{w}_m , Abstrahlung durch $(\nabla \cdot \vec{S}_{\text{Abstrahl}})$ sowie Verluste $\vec{J} \cdot \vec{E}$ quantitativ gegen zeitliche Änderungen \dot{w}_e vernachlässigt werden dürfen, bei der Induktivität entsprechend \dot{w}_e , $\nabla \cdot \vec{S}_{\text{Abstrahl}}$ und $\vec{J} \cdot \vec{E}$ gegen \dot{w}_m und bei einem Ohmschen Widerstand \dot{w}_e , \dot{w}_m und $(\nabla \cdot \vec{S})_{\text{Abstrahl}}$ gegen $(\nabla \cdot \vec{S})_{\text{Ohmsch}} = \vec{J} \cdot \vec{E}$. Dasselbe gilt übrigens auch für nichtlineare Bauelemente: Halbleiter als variable Schalter sind in diesem Sinne Ohmsche Widerstände (transistor = transfer resistor), wobei der Widerstandswert zeitabhängig gesteuert

Kapitel 5 Energetische Betrachtungen

werden kann. Als Steuergröße dient meist ein elektrisches Feld, d.h. im Ersatzschaltbild eine Spannung.

Für die Berechnung von C und L gibt es je nach Aufgabenstellung meist mehrere Wege. Neben der direkten Bestimmung von Q und U beim Kondensator Gl. (5.20) aus Ladungsdichten und den dazugehörigen Feldstärken bzw. bei der Induktivität Gl. (5.28) aus Φ nach Gl. (4.3) und dem dazugehörigen Strom kann auch eine Feldenergieberechnung nach den linken oder mittleren Termen in den Gln. (5.31) weiterhelfen.

$$\begin{aligned} \text{Kondensator} \quad & \frac{1}{2} \int \rho \cdot U \, d^3r = \frac{1}{2} \int \epsilon \vec{E}^2 \, d^3r = \frac{1}{2} CU^2 \\ \text{Induktivität} \quad & \frac{1}{2} \int (\vec{J} \cdot \vec{A}) \, d^3r = \frac{1}{2} \int \mu \vec{H}^2 \, d^3r = \frac{1}{2} LI^2 \end{aligned} \tag{5.31}$$

Dies ist insbesondere bei solchen Induktivitäten vorteilhaft, die Flächen- und/oder Volumenströme enthalten. Hier wäre die Φ -Berechnung nach Gl. (4.3) ungünstig, da die Zuordnung von Flussbeiträgen zu jeweiligen geschlossenen Stromkreispfaden sehr schwierig ist.

