Prof. Dr. U. Motschmann
S. Töpfer

ELEKTRODYNAMIK SS 2020

1. Übungsblatt Abgabe: 30. April 2020 bis 9:45 Uhr per Mail an die HiWis

Fragen zu den Aufgaben: Simon Töpfer, Raum 3.317, Tel.: 391-5187, s.toepfer@tu-bs.de

1. **Differentialoperatoren I** **(10 Punkte)**

   (a) Berechnen Sie den Gradienten des skalaren Feldes

   $$\Psi(\underline{x}) = \frac{1}{r} = \frac{1}{\sqrt{x_1^2 + x_2^2 + x_3^2}} \qquad \text{für } r \neq 0 \quad . \tag{1}$$

   (b) Bestimmen Sie die Divergenz und Rotation des Vektorfeldes

   $$\underline{F}_1(\underline{x}) = \frac{\underline{x}}{r^3} = \frac{1}{\left(\sqrt{x_1^2 + x_2^2 + x_3^2}\right)^3} \left(x_1\, \underline{e}_1 + x_2\, \underline{e}_2 + x_3\, \underline{e}_3\right) \qquad \text{für } r \neq 0 \quad . \tag{2}$$

   (c) Wenden Sie den Laplace-Operator in Kugelkoordinaten auf das skalare Feld

   $$\psi(\underline{x}) = \frac{\cos\vartheta}{r} \qquad \text{für } r \neq 0 \tag{3}$$

   an.

   (d) Geben Sie allgemeine Ausdrücke für die vier Differentialoperatoren angewendet auf ein Vektorfeld $\underline{F} = (F_1, F_2, F_3)$ bzw. ein Skalarfeld Φ in Indexschreibweise an.

2. **Differentialoperatoren II** **(10 Punkte)**

   Es sei Ψ ein skalares Feld; $\underline{A}$ und $\underline{B}$ seien Vektorfelder. Zeigen Sie unter Benutzung von Komponentenschreibweise und Einsteinscher Summenkonvention:

   (a) $\partial_{\underline{x}} \cdot (\Psi \underline{A}) = \Psi\, \partial_{\underline{x}} \cdot\, \underline{A} + \underline{A} \cdot \partial_{\underline{x}} \Psi \quad ;$

   (b) $\partial_{\underline{x}} \times (\Psi \underline{A}) = \Psi\, \partial_{\underline{x}} \times\, \underline{A} - \underline{A} \,\times\, \partial_{\underline{x}} \Psi \quad ;$

   (c) $\partial_{\underline{x}} \times (\underline{A} \times \underline{B}) = \left(\underline{B} \cdot \partial_{\underline{x}}\right)\, \underline{A} - \left(\underline{A} \cdot \partial_{\underline{x}}\right)\, \underline{B} + \underline{A}\left(\partial_{\underline{x}} \cdot \underline{B}\right) - \underline{B}\left(\partial_{\underline{x}} \cdot \underline{A}\right) \quad ;$

   (d) $\partial_{\underline{x}} \times \left(\partial_{\underline{x}} \times \underline{A}\right) = \partial_{\underline{x}}\, \left(\partial_{\underline{x}} \cdot \underline{A}\right) - \partial_{\underline{x}}^2\, \underline{A} \quad .$

   <u>Hinweis</u>: Es ist $\epsilon_{ijk}\epsilon_{klm} = \delta_{il}\delta_{jm} - \delta_{im}\delta_{jl}$.