Index

- Abbildung, konforme, 142
 - einer Hyperbelschar, 145
- Ableitbelag, 117
- Abstandsabhängigkeit, 6, 14, 53, 105, 107, 135, 136, 148
- Abstandsterme, 53, 105, 107
- Abstrahlung, 71
- actio-reactio-Prinzip, 14, 43
 - doppeltes, 44
- Äquipotentialfläche, 116, 136
- Äquipotentialkreise, 138
- Äquipotentiallinien, 137, 146, 148
- Aharonov-Bohm-Effekt, 38
- allgemeine Wellengleichung, 74, 115
- Ampèresches Durchflutungsgesetz, 34, 36
- Ampèresches Gesetz, 36
- analytische
 - Feldberechnung, 114, 131
 - Funktion, 143
 - Lösung, 131
 - Lösungsmethode, 120
- Analytizität, 143
- Anfangsbedingungen, 73
- Ansatz, harmonisch, 114
- Antenne, 109
- Antennentheorie, 110
- Arbeit, 24
- Aufpunkt, 7, 23
- Ausbreitung einer elementaren ebene e.m. Welle, 76
- Ausgleichsleiter, 26
- Bandbreite, 95, 125
- Belag
 - Ableit-, 117
 - Induktivitäts-, 117
 - Kapazitäts-, 117, 138
 - Widerstands-, 117
- Besselsche
 - Differentialgleichung, 125
 - Funktion 2. Art, 127
- Bewegungsinduktion, 45
- Bildladung, 145
- Bildladungsmethode, 132, 134
- Biot-Savart-Ampère, 13–15
- Biot-Savart-Formel, 34
- Biot-Savart-Gesetz, 16, 106, 111
 - Hertzscher Dipol, 106
- Blindwiderstand, 94
- Brechungsgesetz
 - dynamisches, 83
 - Snelliussches, 85
 - statisches, 62
- Brechungsindex, 79, 96
- Brewster-Winkel, 91, 92
- Cauchy-Riemannsches DGLn, 143
- charakteristische Impedanz, 117
- codieren, 98
- Coulomb-Eichung, 38
- Coulomb-Feld, 20, 23
- Coulomb-Gesetz, 5, 16, 19, 142
 - Hertzscher Dipol, 106
- Coulomb-Kraft, 7, 15, 42
- cut-off-Frequenz, 122, 125
- CW-Lösungen, 79
- d'Alembertsche Lösung, 74
- Dachkapazitäten, 107
- Dämpfungskonstante, 80, 96, 97
- Dämpfungsterm, 116
- dauermagnetisch, 55
- DC = direct current, 116
- Definierende Konstante, 10, 11
- Delta-Distribution, 26
- destruktive Interferenz, 78
- Diamagnetismus, 54
- dielektrische
 - Funktion, 60
 - Konstante, 12
 - Polarisation, 51
 - Suszeptibilität, 59
 - Verluste, 97
 - Verschiebung, 54
- Dielektrizitätskonstante, 59
- Dielektrizitätszahl, 59
- Differential, totales, 14, 22
- Differentielle Formulierung, 18
- differenzierbare Funktion, 142
- Dipol
 - elektrischer, 51, 108, 110
 - Fitzgeraldscher, 110
 - Hertzscher, 102
- Dipolmoment
 - influenziertes, 52
 - magnetisches, 110
 - permanentes, 52
- Dirac-Impuls, 29
- Diracsche δ Funktion, 29–31
- diskret-numerische Verfahren, 131
- Dispersion, 86, 94–97, 122
- Distribution, 29
- Divergenz (div), 8
- Divergenzfreiheit, 37, 116
- Doppelleitung, 139
- doppeltes actio-reactio-Prinzip, 44
- drahtlose Nachrichtenübertragung, 1
- Drehstreckung, 144
- Durchflutungsgesetz, 34
- Durchflutungssatz, 36
 - verallgemeinerter, 48
- Dynamik, dynamische
 - Formulierung, 41, 111
- dynamische Näherung, 110
- dynamisches Potential, 99, 101
- dynamisches Skalarpotential, 100
- dynamisches Vektorpotential, 100
- E-Moden, 120
- ebene Welle, 73, 77, 97, 108, 116
- ebene Wellenlösung, 101
- Eichtransformation, 38, 100
- Eichung, 38
- Eigenfunktion, 126
- Eigenkraft, elektrische, 67

Eigenwertgleichung, 79, 120
 Eindeutigkeit, 31, 133
 Eindeutigkeitsbeweis, 26, 31
 Eindeutigkeitssatz, 33, 73, 134
 Eindringtiefe, 80
 einfallende Welle, 87, 90
 Einfallsebene, 87
 Eingangsanpassung, 91
 eingepprägter Strom, 109
 eingeschwungener Zustand, 60, 79, 118
 Einzelleitung über metallischer Ebene, 139
 elektrische
 Eigenkraft, 67
 Feldenergie, 66
 Feldenergiedichte, 64
 Feldstärke, 58, 67, 142, 148
 Kraftwirkung, 5, 39
 Polarisation, 56
 Weglänge, 96
 elektrische und magnetische Kraftwirkungen, 5, 13, 17
 elektrischer Dipol, 51, 108, 110
 elektrisches Dipolmoment, 107
 elektrisches Feld, 18, 45
 Elektrode, 148
 elektromagnetische Feldenergie, 65
 elektromagnetische Felder quasistationäre, 111 stationäre, 111 statische, 111
 Elektromagnetische Verträglichkeit, 4
 elektromagnetische Wechselwirkung, 63
 elektromagnetisches Feld Grunddefinition, 1
 elektromagnetisches Kraftgleichgewicht, 42, 111
 elektromotorische Kraft, 25, 41, 69
 Elektronen-Wellenfunktion, 12
 Elektrostatik, 9, 18, 37
 elektrostatische Feldenergiedichte, 65
 elektrostatische Influenz, 7
 elektrostatischer Aufladungen, 5
 elektrostatisches Potential, 23
 Elementarladung, 11, 12, 51
 elementarste Strahlungsquelle, 102
 Elementarstrahler, magnetischer, 110
 Ellipsometrie, 93
 elliptisch polarisiert, 77
 elliptische Polarisation, 93
 EMK, 25, 41, 69
 EMV, 4
 Energie
 elektrostatische, 68
 kinetische, 39
 magnetische, 71
 potentielle, 25
 Energiebilanz, 90
 Energiedichte, 64, 81
 Energieerhaltung, 63
 Energieerhaltungssatz, 64
 Energiefunktion, 24
 Energiegeschwindigkeit, 82
 Entfernung, Abhängigkeit von der, 6, 14, 53, 105, 107, 135, 136, 148
 Entkopplung, 15, 31, 73, 75, 99
 Erfahrungswissen, 111
 Erhaltung der Ladung, 7
 Erregungsstärke, 56
 Ersatzladungsmethode, 132
 Ersatzschaltbild, 71
 evaneszente Felder, 94
 evaneszente Mode, 94
 Fading, 98
 Faradaysche Induktion, 116
 Faradaysches Induktionsgesetz, 26, 41, 45, 50, 75
 Farbzerlegung, 86
 FDTD, 132
 Feld, 15
 elektrisches, 18, 45
 langsam veränderliches, 111
 nicht-strahlendes, 106
 quasistationäres, 111
 quasistatisches, 111
 reales, 146
 Feldbegriff, 3, 23
 Feldberechnung, analytische, 114
 Feldberechnungsverfahren analytisches, 131 diskret-numerisches, 131
 Feldbild im Rechteckhohlleiter, 123
 Feldbild im Zylinder, 127
 Feldenergie, 25, 97
 elektrische, 65, 66
 magnetische, 65, 69, 71
 Feldenergiedichte elektrische, 64 magnetische, 64
 Felder evaneszente, 94 transversale, 76, 105
 felderzeugende Ladungs- und Stromdichten, 15, 51
 Feldgeometrie, 110
 Feldimpedanz, 117, 127
 Feldlinien, 16
 Feldlinienbild, 144
 Hertzscher Dipol, 108
 Feldlösung, 116, 120, 133
 Feldstärke, 17, 48, 51, 56, 59, 62, 72, 80, 83, 87, 91, 118
 -abfall, 94
 elektrische, 48, 54, 58, 67, 97, 142, 148
 magnetische, 55, 56
 reale, 51
 reflektierte, 128
 transmittierte, 128
 -verteilung, 83
 Feldsteuerung, 62
 Feldverteilung, 17
 Feldwellenwiderstand, 117
 Fernfeld, 105, 108
 -terme, 106
 Fernwirkungsgesetz, 106
 Fernzone, 105
 Ferroelektrika, 59
 Ferromagnetika, 59
 Ferromagnetismus, 54
 Finite Differenzen im Zeitbereich, 132
 Fitzgeraldscher Dipol, 110
 Fitzgeraldscher Vektor, 110
 Flussdichte, magnetische, 44

Fourier, Theorem von, 80
 Fourier-Transformation, 77
 Frequenz, cut-off-, 122, 125
 Frequenz-Grenzwert, 116
 Fresnelsche Formeln, 89, 92, 128, 129
 Funktion, 1
 analytische, 143
 dielektrische, 60
 differenzierbare, 142
 holomorphe, 142
 komplexe, 142
 komplexwertige, 142
 magnetische, 60
 reguläre, 142
 verallgemeinerte, 29
 Funktionentheorie, 142

 Galilei-Transformationen, 39
 Gaußsche Gesetz, 50, 99
 der Elektrostatik, 18, 19, 26, 67
 Gaußsche Zahlenebene, 142
 Gaußscher Integralsatz, 19, 32, 65
 Gaußscher Satz, 60
 gebrochene Welle, 83
 geführte Welle, 127
 Gegeninduktivität, 71
 Gesamtladung, 26
 giant magneto resistance, 58
 Gleichstrom, 116
 -fall, 116
 Gleichungen, transzendente, 127
 GMR-Effekt, 58
 grad, 22
 Gradient, 22
 Gradientenfeld, 34
 Gradientenlinien, 143
 Gradiententheorem, 22
 Greenscher Integralsatz, 31
 Greenscher Integralsatz, 1., 32
 Greenscher Integralsatz, 2., 32
 Grenzfläche, 60, 83, 86
 unendlich ausgedehnte, 86
 Grenzflächenladungsverteilung, 61
 Grenzflächenstromverteilung, 61
 Grenzfrequenz, 125
 Gruppengeschwindigkeit, 95

 H-Moden, 120, 121
 Halleffekt, 42
 Hallspannung, 42
 Hankelsche Funktion, 127
 harmonische
 Lösung, 78, 79
 Welle, 77, 78, 118
 Wellenausbreitung, 80
 harmonischer Ansatz, 114
 hartmagnetisch, 55
 Helmholtzsche Theorem, 33
 Hertz, 1
 Hertzsche Dipolstrahlung, 104
 Hertzscher Dipol, 102, 106
 elektrischer, 102
 magnetischer, 110
 Hertzscher Lösungsvektor für E-Moden, 124
 Hertzscher Vektor, 101, 104
 Hertzsches Dipolfeld, 105
 höhere Moden, 118
 holomorph, 142
 homogene, ebene Welle, 77
 Huygenssche Prinzip, 84, 87
 Hybrid-Moden, 120
 Hysterese, 55

 Impedanz, charakteristische, 117
 Impedanz des Nahfeldes, 107
 Impedanz des Strahlungsfeldes, 106
 Impedanzanpassung, 82, 91
 Impedanzverhältnis, 91
 Impulserhaltung, 63
 Induktion, 26, 45, 50, 75, 116
 Induktivität, 65, 69, 71, 72
 Induktivitätsbelag, 117
 Influenz, 7
 Influenzkoeffizienten, 68
 inhomogene
 Maxwell-Gln., 99
 Wellengleichung, 100
 Interferenz, 78, 98, 128
 destruktive, 78
 konstruktive, 78
 Isotropie des Raumes, 75

 Kanten, 144, 148
 Kapazität, 66, 68, 71
 Kapazitätsbelag, 117, 138
 Kapazitätskoeffizienten, 68

 Kapazität, 65
 kinematische Eigenschaften, 86
 kinetische Energie, 39
 Kirchhoffsche Knotenregel, 9
 Kirchhoffsche Maschenregel, 25
 Koaxialleitung, 114, 125, 127
 Kohärenz, 78
 komplex differenzierbar, 142
 komplexe Größen, 80
 komplexwertige Funktion, 142
 Kondensator, 69, 71, 72
 konform, 144
 konforme Abbildung, 142
 einer Hyperbelschar, 145
 konservatives Feld, 37
 Konstante
 dielektrische, 12
 magnetische, 12
 konstitutive Gleichungen, 58
 konstruktive Interferenz, 78
 Kontinuitätsgleichung, 7, 8, 101, 102, 111
 Kraft, normierte, 16
 Kraftgleichgewicht, 42, 111
 Kraftverhältnisse, statische, 49
 Kraftwechselwirkung,
 magnetische, 65
 Kraftwirkung, elektrische, 39
 Kreisstrom, 9, 51
 Kugelwelle, 84, 105
 Kurzschluss, 91

 Ladungsdichte, 6
 -Verteilungsfunktion, 6
 Ladungsdichteverteilung, 133
 Ladungserhaltung, 7, 8, 26
 Ladungsverschiebung, 8
 Ladungsverteilung, 6
 Längsstrom, 117
 langsam veränderliche Felder, 111
 Laplace-Gleichung, 26, 27, 31, 143
 Laplace-Operator, 27, 143
 Leistung, 94
 Leistungsbilanz, 90
 Leistungsflussdichte, 65, 81, 82, 127
 Leistungsübertragung, 3
 Leitersystem, 68
 Leitfähigkeit, 12

- Wechselstrom, 97
- Leitungsimpedanz, 117, 127
- Leitungstheorie, 129, 140
- Lenzsche Regel, 46, 54, 69
- Lichtgeschwindigkeit, 79
- Lichtwellenleiter, 94
- linear polarisiert, 77
- linear, Material, 57
- Liniendipol, 135
- Linienladungsdichte, 102, 135
- Lösung
 - analytische, 131
 - CW-, 79
 - harmonische, 78, 79
 - monochromatische, 79
 - retardierte, 106
 - sinusförmige, 79
 - stationäre, 79
- Lösungsmethode, analytisch, 120
- lokal
 - streckentreu, 144
 - winkeltreu, 144
- Longitudinalstrom, 117
- Lorentz-Kraft, 38, 41, 45, 63
- Lorentz-Transformation, 39, 46
- Lorenz-Eichung, 100
- LWL, 94
- magnetische
 - Energie, 71
 - Feldenergie, 69, 71
 - Feldenergiedichte, 64
 - Feldstärke, 55, 56
 - Flussdichte, 34, 44
 - Funktion, 60
 - Induktion, 45
 - Konstante, 12
 - Kraft, 39
 - Kraftwechselwirkung, 65
 - Polarisation, 54, 56
 - Suszeptibilität, 59
- magnetischer Elementarstrahler, 110
- magnetischer Hertzscher Vektor, 110
- magnetisches Dipolmoment, 110
- Magnetisierung, 54
- Magnetisierungsdichte, 55
- Magnetisierungsstromdichte, 55
- Magnetit, 5
- Magnetkraft, 42
- Magnetostatik, 9, 37, 106
- Marconi, 1
- Maschenregel, 25
- Masse, 26
- matched load, 91
- Material, linear, 57
- Maxwell-Ampèresches Gesetz, 50, 57, 63, 97, 100, 116
- Maxwell-Beziehung, 79
- Maxwell-Gleichungen, 3, 50, 73, 99, 118
 - in Materie, 51
 - makroskopisch, 58, 60
- Maxwellscher Verschiebestrom, 47
- Mehrwegeausbreitung, 98
- Meta-Materialien, 60
- Metall-RBn, 114
- Mode
 - E-, 120
 - evaneszente, 94
 - H-, 120, 121
 - Hybrid-, 120
 - TE-, 120
 - TEM-, 127
- Moden, 118
 - höhere, 118
- Modendispersion, 122
- Modenreinheit, 118, 122
- Modulationsverfahren, 95, 98
- Momente, permanent
 - magnetische, 16
- Momentenmethode, 132
- monochromatische Welle, 79
- Monopolmoment, 148
- Multi-Mode-Faser, 94
- Multipolentwicklung, 149
- Multipolmoment, 148
- Nabla-Operator, 8
- Näherung, dynamische, 110
- Näherungseffekt, 140
- Nahfeld, 106
- Nahzone, 106
- natürliche RBn, 149
- Naturkonstanten, 10
- Neumannsche Funktion, 127
- nicht-strahlendes Feld, 106
- normierte Kraft, 16
- numerische Verfahren, 131
- Oberflächenladungsdichte, 62, 133
- Oberflächenstromdichte, 62
- offenes Ende, 91
- Ohmsche Gesetz, 82
- Ohmscher Widerstand, 71
- open, 91
- Paramagnetismus, 54
- permanente magnetische Momente, 16
- Permanentmagnet, 55, 59
- Permeabilität, 12, 59
- Permittivität, 12, 59
- Phasendrehung, 128
- Phasengeschwindigkeit, 95
- Phasenkonstante, 80
- Phasensprung, 84
- physical layer, 98
- Piezoelektrizität, 58
- Planck-Konstante, 11
- Poisson-Gleichung, 26, 31
- Polarisation, 53, 84
 - dielektrische, 51
 - elektrische, 56
 - elliptische, 77, 93
 - lineare, 77
 - magnetische, 54, 56
 - zirkulare, 77
- Polarisationsebene, 76, 87
- Polarisationsverhältnis, 87, 88
- Polarisierungsstrom, 58
- Potential, 24, 68, 140
 - avanciertes, 101
 - dynamisches, 99, 101
 - elektrostatistisches, 23
 - retardierte, 101
 - schwimmendes, 26, 68
- Potentialdifferenz, 25
- Potentialfunktion, 24, 26
- Potentialkoeffizienten, 68
- Potentiallinien, 24, 136, 137, 143
- Potentiallinienbild, 144
- Poynting-Theorem, 63, 64
- Poynting-Vektor, 64, 94, 105
- Prisma, 86
- Produktansatz, 120
- Proximity-Effekt, 140
- Punktladungen, 6

Quadrupolmoment, 148
 quasistationär, 65, 111
 quasistatisch, 111
 Quelle, 17
 Queränderung, 21
 Querebene, 114
 Querspannung, 117

 Randbedingungen, 4, 31, 37, 60
 metallische, 114, 133
 natürliche, 149
 transversale, 119
 Randwertproblem, 118
 Raumeigenschaft, 1, 12, 15
 Raumzustand, 3
 ray-tracing, 113
 Reaktion
 lineare, 51, 57
 nichtlineare, 51, 57
 Rechteckhohlleiter, 114, 121
 reflektierte Welle, 83, 87, 90
 Reflexion, 82, 90, 128
 Reflexionskoeffizient, 90
 Reflexionsverhalten, 128, 129
 regulär, 142
 Reibungselektrizität, 5
 relative Permeabilität, 59
 Relativitätstheorie
 spezielle, 39, 46
 retardierte
 Lösung, 106
 Potentiale, 101
 Zeit, 101
 Retardierung, 75, 108, 111
 Richtdiagramm, 108
 Richtungsableitung, 22
 Richtungskonvention, 9
 rot, 21
 Rotation, 21
 Rücktransformation, 146
 Ruheinduktion, 45
 Rundhohlleiter, 114

 Satz von Stokes, 24, 36, 45, 60
 Schwebung, 78
 schwimmende Anordnung, 68
 schwimmendes Potential, 26, 68
 Schwingungsmoden, 118
 Schwund, 98
 Sekundärwellen, 84

 Selbstenergie, 67, 68
 Selbstinduktivität, 71
 Senke, 17
 Separation der Variablen, 120
 short, 91
 Signalintegrität, 95, 118
 Single-Mode-Faser, 94
 Singularität, 27, 28
 sinusförmige Lösungen, 79
 Skalarpotential, 38
 dynamisches, 100
 Skineffekt, 94, 98, 113, 140
 Skintiefe, 80, 97, 112, 140
 Snellius-Gesetz, 85, 88, 92
 Spannung, 25
 Spektralfarben, 86
 Spektrum, 77, 95
 spezielle Relativitätstheorie, 39
 Spiegelladungsmethode, 132
 Spiegelstrahler, 133
 Spin, 51, 54, 69
 stationär, 36, 111
 stationärer Zustand, 79
 statisch, 111
 statische Kraftverhältnisse, 49
 statische Stromdichte
 -Verteilung, 111
 Stetigkeit, 86
 Strahlenoptik, 113
 Strahlungscharakteristik, 110
 Strahlungsdiagramm, 108
 Strahlungsfeld, 105
 Strahlungsquelle, elementarste, 102
 Strahlungsterme, 105
 Strahlungsverhalten, 102
 Strahlungswiderstand, 109
 streckentreu, lokal, 144
 Streifenleitung, 114
 Streuzentren, transversale, 128
 Strömungsfeld, 8, 111
 Strom, 9
 Stromdichtefunktion
 Hertzscher Dipol, 102
 Stromdichtefunktion bzw.
 -Verteilung, 8, 16
 Stromdichteverteilung, 110
 statische, 111
 Stromfluss, 8
 Stromrichtung, 9
 Stromstärke, 102

 Stromverdrängung, 113
 Superpositionsprinzip, 6, 39, 75, 78, 133
 Suszeptibilität
 dielektrische, 59
 magnetische, 59

 TE-Moden, 120
 TE-Moden, Zylinder, 126
 techn. Masse, 26
 TEM, 116
 TEM-Bandbreite, 125
 TEM-Moden, 127
 Theorem von Fourier, 80
 TM-Moden, Zylinder, 126
 TM-Wellen, 120
 Totalreflexion, 92, 94
 Transformation
 Galilei, 39
 Lorentz, 39, 46
 Transistor, 71
 Translationsinvarianz, 84
 Transmission, 90, 128
 Transmissionskoeffizient, 90
 Transmissionsverhalten, 128, 129
 transmittierte Welle, 83, 84, 86, 87, 90
 transversal-elektromagnetische Wellen, 116
 transversale Felder, 76, 105
 transversale Randbedingungen, 119
 transversale Streuzentren, 128
 transversalelektrische Wellen, 120
 Transversalfelder, 76
 transversalmagnetische Wellen, 120
 transzendente Gleichungen, 127

 Übergangsbedingung, 107
 Übergangsbereich, 107
 Umkehrfunktion, 145
 Umlauf, 17
 Umlaufspannung, 25
 uneigentliches Integral, 27
 unendlich ausgedehnte Grenzfläche, 86

 Vakuum-Wellenwiderstand, 109

Vektorfeld, 1, 18, 20–25, 32, 56
 Vektorpotential, 33, 34, 38
 dynamisches, 100
 verallgemeinerte Funktion, 29
 verallgemeinerter
 Durchflutungssatz, 48
 Verkettung, 17
 Verkopplung, der Felder, 101
 Verluste, 71
 dielektrische, 97
 Verlustfaktor, 97
 Verlustwinkel, 97
 Verschiebestrom, 47, 48, 74, 102, 111
 Verschiebung, dielektrische, 54
 Verschiebungspolarisation, 52
 Verschiebungsstromdichte, 48, 58
 verzögerte Potentiale, 101
 Verzögerungsterm, 101

 w-Ebene, 142
 Webersche Funktion, 127
 Wechselstromfall, 98
 Wechselstromleitfähigkeit, 97
 weichmagnetisch, 55
 Welle, 74, 76, 77
 Ausbreitung einer
 elementaren ebene
 e.m., 76
 ebene, 73, 77, 81, 83, 97, 108, 116
 einfallende, 87, 90
 gebrochene, 83
 geführte, 127
 harmonische, 77, 78, 118
 homogene, 77
 monochromatische, 79
 reflektierte, 83, 87, 90
 transmittierte, 83, 84, 86, 87, 90
 transversalelektrische, 120
 transversalmagnetische, 120
 Wellen, transversal-
 elektromagnetische, 116
 Wellen-Elementarlösungen, 77
 Wellenausbreitung, 73, 76, 82, 84, 94, 116
 harmonische, 80
 Wellengleichung, 74, 75, 100, 119
 allgemeine, 74, 115
 inhomogene, 100
 Wellenimpedanz, 82
 Wellenlänge, 79
 Wellenleiter
 -struktur, 114
 zylindrische, 125
 Wellenlösung, ebene, 101
 Wellenvektor, 79, 83, 85
 Wellenwiderstand, 109
 Wellenzahl, 79, 96, 127
 Wellenzahlvektor, 79
 Widerstand, ohmscher, 71
 Widerstandsbelag, 117
 winkeltreu, lokal, 144
 Wirbel, 21
 Wirbelfeld, 34
 Wirbelströme, 113
 Wirbelstromfall, 98

 z-Ebene, 142
 Zeit, retardierte, 101
 Zentralfeld, 23
 Zentralkraft, 20
 Zentralkraft bzw. -feld, 6, 13, 20
 zirkular polarisiert, 77
 Zirkulation, 17
 Zustand
 eingeschwungener, 60, 79, 118
 stationärer, 79
 Zweidrahtleitung, 114
 Zweileiterstruktur, 116
 zylindrische Wellenleiter, 125
 zylindrischer Hohlleiter, 126